مقدمة
في
الاقتصاد القياسي

دكتور

سعد الدين محمد الشيال

مقدمة
في
الإقتصاد القياسي

دكتور
سعد الدين محمد الشيال

فهرس

الموضوع	الصفحة

فهـــــرس (تابع)

الموضوع	الصفحـــة

الفصل الاول

تعريف الاقتصاد القياسي ومجاله

اولا : تعريف الاقتصاد القياسي

الاقتصاد القياسي هو احد الفروع الحديثة لعلم الاقتصاد . ويبحث هذا العلم في طرق واساليب قياس العلاقات التي يهتم بها التحليل الاقتصادي ، والعلاقات الاقتصادية هي علاقات تبين اثر متغير اقتصادي او اكثر على متغير اقتصادي آخر ، فعلاقة الطلب هي داله رياضية تصور لنا اثر السعر والدخل على الكمية المطلوبة ، ودالة التكاليف تبين لنا التكاليف الكلية كداله في الانتاج ، وكلها علاقات يألفها كل دارس للتحليل الاقتصادي بأسلوبه الوصفي . اما اذا تطلب التحليل التعرف على الشكل الذي يأخذه منحنى الطلب او الصيغة الرياضية التي يأخذها منحنى التكاليف الكلية وغيره من منحنيات تكاليف الوحدة لانتاج معين ، استلزم الامر استخدام ادوات التحليل القياسي التي تدخل في نطاق علم الاقتصاد القياسي . فمن اهم اغراض هذا العلم الوصول الى تقديرات رقمية للعلاقات الاقتصادية بعد صياغتها في اسلوب رياضي .

ومن هنا تتضح فائدة الاقتصاد القياسي لدى المخطط وواضع السياسة . فالسياسة التي تضعها الدولة بشأن اعانة الاسعار الزراعية ، رغبة منها في المحافظة على استقرار الدخل المزرعي ، تستند اساسا على استخدام التحليل الاحصائي في تقدير مرونة الطلب على السلع الزراعية .

ونخلص من ذلك ان مجال الاقتصاد القياسي ينحصر في التعبير عن النظريات الاقتصادية باسلوب رياضي توطئة للتحقق منها ، ثم في قياس أثر أحد العوامل الاقتصادية المتغيرة على المتغير الاقتصادي التابع باستخدام الطرق الاحصائية ،

وبذا يمكن التنبؤ بالاحداث المستقبله والنصح والتوصيه بالسياسات الاقتصاديــــة التي يجب اتباعها ٠

ومن ذلك يتضح ان الاقتصاد القياسي هو في حقيقة الامر التكامـــــل بين علوم الاقتصاد والرياضه والاحصاء بهدف الحصول على القيم العدديــــة لمعالم العلاقات الاقتصادية كالمرونات والقيم الحديه وغير ذلك٠

ونود أن نؤكد هنا اهتمام الاقتصاد القياسي بتطوير الاســـــاليب الاحصائية المطبقه على الظواهر الاقتصادية ليصل بها الى ما نسميه بالطـــــرق القياسية وابرز ظواهر هذا التطوير هو ادخال العنصر العشوائي الذى تتجاهلـه النظرية الاقتصادية وكذا الاقتصاد الرياضي ٠

وتوضيحا لما سبق نضرب المثال التالي : نفترض النظرية الاقتصاديــــة ان الطلب على سلعة ما انما يتوقف على سعرها وسعر السلع الاخرى وعلى دخـــول المستهلكين واذواقهم ٠ والعلاقة بشكلها النظرى الاقتصادى تؤكد انه ليســــت هناك عوامل اخرى غير ما ذكر يكون لها تأثيرها على الطلب٠

ويمكننا التعبير عن هذه العلاقة رياضيا بالمعادلة الآتيـــــه :

$$ك = أ_{٠} + أ_{١}ع + أ_{٢}س + أ_{٣}ى + أ_{٤}ص$$

حيث ك = الكمية المطلوبة من سلعة ما

ع = سعر هذه السلعة

س = اسعار السلعه الاخرى

ى = دخول المستهلكين

ص = الاذواق

$أ_{٠}$ ، $أ_{١}$ ، $أ_{٢}$ ، $أ_{٣}$ ، $أ_{٤}$ معالم دالة الطلب

ومعنى هذه المعادله ان الكمية المطلوبة انما تتغير بتغير المتغيرات الاربعة التى جاءت فى الجانب الايسر من المعادلة ، كلها او بعضها ، وان كان من المعروف ان هناك عدة عوامل اخرى يمكنها ان تؤثر على الطلب كظهور ناتج جديد او كالحرب او كالتغيرات الفنية او التنظيمية او كالتغيرات فى القانون او فى توزيع الدخل او التحركات السكانية (الهجرة) الى غير ذلك من المؤثرات ، هذا الى جانب السلوك الانسانى الذى تؤثر فيه الاشاعات والميول والعادات والعوامل الاجتماعية والنفسية ذات الاثر على سلوكنا السوقى حتى وان ثبتت الاسعار والدخول .

وفى الاقتصاد القياسى يمكننا ابراز اثر كل هذه العوامل فى العلاقات الاقتصادية بالمتغير العشوائى ذى الخصائص المحدده . وبذا تكون معادلة الطلب فى صيغتها العشوائية هى :

$$ك = أ_{.} + أ_{1}ع + أ_{2} س + أ_{3} ى + أ_{4} ص + ق$$

حيث ق = المتغيرات العشوائية التى تؤثر على الكميات المطلوبة

ثانيا : الاقتصاد القياسى والعلوم الاقتصادية الاخرى

١ — التحليل الاقتصادى

يتناول علم الاقتصاد دراسة وسائل اشباع حاجات الانسان على اساس الموارد المحدوده المتاحه . وينهج التحليل الاقتصادى على التعرف على علاقة المتغيرات بعضها البعض بغرض الحصول على قوانين لها صفة العمومية ، كما يعمل على تحديد اشكال هذه العلاقات المختلفة القائمه بين اجزاء النظام الاقتصادى ، فالتحليل قد يكون لفظيا أو بيانيا . وفى الواقع ان التحليل الاقتصادى فى شكله الوصفى لا يساعد كثيرا على حل المشاكل ما لم تدعمه بتحليل احصائى .

٢ — الاقتصاد الرياضى

دعا تشعب العلاقات الاقتصادية وتشابكها بعض الاقتصاديين الى الاتجاه نحو استخدام الرياضة فى عرض النظريات المختلفة ، رغبة فى تحديد الفروض الاساسية

وتسهيل الاستنتاج وبذلك يتم تحويل المناقشات الكلامية الى صيغة رياضية مختصره متناسقه لها قوة الحجه • ويتم ذلك بتحويل الاصطلاحات الاقتصادية الى رموز جبرية مع تطبيق الاساليب الرياضية من جبر وحساب التفاضل والتكامل رغبة في استخلاص القوانين الاقتصادية وفقا لشروط اساسية يفترض تحقيقها •

ولا شك ان هذا الاسلوب يساعد على استكمال التحليل من ناحية تحديد المعادلات الرياضية التي يلزم تقدير معالمها بالطرق الاحصائية الرياضية •

هذا وان كان استخدام الصيغة الرياضية لا يعتبر ضمانا كافيا للوصول بالنتائج الى مستواها الدقيق حيث ان الرياضة ومدى الاستفاده منها يتوقف على حسن استخدامها ومدى تطبيقها • ولذا يحسن الا يعتبر دائما ان استخدام النظريات الرياضية الدقيقة هو المعيار لجودة التحليل •

ومعنى ذلك ان الاقتصاد الرياضي لا يتعدى مجاله عرض النظريات الاقتصادية في شكلها العام انتظارا للوصول بها الى مرحلة تاليه هي مرحلة القياس التي تستخدم فيها الطرق القياسية لتزودنا في النهاية بالقيم العددية لمعالم العلاقات الاقتصادية التي يسعى اليها المخطط وواضع السياسة الاقتصادية •

وتظهر لنا اهمية ذلك في المثال التالي : ان الطلب على السلع الضرورية ، كما جاء في النظرية الاقتصادية « غير مرن » بشرط عدم امكان استبدال هذه السلع باخرى • ولا شك ان هذه المعلومات بشكلها الذى جاءت عليه غير ذات فائده كبيرة لواضع السياسة حيث ان قيمة المرونة في هذه الحاله تتراوح ما بين الصفر والواحد الصحيح •

وهنا تأتي اهمية الاقتصاد القياسي في تزويدنا بالقيم المحدده للمرونات وغيرها من المعالم اللازمه للمخطط الاقتصادى •

٣ ـ الاحصاء

يختلف الاقتصاد القياسي عن كل من الاحصاء الاقتصادى والاحصاء الرياضي • فالاحصائي الاقتصادى يجمع البيانات ويسجلها ويبوبها ويعرضها بيانيا

ويحاول شرح انماطها وتطورها على مدى الزمن، وربما يحاول ايضا الحصول على العلاقة بين مختلف القيم الاقتصادية • ان الاحصاء الاقتصادى هو اساسا الوجه الوصفى لعلــــم الاقتصاد وهو لا يزودنا بتفسير تطور المتغيرات المختلفة ولا بقياس معالم العلاقـــــات الاقتصاديـــــة •

ويهتم الاحصاء الرياضى باساليب القياس التى تعتمد اساسا على التجارب المعمليـــة التى يسهل التحكم فيها • ان الطرق الاحصائية للقياس لا تناسب العلاقات الاقتصاديـــة التى لا يمكن قياسها بقوانين بنيت على اساس التجارب المعمليه ، كالتى نجربهـــــــا فى حالة علم الطبيعة أو غيره من العلوم حيث يتسنى للباحث ان يغير احد العوامل ويثبـــت العوامل الاخرى عند اجراء لاحدى التجارب• ومن ثم يمكنه ان يسجل النتائج ويطبـــــق القوانين الاحصائية لاستنتاج القوانين التى تحكم الظاهرة موضوع البحوث• اما عند دراســـة السلوك الاقتصادى للانسان فانه من الصعب تغيير احد المتغيرات وتثبيت باقى المتغــيرات الاخرى • ففى الحياة العملية نلاحظ تغير جميع المتغيرات باستمرار وفى نفس الوقت• فـــلا يمكننا مثلا تغيير الدخل وتثبيت الاسعار والاذواق وغير ذلك من العوامل حيث انهـــــا جميعا ستتغير نتيجة لتغير الدخـــل •

وفى الاقتصاد القياسى تستخدم الطرق الاحصائية بعد تعديلها بما يتمشـــــى مع الحياة الاقتصادية • وتسمى هذه الطرق بعد تعديلها بالطرق القياسيــــــــة Econometric Methods. واهم ما فى هذا التعديل هو ادخــــــال العامل العشوائــى •

ومن هنا كان الالتجاء الى الاقتصاد القياسى نتيجة منطقية• ويؤكد الشــــرح السابق للفروع المختلفة للعلوم الاقتصادية من أن أياً منها لا يصلح بمفرده كأداة كاملــــة للبحث القياسى • فاذا اعتمد الباحث مثلا على الاحصاء الاقتصادى كان كل ما يمكن ان يصــل اليه هو التعرف على الاتجاه العام لظاهرة ما ككمية الانتاج ، وما اذا كـــــــان

تغير هذا الانتاج يتم في دورات ومدة هذه الدورات. ومعرفتنا للاتجاه العام بطبيعة الحال لا تساعدنا على الوقوف على اسباب هذا الاتجاه .

ومعنى ذلك ان كل ما يمكن الوصول اليه هو تصوير المشاكل الاقتصادية وليس ايجاد حلول لها بل علينا ان نلجأ الى النظرية الاقتصادية اذا ما طلبنا الحل أو التفسير .

وخلاصه القول ان دراسة المشاكل الاقتصادية بالاسلوب القياسي يتطلب تعاون مجموعة من فروع العلوم الاقتصادية المختلفة وهي :

١ ـ التحليل الاقتصادى والاقتصاد الرياضى عند تحديد العلاقات موضوع الدراسة وصياغتها الصياغة الرياضية المناسبة .

٢ ـ الاحصاء الاقتصادى للحصول على البيانات الخاصه بالمتغيرات الاقتصادية الى جانب اختيار انسب طريقة لتقدير معالم المعادلات الهيكلية بعد العمل على تحديد المتغيرات وقياس التغيرات في كل منها .

٣ ـ الاحصاء الرياضى للوصول الى الدقة المطلوبة في التقدير أخذاً في الاعتبار احتواء البيانات على اخطاء بدرجة لا تؤدى الى انحراف العلاقات المدروسه .

ونتيجة لذلك ظهرت الحاجه الى علم يستمد اصوله من العلوم الثلاثة: الاقتصاد والرياضة والاحصاء ليجمع في النهاية بين الصياغه السليمه والقياس الدقيق هو علم الاقتصاد القياسى .

ثالثا : مجال البحث القياسى

ربما كان التعريف السابق لا يستوفى الشرح الكامل لعلم الاقتصاد القياسى وخاصه للمبتدئ الذى لم تتوافر له الدرايه السابقه بهذا العلم . ولذا نورد فيما يلى بعض الامثله زياده في الشرح والايضاح .

تفترض النظرية الاقتصادية ـ من زاوية الاقتصاديات الافرادية : اى اقتصاديات الوحدة Micro economics. ـ حيث المنشأه والاسرة هى وحدة التحليل .

فروضا يمكن ان توضع فى صيغتها الرياضيه توطئه لاختبارها بعد ذلك بالاساليب الاحصائية •

١ — مثال من نظرية المنشــــأه :

تحدد نظرية المنشأه ان العنصر الانتاجى (العمل مثلا) يطلبه المستثمـــــر الى النقطه التى تتساوى فيها الانتاجية الحدية للعمل مع معدل الاجر الحقيقى تحـــــت ظروف التنافس • ويعتبر هذا الفرض اساسا لعلاقة يمكن اختبارها بنظرية القياس•

والى جانب هذا هناك ايضا العلاقة الفنية التى توضح العلاقة بين المدخلات والمخرجات ويعبر عنها بدالة الانتاج •

وبفرض ان المنشأه تستخدم نوعا واحدا من كل عنصر من العناصر الانتاجيــــة وهى العمل = ع والمواد الاولية = م ورأس المال = س ، لتنتج نوعا معينا من الناتـــــج (ص) كانت دالة الانتاج هـــــى :

$$\text{ص} = \text{د}\ (\text{ع}\ ،\ \text{م}\ ،\ \text{س}) \qquad (١)$$

ولا تدل هذه الداله الا على ان العناصر الانتاجية ع ، م ، س تتحـــــول الى الناتج ص عن طريق العملية الانتاجية التى تعبر عنها الداله •

وعند القياس يفترض المحلل تساوى طرفى المعادلة الامر الذى يتطلب اضافـــة الخطأ العشوائى فى الطرف الايسر من المعادلة التى تصبح :

$$\text{ص} = \text{د}\ (\text{ع}\ ،\ \text{م}\ ،\ \text{س}\ ،\ \text{ق}) \qquad (٢)$$

حيث ق = الخطأ العشوائى ذو الخصائص الاحتمالية • ويحـــــاول المحلل بعد ذلك تقدير معالم الداله عن طريق الحقائق الفنية والبيانات المتوافـــــرة فاذا كانت الداله من الدرجة الثانية كانت دالة الانتاج بالصورة الآتية :

$$\text{ص} = \text{أ}_{٠} + \text{أ}_{١}\text{ع} + \text{أ}_{٢}\text{م} + \text{أ}_{٣}\text{س} + \text{أ}_{٤}\text{ع}^{٢} + \text{أ}_{٥}\text{م}^{٢} + \text{أ}_{٦}\text{س}^{٢} + \text{أ}_{٧}\text{ع م} + \text{أ}_{٨}\text{ع س} + \text{أ}_{٩}\text{م س} + \text{ق} \qquad (٣)$$

وتكون الخطوه التاليه هى تقدير القيم العددية للمعالم $أ_{.}$ ، $أ_{١}$ ، $أ_{٢}$ ، $أ_{٣}$ ، ... $أ_{٩}$.
وقد تأخذ الداله الصوره التى وضعها كوب د ووجلاس وهى :

$$\text{ص} = \text{أ}\ \text{ع}^{\text{أ}_{١}}\ \text{م}^{\text{أ}_{٢}}\ \text{س}^{\text{أ}_{٣}}\ \text{ث} \qquad (٤)$$

ومن المعادلة (٣) يمكن استنتاج الانتاجية الحديه للعنصر الانتاجى العمل (ع) وتساوى $أ_{١} + ٢ أ_{٤} ع + أ_{٧} م + أ_{٨} س$.

وقد امكن الحصول عليها بايجاد التفاضل الجزئى للمتغير ص بالنسبه الى ع في المعادلة (٣) . ومن ذلك يمكن صياغة الفرض الاول كما جاء في النظرية الاقتصادية رياضيا كالآتى :

$$\frac{\partial \text{ص}}{\partial \text{ع}} = \text{أ}_{١} + ٢\ \text{أ}_{٤}\text{ع} + \text{أ}_{٧}\text{م} + \text{أ}_{٨}\text{س} = \frac{\text{ج}}{\text{سعر المنتج}} \qquad (٥)$$

= معدل الأجر الحقيقى

حيث ج = معدل الاجــور

ولا يعتبر المستثمر العلاقة ، كما عبرت عنها المعادلة (٥) ، معبره تماما عن موقفه لان هناك دائما خطأ عشوائى يجب أن يضاف الى العلاقة لتكون بالصيغه الاتيه :

$$\text{أ}_{١} + ٢\ \text{أ}_{٤}\text{ع} + \text{أ}_{٧}\text{م} + \text{أ}_{٨}\text{س} = \frac{\text{ج}}{\text{سعر المنتج}} + \text{ى}_{١} \qquad (٦)$$

وهذه العلاقة الاقتصادية تمثل فرضا يطلب اختباره بعد تقدير المعالم في المعادلـــة (٣) .

٢ — والمثال الآخر الذى يمكن ان نسوقه هنا يرتبط بنظرية سلوك المستهلك والتى نعبـــر فيها عن علاقة المنفعه الحدية كالآتـــى :

$$\frac{\text{المنفعه الحدية للسلعـة أ}}{\text{المنفعه الحدية للسلعـة ب}} = \frac{\text{سعر السلعة أ}}{\text{سعر السلعة ب}}$$

ولما كان تقدير هذه العلاقة صعب الا اذا تدخل الباحث النفسانى ٠ فاذا فرضنا ان المستهلك يدخل فى نطاق ميزانيته سلعا عددها (ن) كان عدد معادلات المنفعه الحديه ، وفقا للنظرية التقليدية ، (ن ــ ١) معادلة مع قيد هو معادلـة الميزانية ٠ والمعادلة الاخيرة تدل على ان الانفاق على السلع والخدمات بالاضافــة الى المدخر يساوى الدخـــل ٠

يتلو ذلك التعبير عن دالة الطلب رياضيا بأن الطلب على اية سلعة دالـــه فى جميع الاسعار التى يواجهها المستهلك الى جانب دخله وهذه المعادلة يسهـــل تقدير معالمها الا ان رأيا له قيمته يذكرنا بأن دوال الطلب يجب ان تعتمد علــــى الاسعار النسبيه والدخل الحقيقى وتصبح معادلة الطلب على السلعة الواويه هى :

$$\text{ك}_{\text{و}} = \text{ج} \left(\frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_{\text{و}}} ، \frac{\text{ع}_2}{\text{ع}_{\text{و}}} ، \ldots ، \frac{\text{ع}_{\text{و}-1}}{\text{ع}_{\text{و}}} ، \frac{\text{ع}_{\text{و}+1}}{\text{ع}_{\text{و}}} ، \ldots ، \frac{\text{ع}_{\text{ن}}}{\text{ع}_{\text{و}}} ، \frac{\text{ى}}{\text{ع}_{\text{و}}} ، \text{ن} \right)$$

حيث $\text{ك}_{\text{و}}$ = الكمية المطلوبة من السلعة الواوية

$\text{ع}_{\text{و}}$ = سعر السلعة الواوية

ى = الدخل ن = الخطا العشوائى

وتعتمد خصائص دوال الطلب السابقه مثله فى معالمها على دوال المنفعــــه الفردية والتى لم نتمكن من قياسها ٠ وهذا أمكننا الآن قياس دوال الطلب بصورتهــــا الاخيرة ٠ وهى الدوال التى تمكن سلوتسكى من استنباطها من دوال المنفعه ٠

ومعادلة سلوتسكى الشهيره والتى تعرف احيانا بانها المعادلة الاساسية فى نظرية القيمة يمكن كتابتها كالآتـــــــى :ـ

$$\frac{\partial \text{ك}_{\text{و}}}{\partial \text{ع}_{\text{ط}}} = -\text{ك}_{\text{ط}} \frac{\partial \text{ك}_{\text{و}}}{\partial \text{ى}} + \frac{\partial \text{ك}_{\text{و}}}{\partial \text{ع}_{\text{ط}}} \Big|_{\text{المنفعة = ثابت}}$$

ويمكن تفسيرها بأن التغير فى الكمية المطلوبة بالنسبه الى التغير فى السعــــــر يتركب من شقين هما : اولا التغير فى الكمية المطلوبة بالنسبة الى التغير فى الدخــــــل بالاضافة الى التغير فى الكمية المطلوبة بالنسبة الى السعر عند مستوى ثابت من المنفعه ، والشق الثانى يعرف احيانا بالاثر الاحلالى بين السلعتين الواوية والطائية . وهـــــــذا الاثر له خاصية التماثل التى يعبر عنهـــــا .

$$\frac{\partial \text{ك}_{\text{و}}}{\partial \text{ع}_{\text{ط}}} \Big|_{\text{المنفعه = ثابت}} = \frac{\partial \text{ك}_{\text{ط}}}{\partial \text{ع}_{\text{و}}} \Big|_{\text{المنفعه = ثابت}}$$

رابعا : اهداف الاقتصاد القياســـى

يمكن تحديد ثلاثة اهداف للاقتصاد القياسى (١) التحليل بمعنى اختبار النظرية الاقتصادية (٢) وضع السياسة بمعنى الحصول على التقديرات لمعالم العلاقات الاقتصاديـــة التى يمكن استخدامها فيما بعد فى وضع السياسات الاقتصادية (٣) التنبؤ بالقـــــــيم المستقبله وغالبا ما تسمى التطبيقات الناجحه فى مجال الاقتصاد القياسى الى تحقيـــــــق هذه الاهدافه

(١) التحليل ـ اختبار النظرية الاقتصاديــة :

استخدم الاقتصاديون فى المراحل الاولى لتطور النظرية الاقتصادية الاسلـــوب الوصفى لصياغة القوانين الاقتصادية الاساسية مطبقين طريقة البحث الاستنباطـــــى . فبدأت النظريات الاقتصادية من مجموعة المشاهدات التى تجمع عن سلوك الافــــــراد

كمستهلكين او منتجين ، ثم وضعت بعض الفروض الاساسية لرغبات الوحدات الاقتصادية الفردية. فافترضت نظرية الطلب ان هدف المستهلك هو تعظيم اشباعه ، اى منفعته مما ينفقه من دخله مع علمه باسعار السلع المستهلكة ، كما افترض ان هدف المنتجين هو تعظيم أرباحهم . ومن هذه الفروض استنتج الاقتصاديون بالتحليل المنطقى القوانين الاقتصادية العامة التى جاءت مجردة دون ان تختبر من الناحية التطبيقية فلم تبذل وقتئذ محاولات لاختبار مدى مطابقة هذه النظريات للسلوك الاقتصادى الفعلى للافراد .

ولما جاء الاقتصاد القياسى فقد هدف اساسا الى التحقق من النظريات الاقتصادية ، اى الى التحليل ، بمعنى حصولنا على الدليل العملى لاختبار القدرة التفسيرية للنظريات الاقتصادية ، ولتقرير مدى شرح هذه النظريات للسلوك الفعلى للوحدات الاقتصادية ، فليست هناك اليوم نظرية ما يمكن قبولها الا اذا دعمها الاختبار التطبيقى حتى وان اتصفت بسلاسة العرض ومنطقية الاسلوب.

(٢) وضع السياسة — الحصول على تقديرات معالم العلاقات الاقتصادية بهدف استخدامها فى وضع السياسات :

تستخدم الاساليب القياسية المختلفة فى اغلب الاحيان بهدف الحصول على تقديرات يوثق فيها لمعالم العلاقات الاقتصادية ، ويستفاد من هذه التقديرات فى الحصول على المرونات وغيرها كالمضاعفات ، والمعاملات الفنية للانتاج ، والتكاليف الحدية ، والايراد الحدى . وكلها ادوات لها اهميتها فى اتخاذ القرارات وفى صياغة السياسات الاقتصادية التى تتخذها المنشات او الحكومات ، كما انها تعاون ايضا فى مقارنة آثار القرارات المختلفة.

وعلى سبيل المثال فان قرار الحكومة بشأن تقييم عملتها يعتمد الى درجة كبيرة على الميل الحدى للاستيراد ، وكذا على مرونة السعر للصادرات والواردات. فاذا كانت هذه المرونة اقل من الواحد الصحيح فان اعادة التقييم سوف لا يساعد على الاقلال من العجز فى ميزان المدفوعات.

وبالمثل ان كانت مرونة الطلب لسلعة ما اقل من الواحد الصحيح ، كان من غير المقبول تخفيض سعرها الذى سيعمل على خفض الايراد من هذه السلعة . وبالعكس ان كانت المرونة اعلا من الواحد ، كان من الواجب الا تزيد الحكومة من الضريبة على هذه السلعة اذا كانت تهدف الى زيادة دخلها من الضرائب .

ومن كل ذلك تتضح اهمية الحصول على القيم العددية لمعالم العلاقات الاقتصادية التى يمكن ان يزودنا بها التحليل القياسى وهذا يصير اداة ضرورية فى صياغة السياسات الاقتصادية .

(٣) التنبؤ بالقيم المستقبلة :

اذا رغبت الحكومة فى وضع سياسة للعمالة كان من الضرورى دراسة الموقف الحالى للعمالة ، وما يجب ان يكون عليه مستوى العمالة فى السنوات الخمس . وباسلوب البحث القياسى يمكننا الحصول على تقدير لمستوى العمالة . فان كان المستوى منخفضا اتخذت الحكومة الاجراءات اللازمة لمنع وقوع ذلك . وان كانت القيمة المتنبأ بها للعمالة اعلا من القيمة المتوقعة للقوى العاملة اتخذت الحكومة الاجراءات اللازمة لتفادى التضخم .

وقد تزايدت فى السنوات الاخيرة اهمية التنبؤ للاقتصاديات المتقدمة وللتخطيط الاقتصادى فى البلاد النامية .

خامسا : فروع الاقتصاد القياسى

يمكن تقسيم الاقتصاد القياسى الى فرعين اساسيين هما الفرع النظرى والفرع التطبيقى .

ويشمل الفرع النظرى تطوير الطرق المناسبة لقياس العلاقات الاقتصادية . فكما سبق ان اشرنا ان اساليب القياس انما تعتمد اساسا على الطرق الاحصائية التى امكن تعديلها لتلائم خصائص العلاقات الاقتصادية . ومن اهم هذه الخصائص ان البيانات المستخدمة لقياس الظواهر الاقتصادية قد جمعت من واقع الحياة

وليست نتيجة تجارب معملية • الامر الذى يحتم ضرورة تطوير طرق القياس لتناسب هذا النوع من البيانات • هذا الى جانب ان العلاقات الاقتصادية ليست فى الحقيقة كما تفترضها النظرية الاقتصادية او الاقتصاد الرياضى نظرا لتأثر السلوك الاقتصادى الى حدما بالاحداث غير المتوقعة • تلك الاحداث التى يأخذها الاقتصاد القياسى فى اعتباره بادخال المتغير العشوائى فى العلاقات المدروسة •

وهذه الاساليب يمكن تقسيمها الى مجموعتين :الاولى وهى طرق المعادلة الواحدة Single equation اى الطرق التى تطبق فى كل مرة على معادلة واحدة • والثانية هى طرق المعادلات الانية Simultaneous equation. التى تطبق على معادلات النموذج آنيا •

ويشمل الفرع التطبيقى استخدام الاساليب القياسية فى المجالات المختلفة من النظرية الاقتصادية حيث أنها تختبر المشاكل المتعلقة بالابحاث التطبيقية فى ميادين الطلب والعرض والانتاج والاستثمار والاستهلاك وغير ذلك• ويتضح من ذلك ان الفرع التطبيقى انما يتضمن استخدام الادوات النظرية لتحليل الظواهر الاقتصادية والتنبؤ بالسلوك الاقتصادى•

الفصـــل الثاني :

اسلوب البحث القياســــى

أولا : تطـور البحث القياســى

اخذت كثير من النظريات الاقتصادية عند وضعها على اسلوب البحـث الاستنباطي ، الذي يتلخص في جمع الباحث للبيانات المختلفة عن الظواهـــر الاقتصادية ، موضوع البحث ، وتطبيق التحليل المنطقي او الرياضي عليهـــا لتصل منها الى نتائج يصيغها في النهاية في شكل نظريات عامة . فنظريـــات توزان المستهلك وتوازن المنتج كلها نظريات قامت على أساس البحث الاستنباطـــى .

ولما كان الباحث الاقتصادي باتباع الاسلوب الوصفي يوقف بنظـــر الى تعقيد المشكلة نتيجة لما وضعه من فروض اساسية وبديلة توصله الى كثير مـــن الاستنتاجات التي تعتمد على الاجتهاد في التفسير ، فقد كان من الافضل اللجـــوء الى الأسلوب الاستقرائي الذي يعتمد على التجربة والمشاهدة . ولا شك ان اتبـــاع مثل هذا الاسلوب يتطلب استخلاص الادوات التي تعاون في التحليل . ومن اهـــم هذه الادوات كان الاحصاء . فقد بدأ استخدام الاحصاء واساليبه منذ أوائـــل هذا القرن فظهرت على سبيل المثال البارومترات المعروفة التي اصدرتهـــا جامعة هارفارد - وهي مقاييس لم تستخلص على اساس نظري سليم - كما ركبت الارقـــام القياسية لاسعار الاوراق المالية والارقام القياسية لقياس نشاط الاعمال المكونة مـــن رقم قياس لمستوى الاسعار والرقم القياسي لانتاج الحديد الخام باعتباره مادة أساسيـــة وغير ذلك من الارقام التي تتأثر بمستوى النشاط الاقتصادي .

واستمر العمل بهذا الاسلوب قرابة الربع قرن وكانت المهمة الاساسيـــة للباحثين هي تحليل السلاسل الزمنية الى مركباتها المختلفة من تغيرات دوريـــة

وموسمية واتجاه عام . وكان التفكير اساسه ان الزمن هو المسئول عن تكوين هذه المركبات على ان يتولى الباحث تفسيرها . ومعنى ذلك ان الباحث كان هدفه دائما هو قياس محصلة القوى الاقتصادية التى تؤثر على اوجه النشاط دون الاهتمام بقياس هذه القوى والتعرف عليها .

والى جانب ذلك ، اى الى جانب القياس دون الاعتماد على النظرية ، كانت المحاولات مستمرة لتدعيم الصلة بين النظرية والمشاهدة . ومن اهم هذه المحاولات كانت محاولة الاستاذ هنرى مور ، عندما حاول التعرف على العوامل المؤثرة على الاسعار . ثم تلتها محاولات كوب ودوجلاس لقياس دوال الانتاج . كما اهتم بعض الاقتصاديين بقياس معادلات الطلب وخرجت دراسة هنرى شولتس التى تناولت اسس نظرية الطلب فى صيغتها الرياضية بالاضافة الى ما قام به من قياس بعض العلاقات للحصول على مرونة الطلب لعديد من السلع فى سوق الولايات المتحدة خلال فترة ما بين الحربين العالميتين وذلك فى كتابة المعروف.

" The Theory and Measurement of Demand".

ثم ما لبث ان بدأ التطور وتشعبت الدراسات بتناول العلاقات بين الظواهر المختلفة وذلك بتحليل السوق بدلا من تحليل السلعة .

الى ان جاءت محاولة هامة قامت بها عصبة الامم (الامم المتحدة) فى اواخر السنوات الثلاثينية عندما طلب من الاستاذ تينبرجن دراسة اسباب حالة الكساد التى عمت العالم فى اوائل السنوات الثلاثينية وذلك باسلوب احصائى يمكن من التحقق من النظريات الاقتصادية القائمة وقتئذ . فخرج بدراسته المعروفة.

" Statistical Testing of Business Cycle Theories".

وقد اشتملت الدراسة على ٤٠ معادلة تمثل العرض والطلب وتكوين الدخل واسعار الفائدة والاستثمار الى غير ذلك.

ومن ثم تطورت الاساليب الاحصائية ودخلها جبر المصفوفات وانتهت كل هذه المحاولات بظهور علم الاقتصاد القياسي كعلم مستقل • وكانت اول خطوه اتبعت لتدعيم ذلك انشاء جمعية الاقتصاد القياسي Econometric Society، واصدار مجلة لنشر البحوث المتخصصه في هذا الميدان باسم ايكونوميتريكا Econometrica.

ثانيا : اسلوب البحث القياسي

تهتم بحوث الاقتصاد القياسي التطبيقي بقياس معالم العلاقات الاقتصادية، وبالتنبؤ بالقيم المستقبله لمتغيرات هذه العلاقات • والعلاقات التي يمكن قياسها باستخدام اى من طرق البحث القياسي هي العلاقات السببيه • وتضم هذه العلاقات بعض المتغيرات التي يفترض ان تكون سببا في تغير المتغيرات الاخرى • ومن هنا يتضح ان المعادلات التعريفية Definitional. لا تتطلب القياس وعلى سبيل المثال فالمعادلة ى = ك + س حيث ى = الدخل ، ك = الاستهلاك ، س = الاستثمار، والمعادلة بشكلها السابق هي التعريف الرياضي للدخل القومي كما جاء في النظرية الاقتصادية ، ونلاحظ انها لا تفسر تحديد مستوى الدخل او اسباب التغير فيه • ويأتي تأكيدنا لهذه النقطه من ان بعض الباحثين يحاولون قياس علاقات هي في الحقيقة لا تعدو ان تكون تعريفات بسيطة ولا تعبر عن علاقات سببيه بين المتغيرات الداخله فيها •

ويمكننا ان نبسط هنا خطوات البحث القياسي في اربعة خطوات :

١ ـ توصيف النموذج Specification وفيها تتم محاولة قياس الظاهرة موضع التحليل • وتعرف هذه الخطوه ايضا بأنها خطوة صياغة الفروض•

٢ ـ تقدير المعالم Estimation. باستخدام انسب طرق البحث القياسي • وتعرف بانها خطوة اختبار الفروض•

٣ ـ تقيم التقديرات (Evaluation) ومدى قبولهـا ودرجة الثقة فيها .

٤ ـ التنبؤ (Forecasting) واختبار القدره التنبؤية للنموذج .

والخطوات الثلاثة الاولى هى اهم الخطوات فى البحث القياسى كما تتطلب خبرة الاقتصادى ومهارته فى النظم الاقتصادية . والخطوات الثلاثة الاخيرة تتطلب المعرفة بالنواحى النظرية للاقتصاد القياسى .

وفيما يلى شرح مبسط لكل خطوة من الخطوات السابقـه :

١ ـ توصيف النموذج

يعتبر التوصيف الخطوه الاولى وهى اهم الخطوات ، ويحاول فيهـا الباحث القياسى دراسة العلاقة بين المتغيرات وصياغة هذه العلاقة فى صورتهـا الرياضية ، بمعنى توصيف النموذج الذى سيتم عن طريقة بحث الظاهرة الاقتصاديـة تطبيقيـا .

ويتضمن التوصيف : (١) تحديد المتغير التابع والمتغيرات المفسره . (٢) تعيين التوقعات النظرية والقبليه لاشارات وقيم معالم الدوال وهى المقاييس النظرية التى على اساسها سيتم تقيم التقديرات المتحصل عليها لمعالم النمـوذج (٣) تحديد الصيغة الرياضية للنموذج من حيث عدد المعادلات وكونها خطيـة او غير خطيه ... الخ .

ويعتمد توصيف النموذج القياسى على النظرية الاقتصادية وكل مـا يتوافر لدينا من معلومات عن الظاهرة موضوع الدراسة . ولذا كان لزاما على الباحث القياسى الالمام بالنظرية الاقتصادية ، ومختلف الدراسات التى سبق ان اجريت ، وبكافة البيانات المتوافرة عن خصائص العلاقة التى يتناولها بالبحث .

(١) متغيرات النموذج :

يتسنى للباحث القياسى ، من مصادر المعلومات التى سبق ذكرها ، ان يحدد المتغيرات التى سيكون لها اثرها على المتغير التابع . فالنظريـة

الاقتصادية تشير الى تلك المتغيرات في كل حالة . وعلى سبيل المثال اذا رغب الباحث القياسي في دراسة الطلب على سلعة ما كان المصدر الاول هو النظرية الاستاتيكية للطلب التي تشير الى المتغيرات المحدده للطلب وهي : سعر السلعة ، واسعار السلعه الاخرى (البديله او المكمله) ، والدخل ، والتفضيلات المختلفة . وعلى هذا الاساس تكون الصيغه العامه لدالة الطلب هي :

ك = د (س ، ع ، ى ، ت)

حيث ك = الكمية المطلوبة من السلعة

س = سعر هذه السلعة

ع = سعر السلع الاخرى

ى = الدخل

ت = المقياس المناسب لاذواق المستهلكين

كما تشير الدراسات السابقة في هذا المجال الى ان هناك متغيرات أخرى ، بخلاف المتغيرات الاربعة المذكوره ، والتي تقترحها النظرية الاقتصادية ، ذات أثر على الطلب كالدخل في الفترات السابقة (ى و-١ ، ى و-٢ ...) والضرائب ، وسياسة الحكومة في التسليف (ص) ، وتوزيع الدخل (ى ت) . فتكون دالة الطلب الجديدة هي :

ص = د (س ، ع ، ى ، ت ، ى و-١ ، ى و-٢ ، ص ، ى ت)

ولا يفوتنا أن ننوه ايضا عن متغيرات اخرى يمكن اضافتها في حالات أخرى . كما هو الحال عند دراسة الطلب على الصادرات من سلعة ما . وهذه المتغيرات هي على سبيل المثال سياسات الاغراق Dumping. ، والتعريفات المختلفة في البلاد المستورده ، والقيود على النقد الاجنبي في هذه البلاد ... الخ .

ومن الواجب ان نوضح هنا ان عدد المتغيرات الداخله في النموذج انما يتوقف على طبيعة الظاهرة موضوع الدراسة ، والهدف من البحث . وغالبا ما يقتصر

الامر على اظهار اربعة او خمسة من المتغيرات المفسره الهامه مع اخذ المتغيرات الاخرى الاقل اهمية فى الاعتبار من خلال المتغير العشوائى .

(٢) اشارات وقيم المعالم :

ان تفسر المصادر السابقه للمعلومات ، وهى النظرية الاقتصادية والبحوث السابق اجراؤها ، سوف تلقى الضوء على ما نتوقعه لاشارات وربما لقيم المعالم .

فاذا تضمن البحث دراسة دالة الطلب لسلعة ما فى الصورة :

ص = ب + ب١ س + ب٢ ع + ب٣ ى + ق

فاننا نتوقع- وفقا للنظرية العامه للطلب الحقائق الآتيه :ـ

(أ) الاشارة السالبه للمعلمه ب تأكيدا لقانون الطلب الذى يفترض العلاقة العكسيه بين الكمية المطلوبة والسعر .

(ب) الاشارة الموجبه للمعلمة ب٣ حيث الدخل والكمية المطلوبة بينهما علاقة موجبه الا فى حالة السلع الدنيا .

(حـ) الاشارة الموجبه للمعلمه ب٣ فى حالة ما اذا كانت السلعة الاخرى سلعة بديله ، والاشاره السالبه لنفس المعلمة اذا كانت السلعتين مكملتين .

اما بالنسبه لقيم المعالم (بر) التى تدخل فى حساب المرونات ، فتشير النظرية الى ان قيمة المرونه انما تتوقف على طبيعة السلعه ومدى توافر البدائل . فاذا كانت السلعة ضرورية توقعنا ان تكون كل من مرونتى السعر والدخل عدديا صغيره ، اما اذا كانت كمالية كانت هذه المرونات عدديا كبيره بافتراض عدم توافر البديل لهذه السلعة ، اما المرونة المتقاطعه للطلب على السلعة الاولى بالنسبه لسعر السلعة الثانية ، انما تتوقف على مدى كون السلعة الثانية بديله او مكمله للسلعة الاولى . فان كانت السلعة الثانية بديله للسلعة الاولى كانت المرونه المتقاطعه كبيرة .

وفي مثال آخر ـ دالة الاستهلاك في صورتها البسيطة حيث يتوقف الاستهلاك (ص) على الدخل (ى) :

ص = ب + ب١ ى + ن

وفي هذه الدالة تكون المعلمة ب١ هي الميل الحدى للاستهلاك وهو موجب الاشارة بقيمة تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح ، صفر ﴿ ميل الحدى للاستهلاك ﴿ ١ ، بينما الثابت ب من المتوقع ان يكون موجبا ايضا ، ومعنى الثابت الموجب انه حتى وان انعدم الدخل (صارت قيمته صفر) كان الاستهلاك موجب القيمة اذ يلجأ المستهلك الى الانفاق من مدخراته السابقه ، او الى الاستدانه ، او الى اية طريقة اخرى لمواجهة متطلباته ·

ويتطلب تحديدنا لطبيعة السلعة من حيث انها عاديه أو دنيا ، ضروريه أو كماليه ، لها بدائل أو ليست لها بدائل ، دراسة ظروف سوق السلعة المبحوثة ·

اما اضافة بعض المتغيرات او استبعاد البعض الاخر من دالة ما فيمكن ان ننظر اليه باعتبار ان المعلمه لا تساوى الصفر او تساويه · فاذا رأى الباحث استبعاد متغير ما من الداله فمعنى ذلك انه قد افترض ان قيمة معلمة هذا المتغير انما تساوى الصفر ، واذا افترض اضافة المتغير الى الدالة فان ذلك يعنى ان قيمة معلمته انما تختلف عن الصفر · وبطبيعة الحال ان القياس احيانا قد يشير الى عدم معنوية بعض المتغيرات التي اضيفت الى الدالة ، الامر الذى يتطلب منا استبعاد هذه المتغيرات ·

ونخلص من ذلك ان طبيعة الظاهرة الاقتصادية التي نرغب في دراستها هي التي تحدد عدد متغيرات النموذج في بادىء الامر ، بينما يتوقف هذا العدد في النهاية على مدى اجتياز تقديرات المعالم للمقاييس الاقتصادية والاحصائية والقياسية المعروفة ·

(٣) الصياغة الرياضية للنموذج من حيث عدد المعادلات وكونها خطية وغير خطية الخ .

ان النظرية الاقتصادية قد لا تتعرض للصيغه الرياضية للعلاقات او عدد المعادلات التى يتضمنها النموذج الاقتصادى ، كما هو الحال فى حالة نظرية المستهلك حيث لم يتحدد ما اذا كان الطلب على سلعة ما لابد من دراسته عن طريق نموذج المعادلة الواحدة ، او عن طريق مجموعة المعادلات الآتيه . كما ان خطية المعادله او عدم خطيتها لا تحددها النظرية الاقتصادية. هذا وان كانت النظرية تشير الى بعض الدلائل عن صيغة دالة الطلب . فمن الناحية الاستاتيكية فان نظرية الطلب قد بنيت على ان سلوك المستهلكين رشيد ، وانهم لا يتعرضون للوهم النقدى . ومعنى هذا الفرض أنه اذا تغيرت كل الاسعار والدخول بنفس النسبه فان المستهلك الرشيد سوف لا يغير من نمط استهلاكه ، اى انه سوف لا يغير من استهلاكه للسلع المختلفة . وبتعبير آخر يمكن القول بان دالة الطلب دالة متجانسة من الدرجة الصفرية.

وفى معظم الاحيان فان النظرية الاقتصادية لاتحدد بصراحة الصيغة الرياضية للعلاقات الاقتصادية . ولعله من المفيد ان تعرض البيانات باخذ المتغير التابع مع كل من المتغيرات المفسره فى اشكال انتشار لتلقى بعض الضوء على اختيار الصيغه الرياضية التى تظهر بها الدوال المختلفة. كما يمكن للباحث القياسى ايضا ان يمارس التجربة فيلجأ الى المعادلات الخطية وغير الخطية ، وعليه ان يختار منها ما يوصله الى نتائج مرضيه باستخدام الاساليب الاحصائية الدقيقة.

وتظهر المعادلات غير الخطية عادة فى صورة كثيرات حدود مثل

$$ص = أ + أ_١ س + أ_٢ س^٢ + ن$$

او

$$ص = أ_. + أ_١ س + أ_٢ س^٢ + أ_٣ س^٣ + ن$$

وعلى الباحث القياسى وحده ان يحددما اذا كانت الظاهرة موضع الدراسة

سيتم قياسها بنموذج المعادلة الواحدة او بنموذج المعادلات الآنية. فاذا كانت العلاقة الاقتصادية معقدة، وتم قياسها بنموذج المعادلة الواحدة أدى ذلك الى حصولنا على تقديرات خاطئة لمعالمها.

هذا وان كان جزءا كبيرا من البحوث القياسية التطبيقية يعتمد اساسا على نماذج المعادلة التى تقدر معالمها بطرق قياس المعادلة الواحدة. ولا شك انه اسلوب غير سليم.

ومن الملاحظ ان عدد المعادلات ، اى حجم النموذج ، انما يتوقف على (١) درجة تعقيد الظاهرة الاقتصادية ، موضوع البحث ، (٢) الغرض الذى من اجله يتم قياس النموذج ان كان للتنبؤ او للحصول على معالم دقيقة ، (٣) مدى توافر البيانات وامكانيات اجراء العمليات الحسابية لدى الباحث. ومن اجل ذلك فانه يمكننا تبسيط النموذج فى بعض الحالات بحذف بعض المعادلات نظرا لعدم توافر البيانات او الامكانيات المادية او الوقت اللازم.

ويتضح مما سبق ان خطوة التوصيف تعتبر من اهم واصعب خطوات البحث القياسى ، ولعل من اهم اسباب عدم دقة توصيف النماذج الاقتصادية (١) ان يكون ما جاء فى النظرية الاقتصادية خاصا بها غير محدد. (٢) ان تكون معلوماتنا عن المتغيرات الداخلة فى النموذج محدودة، (٣) صعوبة الحصول على البيانات اللازمة فى حالة النماذج الاقتصادية الكبيرة.

ومن اهم الاخطاء المعروفة فى التوصيف هى اهمال بعض المتغيرات، واهمال بعض المعادلات ، والصياغة الخاطئة للدوال.

٢ ـ تقدير معالم النموذج

يبدأ الباحث القياسى ، عقب انتهائه من توصيف وصياغة النموذج ، فى الحصول على التقديرات الكمية لمعالم هذا النموذج. ويعتبر التقدير عملا فنيا بحتا ويتطلب الالمام الكامل من الباحث القياسى بكافة اساليب القياس ، التى تنحصر فى :

(١) تجميع البيانات الاحصائية عن المتغيرات الداخله فى النموذج .

(٢) اختبار شروط التمييز للدوال .

(٣) اختبار مشكلة التجميع بالنسبة للمتغيرات .

(٤) تقدير معامل الارتباط بين المتغيرات المفسره اى اختبار درجة الازدواج الخطى .

(٥) اختبار الاساليب القياسية المناسبة لتقدير معالم الداله .

وفيما يلى شرح للنقاط السابقة كل على حده :

(١) تجمع البيانات الاحصائية المستخدمه فى تقدير معالم النموذج اما (أ) فى صورة سلاسل زمنية او (ب) من قطاعات مستعرضه . كما هو الحال عند اختيار عينه من بيانات ميزانيات الاسر التى تشير الى اوجه انفاق كل اسره على السلع المختلفة والى دخل هذه الاسر وتركيبها وغير ذلك من خصائصها الديموجرافية والاجتماعية والمالية . (جـ) وقد تجمع ايضا البيانات عن الاساليب الفنية للانتاج من منتجى السلع المختلفة لاستخدامها فى دراسة دوال الانتاج وعلاقة المستخدم والمنتج . (د) وفى حالة الدوال التنظيمية كالدوال الخاصه بالضرائب . فتجمع بياناتها مباشرة من واقع القوانين المفروضة . (هـ) واخيرا فهناك العوامل ذات الاثر على المتغير التابع والتى لا يمكن قياسها احصائيا لكونها متغيرات نوعية كالمهنه والدين والنوع . وكلنا يعلم اثرها على استهلاك الخبز واللحوم وادوات الزينه . وهذه العوامل يمكن ادخال اثرها فى الدوال عن طريق المتغيرات العددية Dummy Variables.

والمثال على ذلك دراسة الطلب على الخبز من بيانات القطاع المستعرض حيث نجد ان عامل النوع (ذكر او انثى) ذو تأثير على هذا الطلب . فيمكن تمثيل هذا العامل بالمتغير العددى فيعطى رقم واحد فى حالة المستهلك الذكر . ورقم صفر فى حالة المستهلك الانثى . ويمكن ايضا ان تعتبر ملكية السيارة متغيرا يعبر عنه بمتغير عددى فى حالة دراسة الطلب على البنزين من بيانات قطاع مستعرض . فالمستهلك الذى يملك السيارة يعطى الرقم واحد . والذى لا يملكها يعطى الرقم صفر .

وهناك العديد من المشاكل التى تتعرض لها نتيجة استخدامنا لنوع معين من البيانات دون النوع الآخر عند قياس النموذج • فيختلف معنى المعلمات المقدرة فى حالة استخدامنا لبيانات السلاسل الزمنية عنه فى حالة استخدامنا لبيانات القطاعات المستعرضة• وقد نلجأ فى بعض الاحيان الى الجمع بين هذين النوعين من البيانات•

(٢) التمييز هو مشكلة يجب اجتيازها من خلال الاجراء المناسب حتى يتسنى لنا الحصول على معالم يتم تقديرها بالاسلوب القياسى الملائم • فتكون هى المعالم الحقيقية للداله موضوع البحث• وتبرز هذه المشكلة عندما نحصل على تقديرات ليس هناك ما يؤكد كونها تخص الداله المقصوده بالدراسة ام داله اخرى لها نفس الصياغة من الناحية الاحصائيـــة •

والمثال على ذلك دالة الطلب التى يتم قياسها لسلعة ما خلال فترة يثبت فيها كل من الدخل والمتغيرات الاخرى ويتغير فيها السعر • ويترتب على ذلك ان كلا من العرض والطلب سيتوقف على سعر السلعة اى ان :

$$ك_{ط} = د (ع) \quad ، \quad ك_{ض} = د (ع)$$

فاذا فرضنا اننا سنعمل على قياس دالة الطلب مستخدمين بيانات السلاسل الزمنية التى تسجل الكميات المطلوبة والاسعار المناظرة • ولكن الكميات المطلوبة هى فى نفس الوقت الكميات المباعه اى ان ط = ض بالاسعار السوقية (ع)• فاذا ما استخدمت بيانات كل من ك ، ع صار من غير المؤكد ما اذا كانت المعالم المقيسه لدالة الطلب أم لدالة العرض• ولكن هناك بعض القواعد التى يمكن عن طريقها تمييز معالم الداله•

(٣) تنشأ مشاكل التجميع عند استخدام متغيرات مجمعه فى الداله• وقد يتم التجميع على مستوى الافراد كما هو الحال بالنسبه للدخل الكلى وهو مجموع دخول الافراد ، وللناتج الكلى وهو مجموع نواتج المنشآت • ويتم التجميع ايضا على مستوى

السلع . فاذا تم التجميع لكميات السلع او اسعارها استخدمت الارقام القياسية بالصيغ المناسبة للكمية او السعر . ومثال ذلك قياس دالة الطلب على الغذاء الذى تفسره المتغيرات : الدخل الكلى ، وسعر الغذاء ، وسعر السلع الاخرى وكلها تظهر بصوره مجمعه .

ويترتب على وقوعنا فى مشاكل التجميع تحيزا فى تقديرا لمعالم يسمى " تحيز التجميع " ولذا كان من الواجب اختبار مصادر الخطأ قبل قياس الدالة .

(٤) ترتبط اغلب المتغيرات الاقتصادية نظرا لتغيرها آنيا فى مختلف اوجه النشاط الاقتصادى . فالدخل والعماله والاستهلاك والاستثمار والصادرات والواردات والضرائب تنمو كلها فى فترات الرخاء وتنخفض فى فترات الكساد . ونتيجة لذلك فهناك درجة من الازدواج الخطى بين هذه المتغيرات الاقتصادية ترجع الى النمو والتقدم الفنى . فاذا كان الارتباط قويا ، فان التقديرات المتحصل عليها تكون مضلله ، اذ يكون من المتعذر فصل اثر كل من المتغيرات المفسره تحت هذه الظروف . فالاسعار والاجور تتزايد معا ، فاذا اضيف هذين المتغيرين فى دالة الطلب ضمن المتغيرات المفسره ، صار من المحتمل جدا حصولنا على تقديرات غير دقيقة للمعالم .

(٥) يتم تقدير معالم العلاقات الاقتصادية بعدة طرق يمكن تقسيمها فى مجموعتين :

أ — طرق المعادلة الواحدة — وتطبق على المعادلات فرادى وأهمها طريقة المربعات الصغرى العادية ، وطريقة المربعات الصغرى غير المباشرة ، وطريقة المربعات الصغرى على مرحلتين ، وطريقة الامكان الاكبر للمعلومات المحدوده ، وغير ذلك من طرق التقدير المختلطة .

ب ــ طرق المعادلات الآنية ــ وتطبق على مجموعة المعادلات فى نفس الوقت فنحصل منها على تقديرات لمعالم الدوال آنيـــاء واهمها : طريقة المربعات الصغرى على ثلاثة مراحـــل، وطريقة الامكان الاكبر للمعلومات الكاملة.

ويتوقف اختيارنا لاى من هذه الطرق على عدة عوامل اهمهـا :

أ) طبيعة العلاقة وظروفها التمييزية

ب) خصائص تقديرات المعالم المتحصل عليها باستخدام كل من الطرق السابقـــة وهذه الخصائص هى : عدم التحيز والاتساق والكفاءة والكفاية.

حـ) مدى اهمية كل من الخصائص والتى يحددها الغرض من البحث القياسى .

د) بساطة الطريقة من حيث سهولة الحساب وقلة البيانات المطلوبة.

هـ) الوقت والتكاليف اللازمين .

ولا شك ان قصور البيانات يعتبر من اهم الاسباب لاحجامنا عـــن استخدام انسب طرق التقدير من الناحية النظرية ، والتجائنا الى احدى الطـــرق الاخرى ، اخذا فى الاعتبار الآثار المترتبه عن الاخطاء المحتمله فى التقديرات.

وبعد اختيار طريقة التقدير يتحتم على الباحث القياسى ذكر الفـــروض الخاصه بالطريقة المختارة ، واختبار آثارها على تقديرات المعالم . وتختص هذه الفـروض بشكل توزيع المتغير العشوائى (ى) وبالعلاقات القائمه بين المتغيرات المفسره . وهذه الفروض وان كانت تتعلق بمتغيرات النموذج الا انها تذكر عادة على انها تخص طريقـــة التقدير المستخدمه . فاذا لم تتحقق هذه الفروض كانت التقديرات متحيزه وصار مـــن الصعب علينا الثقه بهـــا .

٣ ــ تقييم التقديـــرات

ويقصد بالتقييم التأكد مما اذا كانت التقديرات تتفق والناحية النظريـــة ويمكن قبولها من الناحية الاحصائية . وجوانب التقييم هـــى :

(١) من الناحية الاقتصادية وتحددها النظرية الاقتصادية ٠
(٢) من الناحية الاحصائية وتحددها النظرية الاحصائية ٠
(٣) من الناحية القياسية وتحددها النظرية الاقتصادية القياسية ٠

(١) المعايير الاقتصادية :

وتحددها النظرية الاقتصادية وتهتم باشارات وقيم المعالم التقريبية ٠ ومعالم النماذج الاقتصادية هى : المرونات والقيم الحدية والمضاعفات والميول الحدية ٠

(٢) المعايير الاحصائية :

وتحدد النظرية الاحصائية الاختبارات المستخدمه والتى تهدف الى تحديد درجة الثقة الاحصائية فى معالم النموذج المقدره ٠ واهم هذه المقاييس الاحصائية هى معامل الارتباط والانحراف المعيارى (او الخطأ المعيارى) للمعالم ٠

يعبر مربع معامل الارتباط ، معامل التحديد ، المحسوب من عينة البيانات المتوافره عن المتغيرات ، عن نسبة التغيرات الكلية فى المتغير التابع التى أمكن شرحها عن طريق التغيرات فى المتغيرات المفسره ٠ ويقيس الانحراف المعيارى أو الخطأ المعيارى للمعالم درجة تباين التقديرات حول المعالم الحقيقية فكلما كبر الخطأ المعيارى كلما قلت درجة الثقة فى المعلمه ٠

ويأتى المعيار الاحصائى فى المرتبة الثانية بعد المعيار الاقتصادى ، فاذا جاءت التقديرات باشارات أو قيم مخالفة كان من الضرورى رفضها حتى وان كان معامل الارتباط كبيرا وكانت الاخطاء المعيارية مقبوله احصائيا ٠ حيث أن المعالم وان كانت تتفق والمعايير الاحصائية الا انها لا تتفق والمعايير الاقتصادية القبلية النظرية ٠

(٣) المعايير القياسية :

وتحددها نظرية الاقتصاد القياسي ، وتهتم هذه المعايير القياسية بارشاد الباحث الى ما تتصف به التقديرات من خصائص كعدم التحيز والاتساق وغير ذلك . وتهدف المعايير القياسية الى البحث عن مدى مطابقة فروض الاساليب القياسية المستخدمة والتى تختلف باختلاف الطرق القياسية ، وجميع هذه الطرق تفترض استقلال قيم المتغير العشوائى فى النموذج . ويؤدى هذا الفرض الى عدم وجود الارتباط الذاتى للبواقى . فاذا لم يتحقق فان الخطأ المعيارى للمعالم لا يؤخذ به كمعيار للمعنوية الاحصائية . ولاختبار فرض الارتباط الذاتى تستخدم الاختبارات الخاصة بذلك كاختبار " دربن واطسن ".

كما تفترض الطرق القياسية ضرورة تمييز الدالة والا كانت تقديرات المعالم لا معنى لها . وتتضمن قواعد التمييز الاختبار القياسى الذى يهدف الى التعرف على مدى تحقيق فرض من اهم فروض جميع الطرق القياسية .

ويتضح مما سبق ان تقييم النتائج المتحصل عليها أمر ليس بالسهولة بما كان ، اذ يتحتم على الباحث ضرورة استخدام جميع المعايير الاقتصادية والاحصائية والقياسية قبل قبول او رفض اى من التقديرات . واذا لم يتحقق فرض قياسى ، فغالبا ما يعاد توصيف النموذج باضافة او حذف او تعديل بعض المتغيرات لنبدأ بعد ذلك فى تقدير المعالم للصيغة الجديدة ، واختبارها بالمعايير التى سبقت الاشارة اليها .

٤- تقييم القدرة التنبؤية للنموذج

ان من اغراض البحث القياسى الحصول على تقديرات لمعالم العلاقات الاقتصادية توطئة لاستخدامها فى التنبؤ بالقيم العددية للمتغيرات .

وقبل استخدام النتائج المتحصل عليها فى التنبؤ يجب علينا ان نقيم القدرة التنبؤية للنموذج ، علينا ان نتأكد من اتفاق النتائج والنظرية الاقتصادية ، الى جانب سلامتها من الناحيتين الاحصائية والقياسية خلال الفترة الزمنية للتقدير .

أخذا في الاعتبار ان التغيرات السريعة في المعالم الهيكلية سوف تجعل من غير المناسب اجراء التنبؤ المطلوب . ويتم تقييم القدرة التنبؤية للنموذج باحد اسلوبين الاول يتلخص في استخدام تقديرات معالم النموذج لفترة اخرى لا تدخل في فترة العينة ، ثم مقارنة القيمة المتحصل عليها بالقيمة الفعلية للمتغير التابع . والفرق المتوقع بين القيمتين المحسوبة والفعلية يجب اختبار معنويته احصائيا . فاذا كان الفرق معنويا تأكد لنا ان القدرة التنبؤية للنموذج في العينة الاضافية ضعيفة .

والاسلوب الثاني ينحصر في اعادة تقدير معالم النموذج بعد اضافة بيانات الفترة الجديدة ، ثم مقارنة التقديرات الجديدة بالسابق الحصول عليها ، واختبار معنوية الفرق بالطرق الاحصائية المناسبة . وتنحصر الاسباب المختلفة التي تؤدي الى حصولنا على تنبؤات ضعيفة المستوى في الآتي :

(١) عدم دقة البيانات الخاصة بالمتغيرات المفسرة .

(٢) عدم دقة تقديرات المعالم .

(٣) تغير ظروف النموذج مما يجعل من المتعذر استخدام التقديرات القديمة لتحقيق الغرض . ويتحتم في هذه الحالة اعادة التقدير على اساس الاوضاع الجديدة .

ويمكننا ان نعرض مثالا لطريقة التنبؤ . اذا فرضنا ان دالة الطلب لسلعة ما قيست باسلوب المعادلة الواحدة من بيانات السلاسل الزمنية خلال الفترة ١٩٥٠ — ١٩٦٨ وكانت نتائجها :

$$ك_و = ١٠٠ + ٥ ى_و − ٣٠ ع_و$$

وللتنبؤ بقيمة الطلب على هذه السلعة لعام ١٩٧٠

حيث ى = ١٠٠٠ ، ع = ٥

فان ك ١٩٧٠ = ١٠٠ + ٥ × (١٠٠٠) — ٣٠ × ٥

= ٤٩٥٠ طن

فاذا كان الطلب الفعلى على هذه السلعة عام ١٩٧٠ يســاوى ٤٥٠٠ طن فان الفرق بين الطلب المقدر والطلب الفعلى يقابل ٤٥٠ طن ، وهذا الفـــــرق يمكن اختبار معنويته بعدة طرق،فاذا ثبتت معنويته وجب علينا البحث عن اسبـــاب الخطأ فى القيمة المقدره عملا على تحسين القدره التنبؤ ية للنموذج .

الفصل الثالث

النماذج الاقتصادية Economic Models

أولا ـ تعريف

لما كانت موارد المجتمع الانتاجية نادره ، بينما حاجات الانسان ورغباته عديده ولا نهائية ، فان الباحث أو المحلل الاقتصادي يهمه ان يدرس الطريقة التي تتفاعل بها القوى الاقتصادية في المجتمع ، بمعنى انه يود ان يقف على افضل استخدام للموارد الانتاجية لخلق السلع والخدمات بأكبر كفاية انتاجية ، أي بأقل نفقات ممكنه ، الى جانب التعرف على كيفية توزيع المنتجات على افراد المجتمع ، وتحديد ما ينفقه المجتمع في شراء السلع الاستهلاكية ، وما يضيفه الى الموارد الاصليه ، اى ما يدخره ، للمعاونه في زيادة الانتاج مستقبلا .

ويتطلب تحقيق ذلك كله الوقوف على العلاقات القائمه بين العوامل الاقتصادية المختلفة المكونه للهيكل الاقتصادي للمجتمع . وهذه العلاقات في مجموعها تكون ما يسمى بالنموذج الاقتصادي . ومثال ذلك النموذج الذي وضعه كينز Keynes. ليصف لنا الناتج (الدخل) القومي ، ويشمل : معادلة لتفسير الاستهلاك ، واخرى للاستثمار ، بالاضافة الى ثالثه تعرف الناتج (الدخل) القومي بأنه مجموع الاستهلاك والاستثمار . كما قد يكون النموذج لسلعة ما في سوق معينه ، ويتكون في هذه الحاله من ثلاث معادلات : واحده لتصف لنا الطلب ، وأخرى تتناول العرض ، وثالثه تمثل شرط التوازن بين العرض والطلب .

فالنموذج الاقتصادي اذن هو المجموعة المتكامله من المعادلات الرياضية التي تشرح العلاقة بين المتغيرات الاقتصادية المختلفه ، وذلك بهدف تحديد العوامل

التى تؤثر فى النواحى الاقتصادية للمجتمع او السوق ، وكذلك الحصول على تقديرات لمعالم المعادلات بعد حلها آنيا . وتسمى هذه المعادلات بالمعادلات الهيكلية .

ان جودة النموذج القياسى يمكن الحكم عليها وفقا للخصائص الآتية :

١ ـ المطابقة النظرية :

يجب ان يكون النموذج متمشيا مع فروض النظرية الاقتصادية .

٢ ـ القدرة على التفسير :

لابد وأن يكون النموذج قادرا على شرح البيانات الحقيقية ومتسقا مع السلوك المشاهد للمتغيرات الاقتصادية التى يحدد النموذج علاقاتها .

٣ ـ دقة تقديرات المعالم :

يجب ان تكون تقديرات المعالم بالدقة الكافية حتى يمكن اعتبارها احسن المعالم الحقيقية للنموذج الهيكلى ، وان تكون لهذه التقديرات صفات عدم التحيز والاتساق والكفاءة .

٤ ـ القدرة على التنبؤ :

ان يكون النموذج قادرا على التنبؤ بقيم مقبولة للمتغيرات الداخلية .

٥ ـ البساطة :

يجب ان يعرض النموذج العلاقات الاقتصادية فى بساطة تامة ـ فكلما كانت المعادلات معروضة رياضيا فى ابسط صورة كان النموذج احسن من غيره بشرط توافر الخصائص السابقة .

وباختصار انه كلما توافرت الخصائص السابقة كلما كان النموذج مقبولا من الناحية التطبيقية .

ثانيا ـ المتغيرات الاقتصادية

اصبح من الواضح الآن انه من الممكن ان نصف اى نظام اقتصادى بمجموعة من المعادلات الآنية التى تعبر عن العلاقات المتداخلة بين القيم الاقتصادية

الفيه ، تلك العلاقات التي تعرض السلوك الاقتصادى من طريق المتغيرات الاقتصادية المختلفة .

(١) انواع المتغيرات :

وتنقسم المتغيرات في مجموعة المعادلات الاقتصادية الى نوعين أساسيين : داخليه Endogenons وخارجية Exogenous.

والمتغيرات الداخلية هي تلك المتغيرات التي تتحدد داخل نطاق القوى الاقتصادية ، كالمنتج والعماله والاسعار والارباح والايجار الى غير ذلك.

والمتغيرات الخارجية يمكن تحديدها في ضوء مفهومين معروفين في مجال الدراسات الاقتصادية . المفهوم الاول : يعتبر المتغيرات التي تخرج جزئيا او كليا عن نطاق علم الاقتصاد كالظروف الجوية والزلازل والتغيرات التكنولوجية والاحداث السياسية والاجتماعية والتنظيمية كلها متغيرات خارجية . والمفهوم الثاني : يعرف المتغيرات الخارجية بأنها المتغيرات التي تؤثر على المتغيرات الاخرى أي الداخلية ، ولكنها لا تتأثر بها . والمفهوم الاخير يمكن تطبيقه ايضا اذا كان اثر المتغيرات الداخلية على المتغيرات الخارجية بسيطا . على سبيل المثال : عند دراسة شئون العماله في بلد ما يساهم بنصيب ضئيل في التجارة الدولية قد تعتبر الطلب الخارجي على صادراته ، والعرض الخارجي لوارداته ، متغيرات خارجية . وكذلك في حالة دراسة علاقة الكمية والسعر لسلعة استهلاكية تحظى بنسبه ضئيله من الانفاق الاستهلاكي ، يعتبر دخل المستهلك فيها كمتغير خارجي ، وان كان هذا الدخل يتوقف على الطلب على جميع السلع . وفي حقيقة الامر فانه من الممكن ان نجعل من الحالات الاخيرة التي يكون فيها اثر المتغيرات الداخليه على المتغيرات الخارجية ضئيلا ، مفهوما ثالثا هو الغرض من بناء النموذج . اذ اننا في مرحلة معينة من التحليل يمكن ان نعتبر بعض المتغيرات متغيرات خارجية تسهيلا لفهم النموذج وتبسيطا لامكانيات حله ، مع الاحتفاظ باعتبار هذه المتغيرات متغيرات داخليه لمرحلة تاليه تتوافر فيها الامكانيات .

واذا كان السؤال الآن ما هى طبيعة المتغيرات الخارجية؟ فما هى ايضا العوامل التى تتواجد فى البيئة الطبيعية او التاريخية للانسان ولا تتأثر بنشاطه الاقتصادى . ان الاجابة على السؤال الاخير تجعل امامنا متغيرات قليلة بخلاف التغيرات فى الجو والجيولوجيا والجغرافيا يمكن ان تتحكم فيها الطبيعة ، فالمتغيرات الاجتماعية والسياسية والنفسيه تتداخل كلها باستمرار مع الانشطة الاقتصادية . ومعنى ذلك انه من غير المقبول ان نفصل بين علوم الاجتماع والسياسة والاقتصاد ، الامر الذى يجعلنا لا نبقى تحت المتغيرات الخارجية الا على الظروف الجوية ، كدرجة الحرارة والامطار ، والزلازل وغير ذلك من الاحداث التى من صنع الله . هذا علما بأن النظرية الوحيدة المعروفة والتى تجمع بين علوم السياسة والاجتماع والاقتصاد هى النظرية الماركسيه ، وان كانت هذه النظرية لم يعرف حتى الآن شئ عن صياغتها كميا أو عن عرضها فى شكل نموذج اقتصادى.

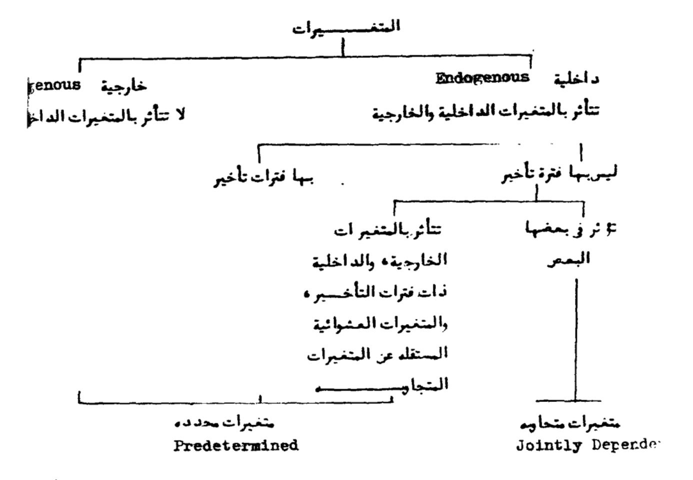
نخلص من هذا ان المتغيرات الخارجية هى المتغيرات التى تؤثر على المتغيرات الداخلية ولكنها لا تتأثر بها . ونظرا للتداخل الكبير بين المتغيرات الاقتصادية بصفة عامه ، فان المتغيرات الخارجية غالبا ما نجدها من الظواهر غير الاقتصادية.

والى جانب تقسيم المتغيرات الى داخلية وخارجية ، فانه يمكن اتباع تقسيم آخر ، يدخل فى اعتباره الاساس السابق فى التقسيم الى جانب فترات التأخير التى تظهر فى معادلات النموذج . وتحقيقا لهذا الغرض يكون من الضرورى اعتبار كل من المتغيرات $ص_{و}$ ، $ص_{و-1}$ ، $ص_{و-2}$ ، ... الخ متغير قائم بذاته . ان المتغيرات الداخلية التى ليس بها فترات ابطاء يمكن ان تسمى متغيرات متداولة Jointly Dependent. وهى المتغيرات التى تؤثر فى بعضها البعض وباختصار هى المتغيرات التابعة ، كما تظهر فى الطرف الايمن من المعادلة التالية:

$$ص_{و} = ب + ب_{1} ص_{و-1} + ب_{2} س_{و-1} + ن_{و}$$

وفى الطرف الايسر من المعادلة الى جانب البواقى ، توجد متغيرات يمكن ان نسميها المتغيرات المحدده Predetermined Var. والمتغيرات الداخليه التى ليس بها فترة تأخير ، وتؤثر على عملية التفاعل بين المتغيرات ، وتتأثر بمتغيرات داخلية ذات فترة تأخير ، وبالمتغيرات العشوائية المستقله عن المتغيرات المتداوله ، لا داعى لشرحها فى معادلات اضافية كمتغيرات داخليه ، بيل يمكن اعتبارها متغيرات محدده . فالتغيرات البطيئه فى البيئه التى تؤثر على تفضيلات المستهلك والتغيرات التكنولوجية وغيرها من العوامل التى توصف غالبا بكونها اتجاهات عامه يمكن اعتبارها متغيرات محدده . والمتغير الداخلى الذى به فترة تأخير يكون محددا ، حيث ان قيم ص_{و-١} لاى قيمه من قيم (و) انما تحددها متغيرات وبواقى لفترات زمنية تسبق الفترة (و) . كما انها لا تتأثر ببواقى المعادلة (ى) للفترة الزمنية (و) . والمتغيرات الخارجية (س) تعتبر متغيرات محدده ، فهى تتأثر بعوامل خارج نطاق النموذج الاقتصادى موضع الدراسة ، كما انها مستقله عن كل المتغيرات والاخطاء الداخله فى معادلات النموذج ، المقيسة فى الفترة الزمنية (و) أو التى تسبقها . وتعتبر المتغيرات الخارجية التى بها فترات تأخير (س_{و-١}) متغيرات محدده ايضا .

والجدول التالى يلخص الانواع المختلفة للمتغيرات وفقا للتقسيمات السابقه .



ولعله من المفيد الآن ان نعطي مثالا توضيحيا لما سبق شرحه حول تحديد نوع المتغيرات ، لما لهذا الموضوع من اهمية في تحديد عدد المعـــادلات المكونة للنموذج ، وفي تحديد طريقة تقدير معالم المعادلات التي تؤثر بالتالـــي على قيم هذه المعالم . ولما كانت كل معادلة تتناول شرح متغير داخلي واحد بـــدلالة المتغيرات الاخرى ، فان النموذج يكون كاملا اذا تساوى عدد المعادلات فيـــه مع عدد المتغيرات الداخلية المطلوب شرحها للتعرف على القوى المؤثرة عليها . ان تحديد نوعية المتغير انما تتوقف اولا على الغرض الذي من اجله يركب النموذج لشـــرح الظاهرة الاقتصادية سواء في النظرية الاقتصادية الاستاتيكية او الديناميكيـــة ،

وثانيا على طبيعة المتغيرات . فقد يعتبر المتغير الواحد كالدخل القومي كمتغير خارجي في بعض النماذج ، وكمتغير داخلي في البعض الآخر . ففي النموذج الذي يصف ظروف الطلب والانتاج لسلعة ما تنتجها احدى المنشآت يظهر الدخل القومي كمتغير خارجي لا تتحكم فيه المنشأة ، بينما يظهر كمتغير داخلي كما جاء في نموذج كينز البسيط ومعادلاته هي :

$$ص = أ_٠ + أ_١ ى$$

$$ث = ث_٠$$

$$ى = ص + ث + ع$$

حيث يعتبر الاستهلاك (ص) والدخل (ى) متغيرين داخليين (متجاوبين) ففي المعادلة الاولى يحدد الدخل الاستهلاك ، بينما في المعادلة الثالثة يحدد الاستهلاك الدخل . اما المتغيرين الآخرين الاستثمار (ث) والانفاق الحكومي (ع) فهما متغيرين خارجيين تتحدد قيمها خارج هذا النموذج .

هذا وان كان من الخطأ ان يعتقد الباحث أن المتغيرات الخارجية مستقلة تماما عن المتغيرات الاخرى . ففي اغلب الحالات يمكن من ناحية المبدأ ان نشرح المتغيرات الخارجية بمتغيرات اخرى كما هو الحال في بعض النماذج . فعلى سبيل المثال في نموذج كينز السابق نرى ان الاستثمار يعتبر متغيرا خارجيا مادام الاستثمار يتحدد بقوى خارجية ، وهو يحدد المتغيرات الاخرى في النموذج ولكنه لا يتحدد عن طريقها . ولو انه من الممكن ان يكون الاستثمار داله في سعر الفائده وفي الدخل لفترة سابقه وبذا يصير النموذج في صورته الجديدة كالآتي :

$$ص = أ_٠ + أ_١ ى$$

$$ث = ب + ب_١ س + ب_٢ ى_{ـ١}$$

$$ى = ص + ث + ع$$

والنموذج الاخير يختلف عن سابقة من حيث ظهور الاستثمار كمتغير داخلـي في الدالة الجديدة ، يحدده سعر الفائدة ، وقيمة الدخـل في الفترة السابقـة. ويعتبر المتغير الاخير مع فترة ابطاء متغيرا محددا معلوم القيمـة ، اما المتغيـر الاول وهو سعر الفائدة فيمكن اعتباره متغيرا خارجيا قد تحدده الحكومـة. واذا لـم يكن الامر كذلك استلزم الامر ظهوره في معادلة مستقلة لتعيين المتغيرات التي تحـدده كسعر الفائدة في الفترة السابقة والمعروض من النقود . والمتغير الاخير — المعـروض من النقود — يمكن افتراض انه خارجي والا كان من الضروري اضافة متغيرات اخـرى تتولى شرحه وهكـذا .

وبطبيعة الحال ان استمرارنا بهذه الصوره امر يستحيل تحقيقـه ، بـل يستوجب الوقوف عند مرحلة معينة والا صار من الصعب حل مثل هذا النمـوذج . ومن ناحية أخرى اذا اضيفت معادلات جديدة ومتغيرات جديدة لتشرح المتغـيرات المفسره في بعض المعادلات الاولى لانتهى بنا الوضع الى ادخال متغير غـير اقتصادية ، ومعنى هذا أن المتغيرات الخارجية ستحددها العوامل التكنولوجيـة والسياسية والطبيعية والتنظيمية ، ومن اجل ذلك فاننا في اغلب البحوث التطبيقيـة القياسية نلجأ الى اعتبار عدد من المتغيرات الاقتصادية انها متغيرات خارجيـة مادام من الصعب وغير الضروري حصولنا على معادلات لكل متغير في النموذج .

ويأتي بعد ذلك سؤال هام : ما هو انسب عدد للمتغيرات يمكـن ان يحتويها النموذج . ان عدد المتغيرات الداخلية هو نفس عدد معادلات النمـوذج ، اما المتغيرات الخارجية فعددها ليس له حدود بعكس الحال بالنسبه للمتغيرات الداخلية . هذا وان كان على الباحث القياسي ان يكون حذرا عند استخدام المتغيرات الخارجيـة ، فكلما زاد عدد المتغيرات المستخدمه ، كلما ازدادت الامور تعقيدا نتيجة زيـادة البيانات المطلوبة ، وصعوبة الحسابات اللازمة . فاذا كان الهدف من بناء النمـوذج هو الاستفاده من نتائجه في وضع السياسة الاقتصادية ، كان ولا بد من استخـدام اكبر عدد ممكن من المتغيرات اللازمة والتي تتحكم فيها الحكومة كالضرائب والاعـانات بأشكالها المختلفة الى غير ذلك ، وهذا يسهل تقييم آثارها على السياسات الاقتصاديـة البديلـة .

(٢) المتغيرات ذات فترة التأخير

ان المتغيرات ذات فترات التأخير لها اهميتها كمتغيرات مفسره في اغلب العلاقات الاقتصادية ، حيث ان السلوك الاقتصادى في فترة ما انما يحكمه بدرجة كبيرة خبره الماضى وانماط السلوك السابقة.

وفيما يلى بعض الامثله التى توضح اهمية المتغيرات ذات فترة التأخير.

١ ـ دالة الاستهلاك

تفترض الصيغ الحديثة لهذه الدالة ان الاستهلاك في فترة ما انما يتوقف على مستويات الاستهلاك في الفترات السابقة التى اعتاد عليها المستهلك ، وعلى الدخل الحالى ، والدخل في الفترات السابقة وغير ذلك من المتغيرات . اى ان الدالة تكون في الصورة الآتيه :

$$\text{ص}_{\text{و}} = \text{د} \left(\text{ص}_{\text{و}-1} ، \text{ص}_{\text{و}-2} ، \cdots ، \text{ى}_{\text{و}} ، \text{ى}_{\text{و}-1} ، \text{س}_{1\text{و}} ، \text{س}_{2\text{و}} ، \cdots \right)$$

٢ ـ دالة الطلب على السلع المعمره

يتوقف الطلب على هذا النوع من السلع على الدخل الحالى ($\text{ى}_{\text{و}}$) والدخل في الفترات السابقة ($\text{ى}_{\text{و}-1}$) الذى يحدد المدخرات اللازمة لاقتناء السلع المعمرة ، بالاضافة الى المخزون من هذه السلع اى ما امكن الحصول عليه مسبقا من هذه السلع ($\text{س}_{\text{و}-1}$) ، والى الاسعار (ع) . ويمكن التعبير عن الدالة كالآتــى :

$$\text{ك}_{\text{و}} = \text{د} \left(\text{ى}_{\text{و}} ، \text{ى}_{\text{و}-1} ، \cdots ، \text{س}_{\text{و}-1} ، \text{ع}_{\text{و}} \right)$$

٣ ـ دالة الاستثمار

تعتمد المشروعات الاستثمارية على الناتج في الماضـى ، وتوقعاتنا للارباح المستقبله ، ورؤوس الاموال المتوافرة وغير ذلك من المتغيرات. وتصير صورة الدالة هـى :

$$\text{ث}_{\text{و}} = \text{د} \left(\text{ص}_{\text{و}} ، \text{ص}_{\text{و}-1} ، \text{ص}_{\text{و}-2} ، \cdots ، \text{ح}_{\text{و}} ، \text{س}_{\text{و}-1} ، \text{ر}_{\text{و}-4} \right)$$

حيث ص = الناتج ، ح = الارباح

س = رأس المال ، ر = سعر الفائدة .

٤ ـ دالة الطلب على السلع غير المعمرة

ان من اهم خصائص السلوك الانسانى تمسكه بعاداته . فالمستهلك من الغذاء او الدخان وغير ذلك من السلع غير المعمرة انما يتوقف على المستهلك من هذه السلع فى الماضى .

اى ان : ك و = د (ك و-١ ، ى و ، ع و)

٥ ـ دالة العرض للمحصولات الزراعية

يعبر غالبا عن دالة العرض للمحصولات الزراعية بالعلاقة بين المساحة المزروعة من المحصول (ص) وسعره (ع) فى فترة سابقة يختلف طولها من محصول الى آخر .

ص و = د (ع و-١)

ان فترات التأخير لها اهميتها البالغة عند اتخاذ القرارات ، سواء على مستوى الاقتصاديات الاجمالية او الفردية ، ولهذا يهتم الباحثون بمعرفة الفترات الزمنية اللازم مرورها قبل ان تستجيب الوحدات الاقتصادية لاية تغيرات يمكن ان تطرأ على المتغيرات الخاصة بالسياسة الاقتصادية . وعلى سبيل المثال متى وكيف يستجيب المستهلك لفرض ضريبة الشراء او للحد من التسليف ، ومتى يظهر رد فعل قرارات خفض الضريبة وتشجيع الاستثمار على المنشآت ، ومتى تظهر آثار اعادة تقييم العملة النقدية ، ومتى تظهر آثار التغيرات فى سعر الفائدة على المستثمرين .

والسؤال الآن كيف تحدد فترات التأخير ؟

يتسنى للباحث تحديد فترة التأخير بالاسلوب البيانى باتباع الخطوات التالية :

١ — يرسم الخطين البيانيين للسلسلتين موضع الدراسة على ورقتين منفصلتين احداهما شفافة مع مراعاة انطباق المحورين الافقيين في القياس وتعديل المحورين الرأسيين ما امكن بحيث يسهل مقارنة امواج السلسلتين .

٢ — توضع الورقة الشفافة فوق الاخرى بشرط انطباق المحورين الافقيين حتى يمكن الوقوف على مدى توافق امواج السلسلتين فاذا ظهر التوافق دل ذلك على اقتران الحركة في كل من السلسلتين . واذا لم يظهر التوافق حركنا الورقة العليا افقيا الى اليسار او الى اليمين حتى نصل الى اقرب ما يكون التوافق بين الامواج ، وتكون المسافة بين المحورين الرأسيين هي طول فترة التأخير بين السلسلتين .

كما يمكن ايضا تحديد هذه الفترة باستخدام معامل الارتباط البسيط بين السلسلتين الزمنيتين ، بعد استبعاد أثر الاتجاه العام منهما ، للوصول الى انسب فترة للتأخير . فاذا اتضح وجود علاقة سببية مع انقضاء فترة من الوقت قبل ظهور الأثر ، افترضنا طولا مناسبا لهذه الفترة يحسب على اساسه معامل الارتباط بين ازواج القيم للسلسلتين . فاذا كانت فترة التأخير ١٢ شهرا فمعنى ذلك ان تأخذ قيمة السلسله الاولى ولتكن لعام ١٩٥٠ مثلا مع قيمة السلسلة الثانية لعام ١٩٥١ ، ثم القيمة التالية للسلسلة الاولى وهى لعام ١٩٥١ مع القيمة التالية وهى لعام ١٩٥٢ وهكذا . ثم نكرر حساب معامل الارتباط مرة أخرى بين ازواج القيم مع تعديل طول فترة التأخير بجعلها عشرة شهور مثلا فنأخذ قيمة السلسلة الاولى عند شهر يناير عام ١٩٥٠ مع قيمة السلسلة الثانية عند شهر نوفمبر من نفس العام ، والقيمة التالية من السلسلة الاولى عند شهر فبراير عام ١٩٥٠ مع القيمة التالية من السلسلة الثانية عند شهر ديسمبر من نفس العام ، وهكذا حتى القيمة الاخيرة من قيم السلسلتين ، ثم نكرر حساب المعامل مرة ثالثة مع افتراض طول الفترة تسعة شهور وهكذا ، لنحصل في النهاية على عدد من معاملات الارتباط . ومن توزيع هذه المعاملات يمكن الحصول على اعلا معامل

فيها وتكون الفترة التى تنا ظرها هي انسب فترة للتأخير.

(٢) عامل الزمن كمتغير في المعادلات

هناك متغير آخر بخلاف المتغيرات الاقتصادية هو متغير الزمن نلجأ اليه احيانا عند صياغة المعادلات الاقتصادية.

من المعلوم ان نظرية الاقتصاد القياسي تجعل التحليل الزمني جزءا من تفاعل المتغيرات الاقتصادية مع بعضها البعض دون ان تجعل منها اجراء مستقلا كما هو الحال عندما يلجأ الاحصائي الى تقدير الاتجاه العام. والهدف من ذلك هو التخلص من الحركات الزمنية المنتظمة في العلاقات الاقتصادية لضمان الحصول على تقديرات سليمة للمعالم الهيكلية.

ويظهر عامل الزمن في العلاقات الاقتصادية نيابة عن العوامل التى تتغير بصفة مستمرة ومنتظمة لا ظهار اثره على المتغير التابع بطرائق متعددة اما (أ) باضافة المتغير (ت) في الدالة مع قياسه بالوحدات الزمنية من بداية السنة الاولى للسلسلة الزمنية فصاعدا أو (ب) باضافة متغير عددي او (جـ) بالتخلص من الاتجاه العام في المتغيرات قبل بدء القياس او (د) باستخدام الفروق الاولى للمتغيرات أو (هـ) باضافة متغيرات ذات فترات ابطاء في الدالة واخيرا (و) باستخدام تفاضلات الدالة بالنسبة للزمن.

وغالبا ما يميل الباحثون الى استخدام الطريقة الاولى وهي اضافة الزمن كمتغير في المعادلة. والمثال على ذلك حالة الطلب التى يتأثر فيها الاستهلاك بعوامل اخرى بخلاف الاسعار والدخل كحجم السكان أو الهجرة من الريف الى الحضر او تغير العادات والاذواق ، وبحصر هذه العوامل يتعذر قياسها ولا يتوافر عنها بيانات احصائية وان كان لها أثرها في الأجل الطويل على الاستهلاك الى جانب انها تتغير بصفة مستمرة وبصورة منتظمة على مر السنين ولذا يكون من الضروري ادخال عامل الزمن ضمن المتغيرات في المعادلة التى تصير صورتها :

$$ص = ب_. + ب_١ س_١ + ب_٢ س_٢ + ب_٣ ت$$

حيث ص = الاستهلاك ، $س_١$ = سعر السلعة ،
$س_٢$ = الدخل (الانفاق) ت = الزمن

ويقاس الزمن بالوحدات الزمنية التي قيس بها كل من الاسعار والاستهلاك. كما ان المتغيرات قد تظهر في المعادلة اما بقيمتها الاصليه او بعد استبدال هذه القيم بلوغاريتماتها ، فان ظهرت بقيمتها الاصليه ظهر الزمن ايضا بقيمته التسلسلية المعروفة . اما اذا ظهرت المتغيرات بصورتها اللوغاريتمية فان الزمن قد يظهر في هذه المعادلة اما بارقامه الفعلية او بعد تحويلها الى الصورة اللوغاريتمية .

ويفسر معامل الزمن المقيس في الداله بأنه مقياس للنمو ومعنى ذلك ان الباحث قد افترض ضمنا ان الثابت في المعادلة يزيد (او ينقص) تدريجيا علما بأن معالم المتغيرات المفسرة تبقى ثابته .

واضافة عامل الزمن كمتغير صريح في المعادلة تناظر انحدار كل من المتغيرات المفسره على الزمن وحصولنا على البواقي وهي :

$$\hat{س}_ر = س_ر - \hat{س}_ر$$

$$\text{حيث } \hat{س}_ر = \hat{ب}_ر + \hat{ب}_١ ر ت)$$

ثم نلجأ الى انحدار $\hat{ص}$ على $\hat{س}$ اي المعادلة :

$$\hat{ص} = ب + ب_١ \hat{س}_١ + ب_٢ \hat{س}_٢ + \cdots + ب_ر \hat{س}_ر .$$

كما يظهر عامل الزمن ضمنا في المعادلة اذا استخدمت الفروق الأولى للمتغيرات فاذا كانت المعادلة الاصلية هي : $ص_و = ب + ب_١ س_و + ب_٢ ت + ن_و$ فانه يكون صحيحا ان $ص_{و-١} = ب + ب_١ س_{و-١} + ب_٢ (ت - ١) + ن_{و-١}$

بالطرح نحصل على

$$(\text{ص}_{\text{و}} - \text{ص}_{\text{و}-1}) = \text{ب}_1 (\text{س}_{\text{و}} - \text{س}_{\text{و}-1}) + \text{ب}_2 (\text{ت} - \text{ت} + 1) + (\text{ق}_{\text{و}} - \text{ق}_{\text{و}-1})$$

$$= \text{ب}_2 + \text{ب}_1 (\text{س}_{\text{و}} - \text{س}_{\text{و}-1}) + (\text{ق}_{\text{و}} - \text{ق}_{\text{و}-1})$$

وقد حذف عامل الزمن من المعادلة وصارت المعامله ب٢ هي الثابت في المعادلة الجديدة ، معادلة الفروق الاولى للمتغيرات ، اما معلمة المتغير (س) فلم تتغير في كلتا الحالتين وان اختلفت البواقي - وعلى العموم فان تقديرات المعالم في حالة الفروق الاولى تختلف اذا ما قورنت بتقديرات المعادلة الاصليه .

ويجدر ان نذكر هنا ان عامل الزمن سواء ظهر بصورة صريحة كمتغير في المعادلة أو ضمنيا من خلال الثابت في حالة الفروق الاولى فان له معنى وجود النمو في المتغير التابع . ومعامل الزمن قد يفسر بانه عامل النمو في بعض الحالات كما لا يؤخذ بهذا التفسير في حالات أخرى . ففي كثير من التطبيقات لا يمثل معامل الزمن في الحقيقة اى نمو في (ص) بل يمثل الاثر المشترك للعوامل التي لم تظهر في المعادلة . والاتجاهات العامه هي التعبير عن المتغيرات الحقيقية المجهولة ذات التأثير الحقيقي على المتغير التابع .

اما اظهار أثر الزمن على المتغير التابع باضافة المتغيرات المفسره او الداخلية ذات فترات الابطاء فان هذه المتغيرات لها مشاكلها العديدة التي يمكن مناقشتها فيما بعد .

واخيرا يمكن ان نأخذ في الاعتبار أثر الزمن في المدى القصير باستخدام المتغيرات العددية وسنشرحها فيما يلي باختصار .

(٤) المتغيرات العددية Dummy Variables.

المتغير العددى هو المتغير الذى نفترض فيه ضمنا التطور او التغير في احد المتغيرات . فنعين له اعدادا افتراضيه لتعبر كميا عن التغيرات في هذا المتغير .

وقد لجأ الباحثون الاقتصاديون الى المتغيرات العددية لاستخدامها كبدائل لمتغيرات أخرى لا يمكن قياسها بأى حال من الاحوال لاسباب متعددة، وسنستعرض هنا مجموعة من استخدامات المتغيرات العددية فى بعض المجالات التطبيقية للاقتصاد القياسى .

أ — المتغيرات العددية ممثلة للمتغيرات النوعية والمتغيرات النواعية هى

على سبيل المثال المهنة أو الديانة أو الجنس الى غير ذلك . اذا افترضنا حصولنا على عينة من ميزانيات بعض الاسر من كافة المناطق الحضرية والريفية ، ورغبنا فى قياس الطلب على الدخان مثلا الذى يمكن اعتباره دالة فى الدخل . ولما كان من المفروض ان سكان الحضر اكثر استهلاكا للدخان من اهالى الريف فان التوزيع الجغرافى أذن يعتبر مؤثرا هاما فى هذه الداله . ولاخذه فى الاعتبار يمكننا ان نمثل هذا العامل بمتغير عددى بافتراض الواحد الصحيح لساكن الحضر والصفر لساكن الريف وبذا تكون دالة الطلب فى الصوره :

$$ص_ر = ب_. + ب_١ س_{١ر} + ب_٢ س_{٢ر} + ق_ر$$

حيث $س_١$ = الدخل

$س_٢$ = المتغير العددى الذى يمثل التوزيع الجغرافى .

ب — المتغير العددى ممثلا للعوامل الكمية

يستخدم المتغير العددى ليمثل العوامل الكمية اذا لم تتوافر بياناتها او اذا كان من المناسب تمثيلها عدديا . وعلى سبيل المثال اذا رغبنا فى قياس دالة الادخار خ = د (ى) من بيانات قطاع مستعرض من المستهلكين ، وبالرغم من ان العمر متغير كمى ، الا انه يمكن تمثيله بمتغير عددى ، بعد تقسيم المستهلكين الى ثلاث او اربع مجموعات يشمل كل منها عدد من الافراد الذين تتشابه انماط استهلاكهم

وادخارهم الى حد كبير .

فالمجموعة الاولى لاشخاص تتراوح اعمارهم ما بين ٢٠ ، ٣٠ عاما ، والمجموعة الثانية لاشخاص تتراوح اعمارهم ما بين ٣٠ ، ٦٠ عاما ، والمجموعة الثالثة لاشخاص تزيد اعمارهم عن ٦٠ عاما . —

ويمكننا ان نعطى المجموعة الاولى الرقم (صفر) والثانية الرقم (١) والثالثة الرقم (٢) وتصير دالة الادخار فى الصورة :—

خ ر = ب + ب١ ى ر + ب٢ س ر + ق ر

حيث ى ر = الدخل ، س ر = المتغير العددى للعمر

جـ — استخدام المتغير العددى لقياس انتقال الداله على مر الزمن

يعنى انتقال الداله أن الثابت او الجزء المقطوع يتغير فى الفترات الزمنية المختلفة بينما تبقى المعالم الاخرى ثابته .

اذا كانت لدينا بيانات عن الاستهلاك خلال الفترة من ١٩٠٠ — ١٩٦٨ وهى فترة قامت خلالها حربين عالميتين (١٩١٤ — ١٩١٨) ، (١٩٤٠ — ١٩٤٥) وفترة كساد (١٩٢٩ — ١٩٣٣) ، فلاشك أنه خلال الحروب والكساد مرت ظروف غير عادية أدت الى انتقال دالة الاستهلاك الى أسفل بسبب توزيع اغلب السلع الاساسية بالبطاقات وفرض الكثير من القيود . ولابراز هذا الانتقال لابد من استخدام متغير عددى يفترض الصفر للسنوات غير العادية والواحد الصحيح للسنوات الاخرى . وتصير الدالة كالآتى:

ص ر = ب + ب١ ى + ب٢ س + ق

حيث ى = الدخل

س = المتغير العددى الذى يمثل انتقال الداله .

فللسنوات العادية تكون الداله بالصوره

$$\hat{\text{ص}}_{\text{ر}} = \hat{\text{ب}}_{٠} + \hat{\text{ب}}_{١}\,\text{ى} + \hat{\text{ب}}_{٢}$$

$$= (\hat{\text{ب}}_{٠} + \hat{\text{ب}}_{٢}) + \hat{\text{ب}}_{١}\,\text{ى} \qquad (١)$$

وللسنوات غير العادية تكون الدالة بالصورة

$$\hat{\text{ص}} = \hat{\text{ب}}_{٠} + \hat{\text{ب}}_{١}\,\text{ى} \qquad (٢)$$

ويمكن عرض هاتين المعادلتين (١) ، (٢) بيانيا كما في الشكل المقابل والذى يتضح فيه انتقال دالة الاستهلاك خلال السنوات غير العادية (الحرب أو الكساد) .

ص

$\hat{\text{ص}}_{\text{ر}} = (\hat{\text{ب}} + \hat{\text{ب}}_{٢}) + \hat{\text{ب}}_{١}\,\text{ى}$

$\hat{\text{ص}}_{\text{ر}} = \hat{\text{ب}}_{٠} + \hat{\text{ب}}_{١}\,\text{ى}$

$(\text{ب}_{٠} + \text{ب}_{٢})$

$\text{ب}_{٠}$

ى

علما بأن ميل الدالة وهو الميل الحدى للاستهلاك لم يتغير فى كلتا الحالتين ولهذا فإن المستقيمين متوازيين .

ويجدر بنا ان ننوه هنا عن الطريقة البديلة وتتلخص فى تقدير خطى انحدار احدهما للسنوات العادية والآخر للسنوات غير العادية ويصير النموذج المعبر عنهما كالآتى :

$\text{ص} = \text{ب} + \text{ب}_{١}\,\text{ى} + \text{ف}_{١}$	للسنوات العادية
$\text{ص} = \text{جـ} + \text{حـ}_{١}\,\text{ى} + \text{ف}_{٢}$	للسنوات غير العادية

وعلينا الآن الحصول على تقديرات اربعة معالم بدلا من ثلاثة فى حالة المعادلة الواحدة التى بها متغير عددى ، وهذا تتميز هذه المعادلة الاخيرة بالاحتفاظ بدرجة حرية زيادة . ومن الواضح اختلاف الميل الحدى للاستهلاك فى حالة المعادلتين ، ولهذا يجب الا نفترض ثبات هذا الميل كما هو الحال فى حالة

معادلة المتغير العددى ، حيث يفترض قيد قبلى اضافى وهو تساوى الميلين . وان كان هذا الفرض يعتبر عيها فى بعض الاحيان وليس فى كلها ، لانه ربما يكون من الافضل فرض تساوى الميلين بدلا من توفيق معادلة مستقلة لفترة الحرب التى لا تزيد عدد مشاهداتها عن خمسة . ومثل هذه العينة الصغيرة من البيانات سوف توصلنا الى نتائج ليست على مستوى الثقة المطلوب ، ولذا يكون من الافضل استخدام بيانات السلسلة كاملة للحصول على تقدير لميل واحد .

مثال :

- دراسة العلاقة بين مشتريات الجمهور من سندات الحكومة (ص) والدخل القومى (س) .

نلاحظ من شكل الانتشار أن بيانات المتغيرين كما جاءت فى الجدول التالى يمكن تقسيمها الى مجموعتين واحدة لسنوات الحرب (١٩٤٠ـ١٩٤٥) وثانية للسنوات الاخرى . فالعلاقة الطبيعية قد تعرضت للاشتغال الى أعلى اثناء الحرب ، فالاقبال الشديد على شراء السندات فى سنوات الحرب لا يفسره الدخل وحده بل تساعده الحملة الوطنية لتشجيع الجمهور على شراء السندات . ولذا فان (ص) يجب ان يفسرها الدخل والحرب . والمتغير الاخير لا تمثله سلسلة من القيم انما يمكن تمثيله بمتغير عددى (ع) نفترضه الصفر لسنوات السلم والواحد الصحيح لسنوات الحرب مثلا . وتكون المعادلة هى :

$$ص = ب + ب_1 س + ب_2 ع + ن$$

حيث ع = ١ سنوات الحرب

صفر لسنوات السلم

والجدول التالى يبين طريقة حساب المعادلة السابقة :

السنوات	ص	س	ع	$\bar{س}$ = س − سه	ع − $\bar{ع}$ = *ع	سه ع	ص سه	ص ع	سه٢	ع٢
١٩٣٣	٢ر٦	٢ر٤	صفر	-٤ر٤٤	-٠ر٣٥	١ر٥٥	-١١ر٥٤	-٠ر٩١	١٩ر٧١	٠ر١٢
١٩٣٤	٣ر٠	٢ر٨	صفر	-٤ر٠٤	-٠ر٣٥	١ر٤١	-١٢ر١٢	-١ر٠٥	١٦ر٣٢	٠ر١٢
١٩٣٥	٣ر٦	٣ر١	صفر	-٣ر٧٤	-٠ر٣٥	١ر٣١	-١٣ر٤٦	-١ر٢٦	١٣ر٩٩	٠ر١٢
١٩٣٦	٣ر٧	٣ر٤	صفر	-٣ر٤٤	-٠ر٣٥	١ر٢٠	-١٢ر٧٣	-١ر٢٩	١١ر٨٣	٠ر١٢
١٩٣٧	٣ر٨	٣ر٩	صفر	-٢ر٩٤	-٠ر٣٥	١ر٠٣	-١١ر١٧	-١ر٣٣	٨ر٦٤	٠ر١٢
١٩٣٨	٤ر١	٤ر٠	صفر	-٢ر٨٤	-٠ر٣٥	٠ر٩٩	-١١ر٦٤	-١ر٤٣	٨ر٠٧	٠ر١٢
١٩٣٩	٤ر٤	٤ر٢	صفر	-٢ر٦٤	-٠ر٣٥	٠ر٩٢	-١١ر٦٢	-١ر٥٤	٦ر٩٧	٠ر١٢
١٩٤٠	٧ر١	٥ر١	١	-١ر٧٤	+٠ر٦٥	-١ر١٣	-١٢ر٣٥	٤ر٦٢	٣ر٠٣	٠ر٤٢
١٩٤١	٨ر٠	٦ر٣	١	-٠ر٥٤	٠ر٦٥	-٠ر٣٥	-٤ر٣٢	٥ر٢٠	٠ر٢٩	٠ر٤٢
١٩٤٢	٨ر٩	٨ر١	١	١ر٢٦	٠ر٦٥	٠ر٨٢	١١ر٢١	٥ر٧٨	١ر٥٩	٠ر٤٢
١٩٤٣	٩ر٧	٨ر٨	١	١ر٩٦	٠ر٦٥	١ر٢٧	١٩ر٠١	٦ر٣٠	٣ر٨٤	٠ر٤٢
١٩٤٤	١٠ر٢	٩ر٦	١	٢ر٧٦	٠ر٦٥	١ر٧٩	٢٨ر١٥	٦ر٦٣	٧ر٦٢	٠ر٤٢
١٩٤٥	١٠ر١	٩ر٧	١	٢ر٨٦	٠ر٦٥	١ر٨٦	٢٨ر٨٩	٦ر٥٦	٨ر١٨	٠ر٤٢
١٩٤٦	٧ر٩	٩ر٦	صفر	٢ر٧٦	-٠ر٣٥	-٠ر٩٧	٢١ر٨٠	٢ر٧٧	٧ر٦٢	٠ر١٢
١٩٤٧	٨ر٧	١٠ر٤	صفر	٣ر٥٦	-٠ر٣٥	-١ر٢٥	٣٠ر٩٧	-٣ر٠٥	١٢ر٦٧	٠ر١٢
١٩٤٨	٩ر١	١٢ر٠	صفر	٥ر١٦	-٠ر٣٥	-١ر٨١	٤٦ر٩٦	-٣ر١٩	٢٦ر٦٣	٠ر١٢
١٩٤٩	١٠ر١	١٢ر٩	صفر	٦ر٠٦	-٠ر٣٥	-٢ر١٢	٦١ر٢١	-٣ر٥٣	٣٦ر٧٢	٠ر١٢

مج ص = ١١٥   مج س = ١١٦ر٣   مج ع = ٦

ص̄ = ٦ر٧٦   س̄ = ٦ر٨٤   ع̄ = ٠ر٣٥

مج سہ ع = ٦ر٥٢   مج ص سہ = ١٤٧ر٢٥   مج ص ع = ١٣ر٧٤

مج سہ² = ١٩٣ر٧٢   مج ع² = ٣ر٨٤

المعادلات الاساسية هي :   مج ص سہ = بً١ مج سہ² + بً٢ مج سہ ع

مج ص ع = بً١ مج سہ ع + بً٢ ع²

وبالتعويض   ١٤٧ر٢٥ = ١٩٣ر٧٢ بً١ + ٦ر٥٢ بً٢

١٣ر٧٤ = ٦ر٥٢ بً١ + ٣ر٨٤ بً٢

وبالحل نجد ان   بً١ = ٠ر٦٨ ، بً٢ = ٢ر٤٣

وتكون معادلة الانحدار المقيسه هي ص = ٦ر٧٦ + ٠ر٦٨ سہ + ٢ر٤٣ ع
واذا عبرنا عنها بالقيم الاصلية للمتغيرات تكون :

صً = ٦ر٧٦ + ٠ر٦٨ (س − س̄) + ٢ر٤٣ (ع − ع̄)

= ٦ر٧٦ + ٠ر٦٨ (س − ٦ر٨٤) + ٢ر٤٣ (ع − ٠ر٣٥)

= ١ر٢٦ + ٠ر٦٨ س + ٢ر٤٣ ع

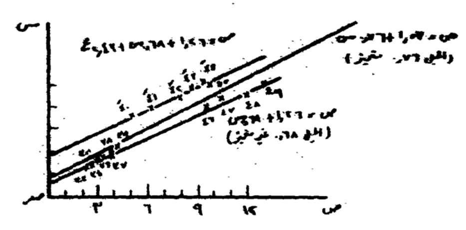
ولسنوات الحرب (١٩٤٠ــ١٩٤٥) تكون المعادلة هي

ص = ١ر٢٦ + ٠ر٦٨ س + ٢ر٤٣ ع

= ٣ر٦٩ + ٠ر٦٨ س

وللسنوات الاخرى تكون المعادلة هي :

ص = ١ر٢٦ + ٠ر٦٨ س



ومن ذلك يتضح أن الخطين الممثلين المعادلتين الأخيرتين متوازيين . أن عدم ظهور المتغير العددى فى معادلة الانحدار سوف يؤدى الى تقديرات متحيزة وتباين مرتفع . ويتضح ذلك من نتيجة حساب معادلة الانحدار البسيط ص / س وهى : ص = ٢٫١ + ٠٫٧٦ س ويكون تقدير الميل فيها (٠٫٧٦) متحيزاً وسبب هذا التحيز الى أعلا أن الدخل فى سنوات الحرب كان مرتفعا ، ولذا فان المشتريات العاليه من السندات التى يجب أن ينسب سببها جزئيا الى الحرب قد نسبت خطأ الى الدخل وحده . ويمكن أن نقع فى خطأ مشابه اذا تجاهلنا متغير الدخل (س) وحسبنا انحدار ص على ع . وتكون الطريقة الوحيدة لتقدير أثر الحرب على (ص) بحساب الفرق بين متوسطى العينة . متوسط (ص) خلال فترة الحرب تساوى ٩ ومتوسط (ص) خلال السنوات الاخرى تساوى ٥٫٣ ، فيكون تقدير أثر الحرب يساوى ٣٫٤٥ ، وهو تقدير متحيز بينما التقدير غير المتحيز يساوى ٢٫٢٣ ، والفرق بينهما كبيرة ويرجع هذا التحيز الى نفس السبب السابق وهو أن المشتريات المرتفعة من السندات التى يجب ان ينسب سببها جزئيا الى الدخل المرتفع قد نسبت خطأ الى سبب الحرب وحده .

د – استخدام المتغير العددى لقياس التغير فى المعالم على مر الزمن

من المعلوم أنه على مر السنوات الطويلة او فى السنوات غير العادية لا تنتقل الدوال فقط انما تتغير معلماتها ايضا أى الميل وبالتالى المرونات . ويمكن

قياس هذا التغير بادخال المتغير العددى المناسب فى الداله.

فى المثال السابق اذا تغير الميل الحدى للاستهلاك (ميل المستقيم) الى جانب تغير (ب.) فانه من الممكن ادخال متغير عددى آخر س٢ وهو عباره عن حاصل ضرب ى × س١ اى ان س٢ = ى س١ . واذا افترضنا ان س١ = صفر للسنوات غير العادية وتساوى الواحد الصحيح للسنوات العادية فان من الواضح ان س٢ = صفر لسنوات الحرب والكساد ، س٢ = ى للسنوات العادية . وتصير دالة الاستهلاك فى صورتها العامه :

$$ص_ر = ب + ب_١ ى + ب_٢ س_١ + ب_٣ س_٢ + ق$$

ونتيجة لذلك فان معادلة الاستهلاك للسنوات العادية هى

$$ص_ر = (\hat{ب}_. + \hat{ب}_٢) + (\hat{ب}_١ + \hat{ب}_٣) ى$$

بينما تكون دالة السنوات غير العادية هى :

$$ص_ر = \hat{ب}_. + \hat{ب}_١ ى$$

هـ — استخدام المتغير العادى كممثل للمتغير التابع

قد يكون المتغير التابع فى دالة ما متغيرا عدديا . فعلى سبيل المثال اذا رغبنا فى قياس العوامل المؤثرة على ملكية السيارات وذلك من واقع بيانات قطاع مستعرض

بعضـــــه يملك السيارات بينما بعضه الآخـــر لا يملكها • واذا فرضنا أن العوامل المؤثرة على الملكية هى الدخل والمهنة فتكون المعادلة هى :ـ

ص = ب + ب١ ى + ب٢ س + ن

حيث ص = مالكى السيارات وغير المالكين

ى = الدخـــــل

س = المتغير العددى للمهنة

ومن الواضح ان المتغير التابع سيكون متغيرا عدديا حيث يكون الواحد الصحيح ممثلا للشخص الذى يملك سيارة والصفر للذى لا يملكها • ويسمى المتغير التابـــــع فى هذه الحاله "dischotomous" ولا ينصح باستخدام طريقة المربعـــــات الصغرى العادية (O L S) فى تقدير معالم هذه الداله •

وقد شاع استخدام المتغيرات العددية فى دراسة العلاقات الاقتصاديـــــة الاجتماعية بمحاولة قياس العلاقة بين المتغيرات الاقتصادية والعوامل الاجتماعية •

و ــ استخدام المتغيرات العددية فى استبعاد أثر التغيرات الموسمية

كثيرا ما تستخدم المتغيرات العددية فى استبعاد أثر التغيرات الموسميـــة فى السلاسل الزمنية • اذا كانت لدينا بيانات ربع سنوية عن مبيعات التجزئة كـــــان من الواجب تعديل البيانات بالنسبة للمبيعات الزائده فى فترات الاعياد والمواســـــم وذلك قبل محاولة قياس أثر المتغيرات الأخرى على الطلب •

وفى هذه الحاله يمكن قياس الأثر الموسمى باضافة المتغيرات العدديـــة ع١ ، ع٢ ، ع٣ ضمن المتغيرات المفسره فتكون معادلة الانحدار الربع سنوية هى :

ص و = ب + ب١ س١ و + ٠٠٠٠ + ب ر س ر و + أ١ ع١ و + أ٢ ع٢ و + أ٣ ع٣ و + ن و

حيث $ع_{١و}$ = ١ للربع الاول
= للارباع الثلاثة الاخرى

$ع_{٢و}$ = ١ للربع الثاني
= للارباع الثلاثة الاخرى

$ع_{٣و}$ = ١ للربع الثالث
= للارباع الثلاثة الاخرى

ولعلنا نلاحظ أن المعادلة لم تتضمن متغيرا عدديا رابعا قيمته الواحد الصحيح للربع الرابع والصفر لباقي الارباع حيث أن المحدد لمجموع المربعات ومجموع حواصل ضرب المتغيرات المفسرة ومن بينها المتغيرات العددية سيكون مساويا الصفر . وهذا يرجع الى المتغير العددي س الذي يظهر بقيمة الواحد الصحيح لجميع الفترات ويلحق بالثابت ب . واذا استخدمنا طريقة المربعات الصغرى العادية (O L S) في تقدير معالم المعادلة السابقة الربع سنوية فان المعالم المقدرة للمتغيرات (ع) ستظهر الاثر الموسمي لكل من الارباع الثلاثة . اما بالنسبة للربع الرابع فان المتغيرات ع تساوي الصفر ويعتبر الثابت ب هو الاثر الموسمي للربع الرابع.

مثال :

يوضح فيما يلي مثالا لاستخدام المتغير العددي في استبعاد الاثر الموسمي في بيانات احدى السلاسل الزمنية وهي لمبيعات احدى المحلات الكبرى من المجوهرات . والسلسلة ربع سنوية بمئات الالوف من الدولارات كما تظهر في الجدول التالي . ويمرور هذه البيانات بيانيا يتضح الارتفاع الواضح في مبيعات الربع الرابع بمناسبة الاعياد . وباستخدام المتغير العددي $ع_{٤}$ للربع الرابع

تكون المعادلة هـــــى :

$$ص = ب + ب_١ س + ب_٤ ع_٤ + ن$$

ولكن هذا النموذج لا يعتبر مناسبا ، اذ من الواجب أن نأخذ الارباع الاخرى فى الاعتبار ، وذلك باضافة المتغيرين العددين $ع_٢$ ، $ع_٣$ للمعادلـــــة اما $ع_١$ فلا لزوم له ليمثل الربع الاول حيث أن $ع_٢$ ، $ع_٣$ ، $ع_٤$ تغير الانتقـــــال بالنسبة للربع الاول كاساس. ويكون شكل المعادلة الجديد هـــــو :

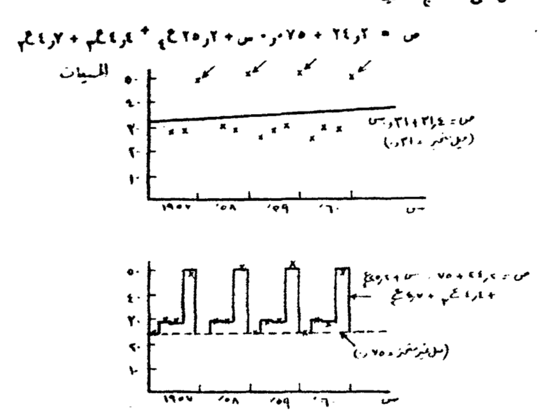
$$ص = ب + ب_١ س + ب_٤ ع_٤ + ب_٣ ع_٣ + ب_٢ ع_٢ + ن$$

السنوات وارباعها	س	ص	$ع_٤$	$ع_٣$	$ع_٢$
	١	٢٤	صفر	صفر	صفر
	٢	٢٩	صفر	صفر	١
١٩٥٧	٣	٢٩	صفر	١	صفر
	٤	٥٠	١	صفر	صفر
	٥	٢٤	صفر	صفر	صفر
١٩٥٨	٦	٣٠	صفر	صفر	١
	٧	٢٩	صفر	١	صفر
	٨	٥١	١	صفر	صفر
	٩	٢٦	صفر	صفر	صفر
	١٠	٢٩	صفر	صفر	١
١٩٥٩	١١	٣٠	صفر	١	صفر
	١٢	٥٢	١	صفر	صفر
	١٣	٢٥	صفر	صفر	صفر
	١٤	٣٠	صفر	صفر	١

١٩٦٠	١٥	٢٩	صفر	١	صفر
	١٦	٥٠	١	صفر	صفر

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى لتوفيق المعادلة من البيانات السابقة نحصل على النتائج الآتية :

ص = ٢٤٫٢ + ٠٫٧٥ س + ٢٥٫٢ ع١ + ٤٫٤ ع٢ + ٤٫٧ ع٣



ويوضح الشكل اعلاه التغيرات الموسمية التي تتكرر كل عام بمعنى أن الزيادة الى أعلا تتكرر كل عام بمقدار ب٢ بين الربع الاول والربع الثاني • علما بأن معالم ع ر لا تكون بالضرورة موجبه الاشارة دائما كما في هذا المثال •

ويدل الانحدار البسيط للمتغير ص على المتغير س على تباين كبير في البواقي وتحيز في ميل خط الانحدار الذي يظهر في الشكل ومعادلته :

ص = ٣١٫٤ + ٠٫٣١ س

واسباب التحيز هي نفس الاسباب الوارده في المثال السابق الخاص بمشتريات سندات الحكومة •

ثالثا - المعادلات الاقتصادية

(أ) صياغة المعادلات الاقتصادية

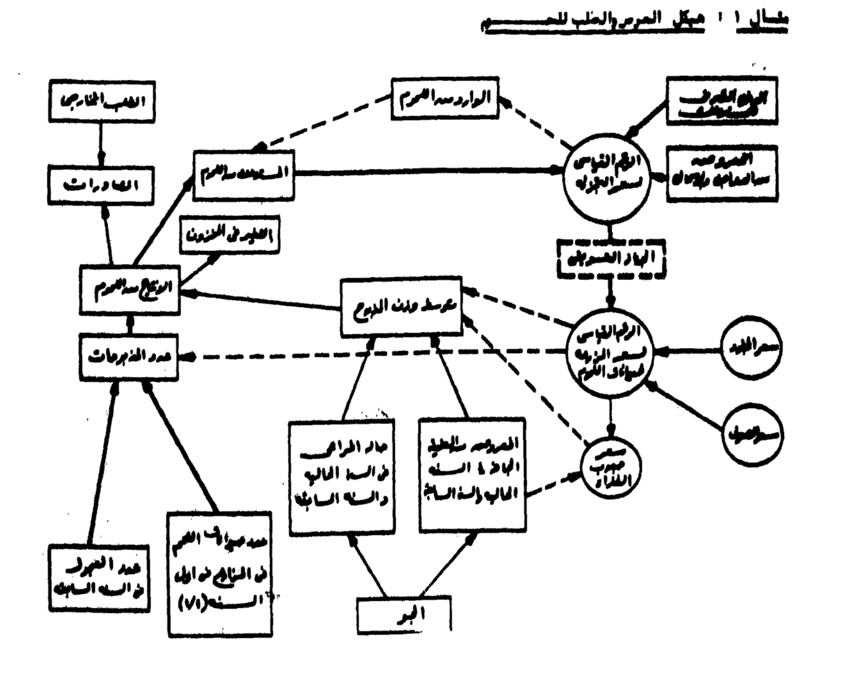
١ - الرسوم التوضيحية

يسعى الباحث القياسي الى تبين العلاقات القائمة بين المتغيرات الاقتصادية ، فان كان اهتمامه مثلا هو دراسة الطلب على احدى السلع كان لزاما عليه أن يتعرف ايضا على العلاقات الأخرى التي تستكمل له الصوره ، فتوضح كافة العوامل المؤثره على الهيكل بأكمله ، أى على دالة العرض لنفس السلعه الى جانب دالة الطلب عليها ، والى جانب ذلك تتضح ايضا المتغيرات الداخلية والخارجية.

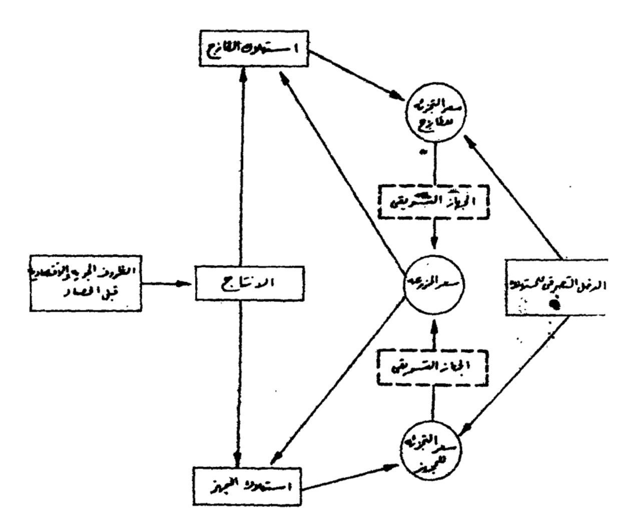
وخير سبيل لتصور ذلك هو الرسم التوضيحي الذى يحدد العلاقات المختلفة والمتغيرات الداخلية بها والعوامل المؤثره عليها فى نطاق موضوع الدراسة.

وفيما يلى بعض الأمثله لخرائط توضيحيه لدراسة هيكل العرض والطلب للحوم ، وللسلع الزراعية سريعة العطب ، وللسلع الزراعية التصديرية . وتظهر فيها الاسعار فى الدوائر والكميات فى المستطيلات ، ويوضح اتجاه السهم اتجاه التأثير وتزداد درجة التأثير واهمية المتغير اذا كان الخط متصلا ، وتقل أن كان متقطعا.

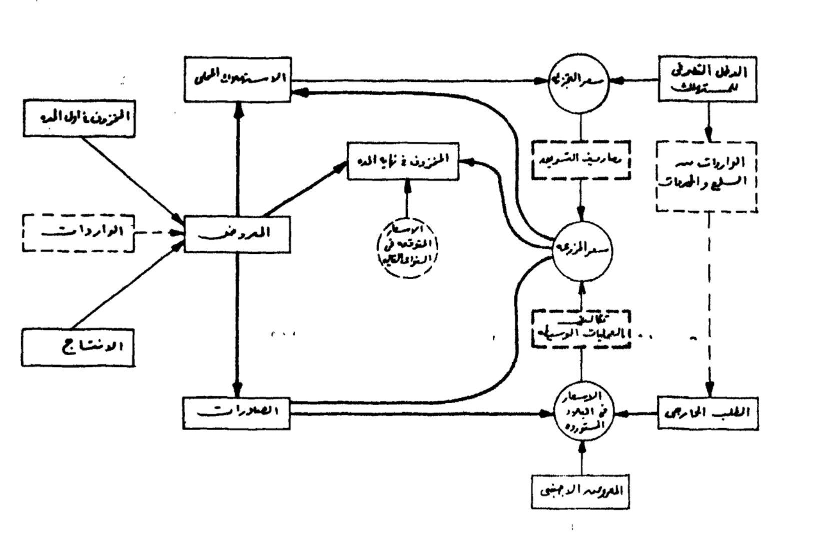
مثال ١ : هيكل العرض والطلب للحوم



مثال ٢ : هيكل العرض والطلب المحاصيل الزراعية سريعة العطب
(سوقين مستقلين)



مثال ٣ : هيكل العرض والطلب للمحاصيل التصديرية



ويتضح من الرسم الاخير مثال (٣) أن المعروض من هذه المحاصيل هـو حصيلة المنتج منها الى جانب المخزون والوارد . ويتوزع هذا المعروض الى جوانبه الثلاثة : الاستهلاك المحلى والصادرات والمخزون فى نهاية المده .

ويتوقف المستهلك على الدخل التصرفى ، وبناء على هذه العلاقة يتحدد سعر التجزئة الذى يؤثر بدوره على السعر المزرعى خلال جهاز التسويق .

ويظهر السعر المزرعى فى الرسم مؤثرا على كميات ثلاثة هى المستهلك محليا والصادر والمخزون فى نهاية المدة . كما يتضح ايضا أن هذا المخزون يتأثر ولا شك بالاسعار المتوقعه فى السنوات التاليه .

وتتأثر أسعار السلعة فى البلاد المستورده بكمية الصادر وبالطلب الخارجى وبالمعروض الاجنبى كما يشير السهم الى ذلك . كما يؤثر هذا السعر على السعر المزرعى .

ويتضمن النموذج ـ الذى أوضحه الرسم ـ دالة الطلب الداخلى ودالة الطلب الخارجى ، ودالة الطلب على الوارد بالنسبه لكل بلد مستورد ، ودالة العرض فى كل بلد مصدر لهذه السلعه .

٢ ـ الصياغة الرياضية للمعادلات

تبدأ الصياغة الرياضية باختيار المتغيرات الاقتصادية الداخله فى تركيب المعادلة ، ثم يلى ذلك افتراض شكل المعادله . ولما كان هذا الشكل يؤثر على التقديرات المتحصل عليها للمعالم كان ولا بد من محاولة تعيين الشكل المناسب للعلاقة الاقتصادية .

ويمكن الاستفاده من شكل الانتشار ، أن كانت العلاقة بين متغيرين ، سواء استخدمت فى الشكل المقاييس الحسابيه أو المقاييس اللوغاريتميه ، فى تحديد شكل العلاقة . ومن ناحية أخرى قد نلجأ الى تجربة الصيغ المختلفة على البيانات لاختيار أفضلها من واقع قيمة معامل الارتباط الى جانب المبررات النظرية .

والافتراض الاول هو أن تكون العلاقة بين المتغيرين ، بفرض أنهما مثلا الاستهلاك (ك) والسعر (س) ، علاقة خطيه في الصوره :

$$ك = أ + ب\, س$$

وتدل هذه المعادلة على أن (أ) هي قيمة ك اذا كانت (س) تساوى الصفر ، أما (ب) فهي عبارة عن معدل تغير (ك) اذا تغيرت (س) بالوحده . ويلاحظ أنه اذا كانت (أ) سالبه فمعنى ذلك قطع الخط الممثل للمعادلة للمحور الافقى قبل المحور الرأسى . ويدل ذلك على أن قيمة ك = صفر ولذا تكون $س = \frac{أ}{ب}$.

وفي حالة دالة الانتاج مثلا ، وتمثل العلاقة بين حجم الانتاج (ص) والعماله (ع) ، وصورتها .

$$ص = أ + ب\, ع$$

اذا كانت أ سالبه ، فمعنى ذلك أنه لا يمكن الحصول على حجم من الناتج بأقل من $\frac{أ}{ب}$ من العمال . ثم يبدأ الناتج في الزيادة بمقدار ب وحده كلما زادت العماله عاملا واحدا وهذا ما يسمى بالناتج الحدى .

ونلاحظ في العلاقة الخطية ثبات المعدل المطلق للتغير وهو (ب) في معادلة الاستهلاك مثلا ، بمعنى أنه اذا زادت س بالوحده زادت (ك) بمقدار (ب) من الوحدات . الا أنه قد يكون من المحتمل ثبات معدل التغير النسبي في (اى لوحدة التغير المطلق في س ، وتأخذ المعادلة في هذه الحال الصوره :

$$ك = أ \cdot ب^{س}$$

والتي يمكن تحويلها الى الصورة :

$$لو\, ك = لو\, أ + س\, لو\, ب$$

وقد تختلف الصوره وتصير :

$$ك = أ \cdot س^{ب} \cdot ى^{ح}$$

وهذه المعادلة الاسية يمكن تحويلها الى الشكل :

لو ك = لو أ + ب لو س + حـ لو ى

ومن المعادلة الاخيرة يتضح ثبات معدل التغير النسبي في ك لكل وحدة من وحدات التغير النسبي في س ، ى ، أى أن ب = معدل التغير النسبي في ك عندما تتغير س بوحدة نسبية . وكذلك الحال بالنسبة الى حـ .

كما يمكن ايضا افتراض أن العلاقة تكون من الدرجة الثانية أو أى درجة أعلا . ومعادلة الدرجة الثانية بين متغيرين صورتها هى :

ص = أ + ب س + حـ س^٢

ويجدر بنا في هذا المجال أن نتناول الدوال المتجانسة كصورة خاصة من الدوال .

الدوال المتجانسة Homogeneous Functions

الدالة المتجانسة هي صورة خاصة من الدوال التي لها اهميتها في جميع الميادين الاقتصادية . اذا كانت لدينا الدالة ص = د (س١ ، س٢) ، وفرضنا تغير قيم المتغيرين س١ ، س٢ زيادة أو نقصا بنسب ثابتة عن قيمهما المعلومة ، فان التغير في الدالة ص = د (س١ ، س٢) يمكن أن يكون بنسب أكبر أو أقل أو مساوية لنسب التغير في المتغيرين .

وفي الحالة الخاصة التي تزيد فيها الدالة ص = د (س١ ، س٢) أو تنقص دائما بنفس زيادة أو نقص س١ ، س٢ تسمى الدالة في هذه الحالة دالة متجانسة من الدرجة الاولى .

تعريف

تكون الدالة ص = د (س١ ، س٢) دالة متجانسة من الدرجة الرائية اذا كانت د (λ س١ ، λ س٢) = λ^ر د (س١ ، س٢) لاى

قيمة من قيم λ .

مثال (١) : اذا كانت ص = د (س١ ، س٢)

$$= س_1^2 + ٤ س_1 س_2 + ٣ س_2^2$$

اذا ضرب كل من س١ ، س٢ في λ نحصل على

$$د(\lambda س_1 ، \lambda س_2) = (\lambda س_1)^2 + ٤(\lambda س_1)(\lambda س_2) + ٣(\lambda س_2)^2$$

$$= \lambda^2 س_1^2 + ٤ \lambda^2 س_1 س_2 + ٣ \lambda^2 س_2^2$$

$$= \lambda^2 (س_1^2 + ٤ س_1 س_2 + ٣ س_2^2)$$

$$= \lambda^2 د(س_1 ، س_2)$$

ومعنى ذلك أن د (س١ ، س٢) = $س_1^2 + ٤ س_1 س_2 + ٣ س_2^2$ دالة متجانسة من الدرجة الثانية حيث ر = ٢ .

واذا ضاعفنا مثلا المتغيرين المستقلين س١ ، س٢ حصلنا على

$$د(٢ س_1 ، ٢ س_2) = ٢^2 د(س_1 ، س_2)$$

مثال (٢) : اذا فرضنا الدالة ص = د (س ، ى ، ض)

$$= ٣ س / ض - (٢ ى / ض)$$

وبضرب كل من المتغيرات المستقلة س ، ى ، ض في ثابت λ كانت :

$$د(\lambda س ، \lambda ى ، \lambda ض) = \frac{٣ \lambda س}{\lambda ض} - \frac{٢(\lambda ى)}{\lambda ض}$$

$$= \frac{٣ \text{ س}}{\text{ص}} - \frac{٢ \text{ ى}}{\text{ص}}$$

$$= \lambda^{\text{صفر}} \text{ د } (\text{س ، ى ، ص})$$

ولما كانت $\lambda^{\text{صفر}}$ = ١ فيقال أن الدالة د (س ، ى ، ص) دالة متجانسة من الدرجة الصفرية . فاذا ضربت جميع المتغيرات المستقلة س ، ص ، ى في ثابت فان قيمة الدالة لا تتغير . والمثال على ذلك أنه اذا ضرب كل من س ، ى ، ص في ٥ مثلا فاننا نحصل على

$$\text{د } (٥ \text{ س ، } ٥ \text{ ى ، } ٥ \text{ ص}) = \text{د } (\text{س ، ى ، ص})$$

ومن أهم خصائص الدوال المتجانسة ما كان منها متضمنا تفاضلاتها الجزئية . فاذا كانت د (س ، ص) دالة متجانسة من الدرجة الرائية فان

$$\text{س د}_{\text{س}} (\text{س ، ص}) + \text{ص د}_{\text{ص}} (\text{س ، ص}) = \text{ر د } (\text{س ، ص})$$. وتسمى هذه المتطابقة بقاعدة أيلور

ولاستنتاج هذه القاعدة تفاضل :

$$\text{د } (\lambda \text{ س ، } \lambda \text{ ص}) = \lambda^{\text{ر}} \text{ د } (\text{س ، ص})$$

بالنسبة الى المعلمة λ فنحصل على :

$$\text{س د}_{\lambda \text{س}} (\lambda \text{ س ، } \lambda \text{ ص}) + \text{ص د}_{\lambda \text{ص}} (\lambda \text{ س ، } \lambda \text{ ص}) = \text{ر } \lambda^{\text{ر}-١} \text{ د } (\text{س ، ص})$$

وبفرض أن قيمة λ = ١ يمكن الوصول الى قاعدة أيلور . فيكون التفاضل هو :

$$\text{س د}_{\text{س}} (\text{س ، ص}) + \text{ص د}_{\text{ص}} (\text{س ، ص}) = \text{ر د } (\text{س ، ص})$$

ومعنى ذلك أن مجموع التفاضلات الجزئيه للداله مضروب كل منها في المتغير المستقل المناظر له يساوى الداله مضروبه في ر (درجة التجانس) ٠

مثال (٣) : سبق أن أوضحنا أن الدالة

$$د \left(س_١ ، س_٢\right) = س_١^٢ + ٤ س_١ س_٢ + ٣ س_٢^٢$$

دالة متجانسه من الدرجة الثانية ٠

وحساب التفاضلات الجزئية يكون

$$د_{س_١} \left(س_١ ، س_٢\right) = ٢ س_١ + ٤ س_٢$$

$$د_{س_٢} \left(س_١ ، س_٢\right) = ٤ س_١ + ٦ س_٢$$

فيكـــــون

$$س_١ \, د_{س_١} \left(س_١ ، س_٢\right) + س_٢ \, د_{س_٢} \left(س_١ ، س_٢\right) =$$

$$س_١ \left(٢ س_١ + ٤ س_٢\right) + س_٢ \left(٤ س_١ + ٦ س_٢\right)$$

$$= ٢ س_١^٢ + ٤ س_١ س_٢ + ٤ س_١ س_٢ + ٦ س_٢^٢$$

$$= ٢ \, د \left(س_١ ، س_٢\right) ٠$$

ومعنى ذلك أنه لما كانت د ($س_١$ ، $س_٢$) دالة متجانسه من الدرجة الثانيــة فان مجموع التفاضلات الجزئية مضروب كل منها في المتغير المستقل المناظر له يســاوى ضعف الداله الاصليه د ($س_١$ ، $س_٢$)

مثال (٤) : اذا كانت الدالة (س، ص، ع، ن) = ٣ س ـ ٢ ص + ٤ ع ـ ن

دالة متجانسه من الدرجة الاولـــى .

وبحساب التفاضلات الجزئية نجد أنها هـــى :

$د_{س}$ (س، ص، ع، ن) = ٣

$د_{ص}$ (س، ص، ع، ن) = ـ ٢

$د_{ع}$ (س، ص، ع، ن) = ٤

$د_{ن}$ (س، ص، ع، ن) = ـ ١

فان س $د_{س}$ (س، ص، ع، ن) + ص $د_{ص}$ (س، ص، ع، ن) +

ع $د_{ع}$ (س، ص، ع، ن) + ن $د_{ن}$ (س، ص، ع، ن) =

٣ س ـ ٢ ص + ٤ع ـ ن

ومن ذلك يتضح أنه فى حالة الدالة المتجانسه من الدرجة الاولى يكـــون مجموع التفاضلات الجزئية مضروب كل منها فى المتغير المستقل المناظر لهـــا مساويا الدالة الاصلية د (س، ص، ع، ن).

بعض الامثلة الاقتصاديـــة

أ ـ دالة الانتـــاج

تشرح دالة الانتاج لسلعة ما العلاقة بين حجم هذا الناتـــج ص وكميات معينة من العناصر الانتاجية $س_{١}$ ، $س_{٢}$. وتتوقف الصوره الرياضيـــة للدالة على الشروط النظرية للنواتج الحدية . فان كانت هذه النواتج متناقصـــة ، كما تفترض النظرية الاقتصادية ، مع زيادة المستخدم من العنصر الانتاجـــى وبقاء العناصر الاخرى ثابته ، فانه من الافضل الا تكون الدالة خطية وانمـــا تكون خطية فى لوغاريتمات المتغيرات.

ونستنتج من هذه الصورة اللوغاريتمية لدالة الانتاج ثبات العلاقة بين الناتج الحدى والناتج المتوسط .

فاذا كانت المعادلة هى :

$$ص = أ \; س^{ب}$$

نجد أن صورتها الخطية هى :

لو ص = لو أ + ب لو س

$$ويكون \quad \frac{ك \, ص}{ك \, س} = \frac{ك \, (أ \; س^{ب})}{ك \, س} = أ \times ب \; س^{ب - ١}$$

$$= ب \times \frac{أ \; س^{ب}}{س}$$

$$= ب \times \frac{ص}{س}$$

الناتج الحدى = ب × الناتج المتوسط

ومعنى ذلك أن النسبة بين الناتج الحدى والناتج المتوسط ثابته وتساوى ب وهى ما يعبر عنها بالمرونه حيث أن المرونة = $\frac{\text{الناتج الحدى}}{\text{الناتج المتوسط}}$

وتصف غلة الحجم Returns to Scale استجابة الناتج للزيادة النسبيه فى جميع العناصر الانتاجية . فاذا زاد الناتج بنفس النسبة كانت غلة الحجم ثابته ، وتكون غلة الحجم متزايدة اذا زاد الناتج بنسبة أكبر ، وتكون متناقصه اذا زاد الناتج بنسبة اصغر .

وقد وجد الاقتصاديون أن دالة الانتاج يمكن أن تمر بهذه الاشكال الثلاثة لغلة الحجم ، فتصل الى الغلة المتزايدة للكميات البسيطة من العناصر

الانتاجية ، ثم تمر بمرحلــــة الغلة الثابته وفى النهاية تمر بالغلة المتناقصــــة مع زيادة كمية العناصر الانتاجيـــــة.

ويسهل تعريف غلة الحجم بالنسبة لدوال الانتاج المتجانسة. وكمــــا سبق أن أوضحنا تكون دالة الانتاج متجانسه من الدرجة الرائيه اذا كانت.

$$د \left(\lambda س_1 ، \lambda س_2 \right) = \lambda^{ر} د \left(س_1 ، س_2 \right)$$

فاذا زاد كل من العنصرين بمقدار λ زاد الناتج بمقدار $\lambda^{ر}$.

وتكون غلة الحجم متزايدة اذا كانت ر $>$ ١ وثابته اذا كانت ر = ١ ومتناقصه اذا كانت ر $<$ ١ ويندر أن تكون دوال الانتاج متجانسه من درجة بخلاف الدرجــة الاولى .

والدالة المتجانسه من الدرجة الرائية تكون تفاضلاتها الجزئية دوال متجانسه من الدرجة ر ــ ١ فاذا فاضلنا الطرف الايسر للمعادلة السابقه جزئيا بالنســــبة الى $س_1$ كانت النتيجة :

$$\lambda د_1 \left(\lambda س_1 ، \lambda س_2 \right) = \lambda^{ر} د_1 \left(س_1 ، س_2 \right)$$

وبالقسمه علــى λ

$$د_1 \left(\lambda س_1 ، \lambda س_2 \right) = \lambda^{ر-1} د_1 \left(س_1 ، س_2 \right)$$ وهذا هو تعريف التجانس من الدرجة ر ــ ١

ومعنى ذلك أنه اذا كانت دالة الانتاج متجانسة من الدرجة الاولــى كانت الانتاجية الحدية لكل من $س_1$ ، $س_2$ متجانسه من الدرجة الصفرية.

$$أى أن \quad د_1 \left(س_1 ، س_2 \right) = د_1 \left(\lambda س_1 ، \lambda س_2 \right)$$

$$، \quad د_2 \left(س_1 ، س_2 \right) = د_2 \left(\lambda س_1 ، \lambda س_2 \right)$$

<u>مثال</u> : ومن بين دوال الانتاج المتجانسه المعروفة دالة كوب ودوجلاس للانتاج على المستوى القومــــى :

$$\text{ص} = \text{أ}\ \text{س}_1^{\text{ب}}\ \text{س}_2^{1-\text{ب}}$$

حيث صفر < ب < ١

فاذا زاد العمل س_1 ورأس المال س_2 بمقدار λ كانت

$$\text{د}\ (\lambda\ \text{س}_1\ ،\ \lambda\ \text{س}_2) = \text{أ}\ (\lambda\ \text{س}_1)^{\text{ب}}\ (\lambda\ \text{س}_2)^{1-\text{ب}}$$

$$= \lambda\ \text{أ}\ \text{س}_1^{\text{ب}}\ \text{س}_2^{1-\text{ب}}$$

ومعنى ذلك أن دالة كوب دوجلاس دالة متجانسة من الدرجة الاولى.

وتكون دوال الانتاجية الحدية لكل من العمل ورأس المال دوال متجانسة من الدرجة الصفريـــة.

$$\text{د}_1\ (\text{س}_1\ ،\ \text{س}_2) = \text{ب}\ (\text{أ}\ \text{س}_1^{\text{ب}-1}\ \text{س}_2^{1-\text{ب}})$$

$$\text{د}_2\ (\text{س}_1\ ،\ \text{س}_2) = (1-\text{ب})\ (\text{أ}\ \text{س}_1^{\text{ب}}\ \text{س}_2^{-\text{ب}})$$

$$\text{د}_1\ (\lambda\ \text{س}_1\ ،\ \lambda\ \text{س}_2) = \text{ب}\ (\text{أ}\ \lambda^{\text{ب}-1}\ \text{س}_1^{\text{ب}-1}\ \lambda^{1-\text{ب}}\ \text{س}_2^{1-\text{ب}})$$

$$= \text{ب}\ \lambda^{\text{صفر}}\ (\text{أ}\ \text{س}_1^{\text{ب}-1}\ \text{س}_2^{1-\text{ب}})$$

$$،\ \text{د}_2\ (\lambda\ \text{س}_1\ ،\ \lambda\ \text{س}_2) = (1-\text{ب})(\text{أ}\ \lambda^{\text{ب}}\ \text{س}_1^{\text{ب}}\ \lambda^{-\text{ب}}\ \text{س}_2^{-\text{ب}})$$

$$= (1-\text{ب})\ \lambda^{\text{صفر}}\ (\text{أ}\ \text{س}_1^{\text{ب}}\ \text{س}_2^{-\text{ب}})$$

أي أنهما دالتان متجانستان من الدرجة الصفريـــــة.

ب - دالة الطلـــــب

دالة الطلب دالة متجانسة من الدرجة الصفرية في السعر والدخل، حيث

أنه يمكن استنتاج منحنى الطلب من الاسعار λ عس ، λ ع ص والدخل λ ى من نفس المعادلات التى يستنتج منها للاسعار عس ، ع ص ، والدخل ى . ومعنى ذلك أنه اذا زادت الاسعار وكذا دخل المستهلك بنفس النسبة فان الكميات المطلوبة تبقى ثابته دون تغيير . أى أن المستهلك سوف لا يتغير سلوكه .

ولكن المستهلك قد يتعرض للوهم النقدى فى حالة مضاعفة الاسعار ومضاعفة الدخل ، باعتقاده خطأ أن موقفه قد تحسن ، وهذا يتصرف كما لو كان دخله قد زاد .

ومن ناحية أخرى قد يتعرض المستهلك ايضا للوهم السعرى ، ويدل على حساسيته من ناحية الاسعار اعتقادا منه بأن ارتفاع الاسعار قد أصابه رغم ارتفاع دخله النقدى بنفس النسبه فيتصرف كما لو كان دخله قد نقص .

(٢) انواع المعادلات

المعادلات الهيكلية

توصف المعادلات التى تشرح الحالة الاقتصادية بكونها هيكلية نظرا لما تعرضه من هيكل اساسى لاقتصاديات المنشأه أو الصناعة موضوع الدراسة أو للاقتصاد بصفه عامة .

وتنقسم هذه المعادلات الى أربعة أنواع اساسية هى :

١ ــ المعادلات السلوكية　　　٢ ــ المعادلات الفنية

٣ ــ المعادلات التنظيمية　　　٤ ــ المعادلات التعريفية

والمعادلات هى عادة الصوره القياسية (الجبرية المحدده) للدوال التى تربط المتغيرات الاقتصادية ببعضها البعض. فاذا قيل مثلا أن الاستهلاك داله فى الدخل كان معنى ذلك أن الكمية المستهلكة أنما تتوقف على الدخل أى أن لكل كمية (مستوى) من الدخل كمية تناظرها من الاستهلاك.

وفيما يلـــى تعريف بالانـــواع الاربعـــة للمعادلات الهيكليـــــة :

١ ـ المعادلات السلوكيــــــة

وهى المعادلات التى تصف لنا السلوك الاقتصادى للمنتجين أو المستهلكين أو المستثمرين فهى التى تفسر لنا القرارات الاقتصادية التى يتخذونها ، ومن أمثلتها معادلات العرض والطلب . والنظريـــــــــة الاقتصادية هى المسئولة ايضا عن اختيار المتغيرات الداخلة فى تركـــــيب هذه المعادلات .

فقد تشرح المعادلة السلوكية دالة ذات متغير مستقـــل واحد أو أكثر . فالمعادلة التى تنص على أن الكمية المستهلكة من سلعــــــة ما أنما تتغير بتغير سعر هذه السلعة هى معادلة سلوكية تشرح مـــــــدى إستجابة الاسر (فى صورة الكميات المستهلكة) لسعر السلعة المستهلكـــــة . والمعادلة التى توضح أن الكمية المستهلكة (المطلوبة) أنما تتغير بتغـــــير سعر السلعة ، ودخل المستهلك ، وأسعار السلع البديلة ، هى ايضـــــا معادلة سلوكية تبين أثر المتغيرات الاخرى التى تؤثر على قرارات الاســــرة بالنسبة للكمية المستهلكة .

٢ ـ المعادلات الفنيــة

ومن امثلتها دالة الانتاج ، وهى العلاقة القائمـــة بين حجم الانتاج والعوامل الداخلة فى انتاجه . ولا شك أن الظروف الفنيـــة للانتاج هى التى تحدد هذه العوامل ، ولا دخل للمحلل الاقتصادى فـــى تعيينها ، وانما ينحصر دوره فى صياغة المعادلة واختيار الصيغة التى تحقـــق الظروف الفنية والاقتصادية معا . أما العلاقات التى تحدد حجم كل عـــامل من العوامل المستخدمة وفقا لاسعارها ونواتجها الحدية فتتبع المعـــادلات السلوكية السابق الاشارة اليهـــا .

٣ ـ المعادلات التنظيمية

وتصف لنا نمط معين من السلوك يحدده القانون مما لا يدفع الاقتصادى الى فرض الفروض لتفسيره . ومن خير الامثلة على ذلك قوانين الضرائب ، حيث نجد أن ايراد الدولة من ضريبة الدخل مثلا يساوى مجموع معدل الضريبة × دخل الفرد .

٤ ـ المعادلات التعريفية

وتمثلها المتطابقات ، وهى علاقات تعرف لنا أحد المتغيرات تعريفا غير مشروط . فاذا عرفنا الدخل بانه مجموع الاستهلاك والادخار أمكن أن نستنتج أن

الادخار = الدخل ـ الاستهلاك (١)

وتتحقق هذه المعادله التعريفيه (المتطابقة) مهما كانت قيم الاستهلاك والدخل ، حيث أن الادخار لابد وأن يحقق المعادلة بحكم التعريف. (علما بأن الفرق بين المعادله والمتطابقه هو أن المعادله علاقة مشروطه بينما المتطابقة علاقة غير مشروطه .)

واذا عرفنا أن الناتج الكلى = الدخل الكلى

واعتبرنا أن كل مالم يستهلك من الناتج الكلى استثمار فمعنى ذلك أن الادخار = الاستثمار .

ومن أمثلة هذه المعادلات التعريفية معادلات شرط التوازن فى نماذج اسواق السلع المختلفة. وتتكون هذه النماذج من معادلتى العرض والطلب لهذه السلع الى جانب معادلة شرط التوازن .

ط = د (ع)

ض = ح (ع)

ط = ض

وباستخدام المعادلة التعريفية والتعويض بها في أحدى المعادلتين السابقتين نحصل على معادلتين في متغيرين س أو ط ، ع .

وواضح أن المعادلة (١) لا تدلنا عن التغير الذي يطرأ على الاستهلاك والادخار اذا ما تغير الدخل ، بمعنى هل يزيد الاستهلاك أو ينقص أو يثبت اذا زاد الدخل .

ومن الامثلة الاخرى على المعادلات التعريفية المثال الرياضي وهو :

سعر السلعة x الكمية المشتراة = جملة المنفق على هذه السلعة .

وبديهي أن مثل هذه المعادلة تشرح سلوك معين لاى مجموعة في المجتمع وأن كانت ضرورية للمحلل القياسي لاستخدامها بصراحة في تحليله المنطقي .

وقد نلجأ احيانا عند حل النموذج الى تحويل المعادلات الهيكلية الى الصورة التي تظهر فيها المتغيرات الداخلية دالة في المتغيرات المحددة . وهذه المعادلات الجديدة هي المعادلات المشتقة .

ومن امثلة ذلك الصورة البسيطة لنموذج كينز :

اذا فرضنا أن الاستهلاك دالة في الدخل وتمثلها الدالة الهيكلية المتقيد الآتية :

س = أ + ب ى + ن (١)

الى جانب المعادلة الهيكلية التعريفية

ى = س + ع (٢)

فالمعادلتان (١) ، (٢) معادلتان هيكليتان فيهما العلاقة مباشرة وتشرح الاولى السلوك الاقتصادي للافراد حيث

س = الاستهلاك ، ى = الدخل

ع = الاستثمار ، ن = الخطأ العشوائي

ويمكن الوصول الى المعادلة المشتقة من الصورة المختزلة Reduced Form. للنموذج ، وذلك بالحصول على قيم المتغيرين الداخليين س ، ى بمعلومية المتغير

الخارجى ع .

وبالتعويض فى المعادلة (١) بما تساويه س من المعادلة (٢) :

$$ى - ع = أ + ب ى + ن$$

$$ى - ب ى = أ + ع + ن$$

$$(١ - ب) ى = أ + ع + ن$$

$$ى = \frac{أ}{١ - ب} + \frac{١}{١ - ب} ع + \frac{١}{١ - ب} ن \qquad (٣)$$

وبالتعويض فى المعادلة (١) بما تساويه ى من المعادلة (٢)

$$س = أ + ب (س + ع) + ن$$

$$= أ + ب س + ب ع + ن$$

$$س - ب س = أ + ب ع + ن$$

$$(١ - ب) س = أ + ب ع + ن$$

$$س = \frac{أ}{١ - ب} + \frac{ب}{١ - ب} ع + \frac{١}{١ - ب} ن \qquad (٤)$$

والمعادلتان (٣) ، (٤) معادلتين مشتقتين ويلاحظ فيهما أن الاستثمار هو العامل المحدد لكل من الدخل والاستهلاك وذلك نتيجة افتراضنا للعلاقتين (١) ، (٢) وتصور الاولى علاقة الاستهلاك بالدخل وتعرف الثانية الاستهلاك بأنه الفرق بين الدخل والاستثمار .

ويبدو واضحا أن معالم المعادلتين (٣) ، (٤) هى دوال فى المعالم الهيكلية فى المعادلة (١) وهى الميل الحدى للاستهلاك (ب) والثابت (أ) .

<u>مثال</u> : اذا فرضنا أن معادلتى العرض والطلب لسلعة ما هما :

$$ط = أ + ب ع + حـ ى + ن_١ \qquad (١)$$

$$ض = د + هـ ع + و س + ن_٢ \qquad (٢)$$

حيث ط = الاستهلاك ، ص = الانتاج ، ع = السعـــر

ى = الدخل   س = العوامل الجويه (كميات المطر ودرجة الحرارة)

$ن_1$ ، $ن_2$ = الخطأ العشوائى .

وهما معادلتان هيكليتان .

واذا عبرنا عن الكميات والاسعار بانحرافاتها كدوال فى المتغيرات المحدده ى ، س والاخطاء العشوائية حصلنا على الصوره المبسطه للنموذج وهى :

$$\text{ع} = -\left(\frac{\text{حـ}}{\text{ب} - \text{هـ}}\right)\text{ى} + \left(\frac{\text{و}}{\text{ب} - \text{هـ}}\right)\text{س} + \frac{\text{ن}_2 - \text{ن}_1}{\text{ب} - \text{هـ}} \qquad (٣)$$

$$\text{ص} = -\left(\frac{\text{حـ هـ}}{\text{ب} - \text{هـ}}\right)\text{ى} + \left(\frac{\text{و ب}}{\text{ب} - \text{هـ}}\right)\text{س} + \frac{\text{ب ن}_2 - \text{هـ ن}_1}{\text{ب} - \text{هـ}} \qquad (٤)$$

وتقدر المعلمه هـ كنسبه لمعاملى ى فى المعادلتين (٣ ، ٤) والمعلمه ب كنسبه لمعاملى س . واذا علمت كل من (ب ، هـ) أمكن تقدير كل من (حـ ، و) من معاملات المعادلة (٣) .

باعتبار أنه لن يكون هناك ثوابت لان قيم المتغيرات ظهرت كانحرافاتهـا عن المتوسط الحسابى لها .

أ = ٠ ، د = ٠ ونستطيع اشتقاق المعادلتين (٣ ، ٤) مـن المعادلتين الاصليتين كما يلـــى :

<u>المعادلتان الاصليتان :</u>

$$\text{ط} = \text{أ} + \text{ب ع} + \text{حـ ى} + \text{ن}_1$$

$$\text{ص} = \text{د} + \text{هـ ع} + \text{و س} + \text{ن}_2$$

<u>المعادلتان المشتقتان :</u>

$$\text{ب ع} = \text{ط} - \text{أ} - \text{حـ ى} - \text{ن}_1 \qquad (١) \qquad (\text{أ} = \text{صفر})$$

$$\text{ب ع} = \text{ط} - \text{حـ ى} - \text{ن}_1$$

$هـ_ع = ص_هـ - و س_هـ - ن_٢$ (٢) وبطرح (٢) من (١)

$ب_ع - هـ_ع = (ط - حـ ك_هـ - ن_١) - (ص_هـ - و س_هـ - ن_٢)$

ويأخذ $ع$ مشترك

$ع (ب - هـ) = - حـ ى + و س_هـ + (ن_٢ - ن_١) + ط - ص$

اذا تساوى الاستهلاك والانتاج

فان ط - ص = صفر

$$ع = - \frac{حـ}{ب - هـ} ى_هـ + \frac{و}{ب - هـ} س_هـ + \frac{ن_٢ - ن_١}{ب - هـ}$$

وبالمثل يمكن استنتاج

$$ص_هـ = هـ \left[- \frac{حـ}{ب - هـ} ى_هـ + \frac{و}{ب - هـ} س_هـ + \frac{ن_٢ - ن_١}{ب - هـ} \right] + و س + ن_٢$$

$$= - \left(\frac{حـ هـ}{ب - هـ} \right) ى_هـ + \left(\frac{و ب}{ب - هـ} \right) س_هـ + \frac{ب ن_٢ - هـ ن_١}{ب - هـ}$$

(٣) عدد المعادلات

يأتي بعد ذلك سؤال هام : ما هو انسب عدد للمعادلات التي يحتويها النموذج . في الحقيقة ليست هناك قاعدة محددة تشير الى عدد المعادلات التي يجب أن يتضمنها النموذج . وأن كان هذا العدد يتوقف على عدة اعتبارات تتلخص في (أ) الهدف من النموذج (ب) توافر البيانات (حـ) اهمية القطاعات المختلفة والمتغيرات المتعددة (د) درجة الاهتمام بالبيانات التفصيلية .

رابعا — أنواع النماذج

(أ) تبعا لطبيعة الاخطاء فيها :

تقسم النماذج تبعا لطبيعة الاخطاء فيها الى ثلاثة انواع هي :

(أ) نماذج تحتوى معادلاتها على أخطاء : وتتمثل فى الاخطاء أو البواقى غير المشروحه ويسمى النموذج فى هذه الحالة Shock Model.

ويمكن تصوير هذا النوع من الخطأ بمثال بسيط يتمثل فى نموذج من معادلة واحدهى معادلة العرض. تفترض نظرية العرض فى أبسط صورها وجود علاقة موجبه بين الكمية المعروضه لسلعة ما وسعرها مع ثبات باقى العوامل . فاذا ارتفع السعر زادت الكمية المعروضة من السلعة والعكس صحيح . وباتباع اسلوب البحث القياسى نجد أن المهمه الاولى هى توصيف النموذج بمعنى تحديد المتغير التابع والمتغيرات المفسره ، وعدد المعادلات ، والصيغه الرياضية للنموذج ، وأخيرا الفروض القبليه لتوقعاتنا لاشارات قيم المعالم . وتتلخص معلوماتنا النظرية فى هذا الصدد فى الآتى :

(أ) أن المتغير التابع هو الكمية المعروضة (ص) والمتغير المفسر هو السعر (س)

ص = د (س)

(ب) لم تحدد النظرية الاقتصادية ما اذا كان نموذج العرض يمكن دراسته كنموذج المعادله الواحده ، أو كنموذج المعادلات الآنيه . وفى هذه المرحلة يمكن الاكتفاء باعتبار النموذج موضوع الدراسة هو نموذج المعادله الواحدة .

(حـ) أما الصيغه الرياضيه للمعادلة فلم تفصح النظرية الاقتصادية عن كونها خطية أو غير خطية . ولهذا كان من واجب الباحث القياسى تعيين ذلك . ولنبدأ بافتراض كونها خطية بسيطة فى الصوره $ص_ر = ب + ب_1 س_ر$.

وتعنى هذه الصيغه أن هناك أتجاه واحد للسببيه بين المتغيرات ص ، س ، وهو أن السعر هو السبب فى تغيرات الكمية المعروضة وليس العكس.
وأن المعالم فى دالة العرض هى ب ، ب١ — وأن الهدف هو الحصول على تقديرات لقيمتها العددية . والمتوقع أن تكون اشارة ب١ موجبة ،
اما من ناحية قيمة المعلمه ب١ فنحن نعلم أنه فى حالة الدالة الخطية تدخل هذه المعلمه فى حساب المرونه السعرية للعرض التى تعرف بأنها م = ب١ × س̄ / ص̄

حيث س̄ ، ص̄ هى القيم المتوسطة لكل من س ، ص خلال فترة العينه .

ومعلومية متوسطات قيم س ، ص ، فان كان عرض السلعه غير مرن ، كما هو الحال بالنسبه للمنتجات الزراعية ، فمعنى ذلك أن قيمة ب١ يجب أن تكون مناسبة لتجعل فى النهاية المرونة السعرية أقل من الواحد الصحيح . اما أن كان العرض مرنا ، كما هو الحال بالنسبه لبعض المنتجات الصناعية ، فان ب١ يجب أن تكون ذات قيمة توصلنا الى مرونة تزيد عن الواحد الصحيح .

اما المعلمه (ب) فيجب أن تكون قيمتها مساوية للصفر أو موجبه وليست سالبه . ففى الحالة الاولى تعنى أن تكون الكمية المعروضه مساويه للصفر أن كان السعر مساويا للصفر . والقيمة الموجبة معناها أن كمية ما سوف تعرض فى الاسواق حتى وأن وصل السعر الى الصفر . ولا شك أن القيمة السالبه لهذه المعلمة يعنى عدم معقولية النتيجة اقتصاديا وهى حصولنا على كمية سالبه .

(د) أن الصيغة المقترحة لمعادلة العرض تعنى أن التغيرات فى الكمية المعروضة (ص) انما ترجع فقط الى التغيرات فى السعر (س) دون غيره من المتغيرات الاخرى . وأن كان هذا صحيحا فاننا نتوقع أن جميع النقط الممثله لازواج قيم الكمية والسعر يجب أن تقع على خط مستقيم . ولكننا فى حقيقة

الامر اذا جمعنا مثل هذه البيانات من أحد الاسواق ، وحاولنا عرضها بيانيا ، فاننا نجد انها لا تقع على خط مستقيم أو أى منحنى ممهد ، ولكنها تأخذ بالتقريب شكل الخط أو المنحنى ٠ وترجع انحرافات النقط عن الخط الى عدة عوامل يمكن أن نلخصها في الآتي :

١ ـ اغفال بعض المتغيرات

لاشك أن كل متغير اقتصادى يتأثر بالعديد من العوامل ٠ وعلى سبيل المثال أن نمط استهلاك الاسرة يحدده دخلها ، والاسعار ، وتركيب الاسرة من حيث السن والنوع ، والمستويات السابقة للدخل ، والاذواق ، والدين والمستوى التعليمى والاجتماعى للاسرة ، وممتلكاتها الى غير ذلك من العوامل المتعددة ٠ ومن الواضح أن هذه العوامل المؤثرة على المتغير التابع قد يتعذر اضافتها للدالة لعدة اسباب منها : (أ) جهل الباحث ببعض العوامل (ب) عدم امكانية قياس بعض العوامل احصائيا كالعوامل النفسية أو الاذواق أو التوقعات ٠ كما يتعذر احيانا تقريبها بالمتغيرات العددية تقريبا مقبولا ٠ (حـ) عشوائية بعض العوامل التى يصعب توقعها من ناحية الشكل الذى يمكن أن تقع به والتوقيت الذى يمكن أن تحدث فيه كالاوبئة والزلازل والحروب (د) صغر أثر كل عامل على حده مما يؤدى الى صغر معالم مثل هذه المتغيرات وتعذر قياسها ، وان كانت فى مجموعها تؤثر بوضوح على المتغير التابع ٠ (هـ) عدم توافر البيانات الاحصائية وملاءمتها للقياس ، وخاصة فى حالة السلاسل الزمنية وكلنا يعلم أن نقص البيانات يؤدى الى مشكلة درجات الحرية ٠ ولذا كان من الافضل فى أغلب الحالات الاكتفاء باضافة ثلاث أو أربع متغيرات هامة اضافة صريحة فى المعادلة ٠

٢ ـ عشوائية السلوك البشرى

ان صعوبة توقع السلوك البشرى الى حد ما قد يتسبب فى الانحراف عن نمط السلوك الطبيعى أو المعتاد ، الذى يحدده

خط العلاقة ، كما يحدث احيانا عندما يغير المستهلك نمط انفاقه دون ان يطرأ أى تغير على دخله أو على اسعار السلع المستهلكة .

(٣) التوصيف غير السليم من ناحيه الصيغه الرياضية وعدد المعادلات

قد تستخدم الصيغه الخطية لسهولتها بدلا من الصيغه غير الخطية الواجب استخدامها ، أو ربما أغفلت بعض معادلات النموذج . فالظواهر الاقتصادية بالغة التعقيد ، يتعذر عرضها فى معادلة واحدة مهما تعددت متغيراتها المفسره . وفى اغلب الاحيان تتحدد كثير من المتغيرات آنيا من خلال نموذج متعـدد المعادلات . فالسعر مثلا يحدد الكمية المعروضه كما يتحدد ايضا من خلالهـا . ومعنى ذلك أن دراسة العرض من خلال نموذج المعادلة الواحدة انما يجرنـا الى خطأ راجع الى توصيف غير سليم لصيغة النموذج من ناحية عدد المعادلات .

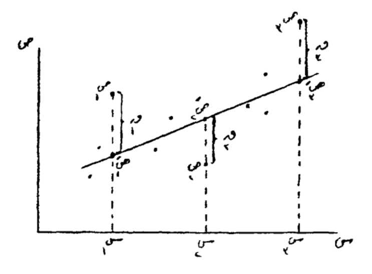
(٤) اخطاء التجميع

غالبا ما تستخدم بيانات مجمعه كاجمالى الاستهـلاك واجمالى الدخل حيث تجمع القيم الخاصه بافراد غير متشابهه السلوك . ففـى حالة دالة الانتاج لصناعة مـا مثلا ، قد تجمع المنتجات وعناصر الانتاج لمستثمرين غير متشابهين . كما أن التغير فى توزيع الناتج الكلى بين المنشآت من أهـم العوامل فى تحديد هذا الناتج ، ومع ذلك فان المتغيرات الخاصـه بالتوزيـع لا تظهر فى الداله . هذا الى جانب أنواع أخرى من التجميع تكون سببا فى الخطـأ بالمعادلة .

ويمكن تصوير الاخطاء المشار اليها باضافة المتغير العشوائى فى الدالـة القياسية ، الذى يرمز له عادة بالرمز ق ، فيصير النموذج عشوائيا بالصوره :

$$ص_ر = (ب + ب_1 س_ر) + (ق_ر)$$

وتتجزأ العلاقة الحقيقية التى تربط المتغيرات الى جزئين : الاول ويمثله خط الانحدار ، والثانى يمثله الخطأ العشوائى ق . ويوضح الشكل معنى هذين الجزءين بيانيـا . ومعنى هذا أن كل قيمة من قيم $ص_ر$ (ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، . . . ، ن) يمكن شرحهـا بدلالة $س_ر$ والخطأ العشوائى $ق_ر$.



وتكون $ص_ر = ب + ب_١ س_ر + ئ_ر$

التغيرات في $ص_ر$ = التغيرات المنتظمه + التغيرات العشوائية

= التغيرات المشروحه + التغيرات غير المشروحه

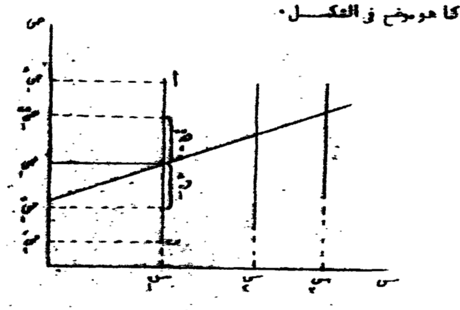
وفي ضوء ما سبق يتضح أن الخطأ العشوائي يرتبط معناه باصطلاح المألوف في النظرية الاقتصادية "بفرض ثبات العوامل الاخرى" ceterius paribus. وعلى سبيل المثال أن دالة الطلب $ص = ب + ب_١ س$ التى تفترضها النظرية الاقتصادية تدل على أن الكمية من سلعة ما دالة في سعرها بفرض ثبات العوامل الاخرى . وهذا يعني أن علاقة السعر والكمية تتحقق اذا ما ثبتت كل العوامل التى لم تظهر صراحة في الدالة كالاذواق والدخل والاسعار الاخرى.

ولما كانت النظريات تعرض دائما الصوره المبسطه للواقع المعقد في حياتنا ، فان الاصطلاح السابق نادرا ما يتحقق . فمن الملاحظ عن جمع بيانات عن الكميات المشتراه من سلعة ما والاسعار المناظرة أنها لم تجمع في وقت كانت فيه باقي العوامل الاخرى ، كاسعار السلع والدخل والاذواق ، ثابته ، بل كانت في حقيقة الامر مستمره في التغير وقتئذ . ومن هنا كان ولا بد في الاقتصاد القياسي ، من اضافة المتغير العشوائي ق للداله القياسية نظرا لعدم تحقق شرط بقاء العوامل الاخرى على حالها .

ومن ناحية أخرى ، يمكن تفسير المعادلة السابقة ص١ = ب٠ + ب١ س١ + ن١ بمعنى أن لكل قيمة من قيم س١ قيماً مختلفة للمتغير ص١ تتوقف على قيمة ن١ موجبة كانت أم سالبة . فلكل قيمة من قيم س١ توزيع لعديد من قيم ن١ وبالتالي لقيم ص١.

فإذا فرضنا مثلاً أن سعر السلعة هو س١ فإن الكمية المعروضة المناظرة يمكن أن تكون أي قيمة فيما بين صَ١ ، صً١ تبعاً لقيمة (ن) وقتئذ . فإن وقع إضراب بين سائقي اللوريات مثلاً أدى ذلك إلى تأخير توزيع السلعة ، بمعنى أن الكمية المعروضة سوف لا تكون ص١ المشاهدة على خط الانحدار ، بل ستكون كمية أقل منها وهي ص*١ نتيجة للأسباب السابقة ويكون الخطأ العشوائي هو ن*١.

وبالعكس إذا سرت إشاعة انخفاض سعر السلع البديلة ، أو احتمال ظهور سلعة جديدة في السوق ، أدى ذلك إلى عرض كميات كبيرة من السلعة . أي أن الكمية المعروضة المناظرة للسعر س١ ستكون هي ص**١ ويصبح الخطأ الناتج ن**١. كما هو موضح في الشكل.



(ب) نماذج تحتوي بياناتها على أخطاء قياس Error Models

تنشأ أخطاء البيانات عن الخطأ في القياس الرقمي في متغير معين. ويمكن تفادي تلك الأخطاء ببذل الجهود لرفع مستوى دقة البيانات وتقليلها من الأخطاء ما أمكن ، الأمر الذي يخرج عن نطاق عمل الباحث أو المحلل القياسي ، كما يتعذر عليه تحقيقه وخاصة إن كانت البيانات لفترات سابقة.

واذا كان لدينا نموذجا من معادلة واحدة هـي :

ص = ب + ب١ س + ن (١)

هذا بفرض أن الخطأ العشوائى (ن) يرتبط بالمتغير التابع ص فقط . ويشمل هذا الخطأ اخطاء قياس المتغير ص والعنصر العشوائى فى ص ، مع افتراض عدم وجود اخطاء فى المتغير المستقل س . ولو أن الفرض الاخير يجب مناقشته حيث ان كلا المتغيرين س ، ص بهما اخطاء قياس واخطاء عشوائية ايضا .

فاذا فرضنا وجود هذه الاخطاء فى كل من س ، ص ، كانت العلاقة بين هذين المتغيرين كالاتـي :ـ

ص٠ = ب + ب١ س٠ (٢)

حيث أن ب ، ب١ هى المعالم المطلوب تقديرها

ومن فرض وجود الاخطاء فى المتغيرات

فان ص = ص٠ + ن (٣)

س = س٠ + نَ (٤)

وباحلال كل من المعادلتين فى المعادلة السابقة فان

ص ـ ن = ب + ب١ (س ـ نَ)

ص = ب + ب١ س + (ن ـ ب١ نَ) (٥)

وتتبلور المشكلة الآن فى الحصول على تقدير متسق لكل من ب ، ب١ بدلا له المتغيرين س ، ص . وقبل الوصول الى طريقة التقدير المطلوبة عندما يكون بكل من المتغيرين اخطاء علينا معالجة الموقف عندما تكون الاخطاء فى متغير واحد فقط . ان الحالة المألوفة هى افتراض وجود الاخطاء فى ص واعتبار أن الخطأ (نَ) فى س = صفر . ومعنى ذلك أن المعادلة الاخيرة تكون :

ص = ب + ب١ س + ن

وتكون طريقة المربعات الصغرى العادية لتقدير كل من ب ، ب١ فى هذه المعادلة هى انسب الطرق .

أما اذا كان الخطأ موجودا فى س فقط فان ق (خطأ ص) = صفر وتصير المعادلة (٥) :

$$\text{ص} = \text{ب} + \text{ب}_{1} \left(\text{س} - \text{ى}' \right)$$

أى أن

$$\text{س} = -\frac{\text{ب}}{\text{ب}_{1}} + \frac{1}{\text{ب}_{1}}\ \text{ص} + \text{ى}'$$

ويمكن كتابتهـــــــا

$$\text{س} = \ddot{\text{ب}} + \ddot{\text{ب}}_{1}\ \text{ص} + \text{ى}'$$

وفى هذه الحالة تكون طريقة المربعات الصغرى العادية هى أنسب طريقة لقياس كـــــل من $\ddot{\text{ب}}$ ، $\ddot{\text{ب}}_{1}$. وتتلخص أهم مصادر الاخطاء فى المتغيرات فى الاتـــــى :

١ ــ اخطاء المعاينة واخطاء تكبير نتائج العينات ، حيث أن أغلب البيانات المنشورة هى بيانات تجميعية لبيانات تم الحصول عليها من عينات .

٢ ــ اختلاف مفهوم المتغيرات التى نشرت بياناتها عن مفهوم المتغـــــيرات الواردة فى النظرية الاقتصادية . ففى نظرية دالة الاستهلاك مثـــــــلا ، يظهر الدخل التصرفى كمتغير مفسر فى حين أن الاحصاءات الرسميـــــة غالبا ما تنشر ارقام اجمالى الناتج القومى ، فاستخدام ارقام المتغـــــير الاخير سوف يؤدى الى ظهور اخطاء فى المتغير المفسر .

٣ ــ استخدام الارقام القياسية للاسعار ، بما فيها من اخطاء فى تعديـــل بيانات القيمة المنشورة عن المتغيرات لتحويلها الى بيانات الكميـــــة حتى يتسنى ظهورها فى العلاقات المختلفة كما صورتها النظريـــــــة الاقتصادية والتى تسعى الى قياسها .

٤ ــ استخدام المتغيرات العددية اذا أن هذه المتغيرات بطبيعتهـــــا تتعرض لاخطاء القياس حيث أنها بدائل للمتغيرات الاصليه التى تمثلها .

٥ ــ استخدام الارقام القياسية للاسعار والاجور وغير ذلك كمتغيرات مفسره .

ومن أجل ذلك فان افتراضنا عدم وجود اخطاء فى المتغيرات المفسرة فـــــرض يجب مناقشته فى كل التطبيقات القياسية . هذا وأن كان وجود مثل هذه الاخطـــــاء

لا يهم كثيرا اذا اتخذ المنتجون أو المستهلكون أو الوحدات الحكومية قرارتهم على أساس البيانات المشوهه بدلا من استخدام البيانات الحقيقية للمتغيرات الخاليه من الاخطاء غير المعلومه . فغالبا ما تبنى الحكومات سياساتها على أساس النتائج المتحصل عليها من استخدام البيانات المنشورة وتتخذ القرارات بعد استكمال القيم المشاهدة للمتغيرات.

ومما يترتب على وجود اخطاء القياس في المتغيرات حصولنا على تقديرات متحيزه وغير متسقه للمعالم ، فاذا تغلبت اخطاء القياس في المتغيرات المفسره على مثيلاتها في المتغير التابع أو المتغيرات الغائبه ، في المعادلة الخطية ، أدى ذلك الى تحيز قيمة معامل الانحدار (ب) الى اسفل وتحيز قيمة الثابت (ب) الى أعلا . كما أن تحيز تقديرات المعالم لا يتجه نحو الانخفاض كلما زاد حجم العينة ويعني ذلك أن هذه التقديرات غير متسقه ايضا .

وهناك عدة حلول يمكن اقتراحها لحل مشكلة الاخطاء في المتغيرات من اهمها :

١ ــ مقلوب المربعات الصغرى — Inverse Least Squares
٢ ــ طريقة المجموعتين — Two - group methods
٣ ــ طريقة الثلاث مجاميع — Three - group method
٤ ــ الانحدار المرجح — Weighted Regression
٥ ــ طريقة دربن للتراتيب — Durbin's ranking method
٦ ــ المتغيرات المساعدة — Instrumental Varisbles
٧ ــ الامكان الاكبر — Maximum Likelihood

وسنقتصرها هنا على شرح احدى هذه الطرق وهي الاكثر استخداما في البحوث القياسية التطبيقية وهي :

طريقة الانحدار المرجح Weighted Aegression

وتتلخص في الخطوات الآتية :

١ ــ نحصل على تقدير العلاقة بين الدالة ص = د (س)

في الصورة ص = بَ + بَ١ س

٢ — نحصل على تقدير للمعلمة ب من الانحدار العكسي اى من الداله س = د (ص) في الصورة

$\hat{س} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1$ ص ، ومنها يمكن استنتاج أن $\hat{ب}_1 = 1 / \hat{\beta}_1$

٣ — نحصل على التقدير النهائي للمعلمة ب بحساب الوسط الهندسي للتقديرين السابقين ، اى أن

$$\hat{\hat{ب}}_1 = \pm \sqrt{\hat{ب}_1 \times 1 / \hat{\beta}_1}$$

واذا كانت : $\hat{ب}_1 = \frac{مج\ س\ ص}{مج\ س^2}$ ، $\hat{\beta}_1 = \frac{مج\ س\ ص}{مج\ ص^2}$

فان $1 / \hat{\beta}_1 = \frac{مج\ ص^2}{مج\ س\ ص}$

وتكون $\hat{\hat{ب}} = \sqrt{\frac{مج\ س\ ص}{مج\ س^2} \times \frac{مج\ ص^2}{مج\ س\ ص}}$

$$= \pm \sqrt{\frac{مج\ ص^2}{مج\ س^2}} = \pm \sqrt{\frac{مج\ ص^2 / ن}{مج\ س^2 / ن}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{\sigma^2_{ص}}{\sigma^2_{س}}}$$

ويتم اختيار اشارة هذه المعلمه على اساس اشارة التغاير بين س ، ص ، اى على أساس اشارة مج س ص .

وتقدر قيمة الثابت $\hat{أ}$ من المعادلة $\hat{أ} = \bar{ص} - ب_1 \bar{س}$.

وتعتمد طريقة الانحدار المرجح على الفرض الضمني الذى يقضي بتساوى النسبه بين تباينات الاخطاء ، والنسبه بين تباينات المتغيرات المشاهدة اى أن :

$$\frac{\sigma^2_{خ_1}}{\sigma^2_{خ_2}} = \frac{\sigma^2_{ص}}{\sigma^2_{س}} = \frac{مج\ ص^2}{مج\ س^2}$$

وهذا الفرض ضروری حتی یکون تقدیر بَۣ̂ تقدیر متسق •

- حـ ـ نماذج تحتوى على اخطاء فى المعادلات واخطاء فى المتغيرات Shock-error Models : وهى اعقد انواع النماذج ويتكون الباقى فيها من شقين : الشق المرتبط بالمعادلات ، والآخر المرتبط بالمتغيرات •

(٢) تبعا للحركـــة

تنقسم النماذج الاقتصادية تبعا لخاصية الحركية الى قسمين اساسين هما النماذج الاستاتيكية والنماذج الديناميكيـــة •

(أ) النماذج الاستاتيكية Static Models

تعرف النماذج الاستاتيكية بأنها النماذج التـــى تكون جميع المتغيرات الداخلة فى تركيب معادلاتها بقيمها الجاريـــة : فهى اذن متغيرات متجاوبة (داخلية ليس بها فترة ابطاء) أو خارجيـــة للفترة الجاريـــة • ففى حالة نموذج سوق سلعة ما ، تمثله المعـــادلات الهيكلية الثلاثة ، اذا فرضنا مثلا انتقال منحنى الطلب فان المنتجـــين يعدلون انتاجهم لحظيا بمعنى انهم يتحركون على منحنى العرض مـــع تجاهل الوقت اللازم لهذه الحركة • واذا فرضنـــا ايضا حصول المستهلكـين على دخل اكبر فانهم نتيجة لذلك يزيدون من استهلاكهم فى نفس اللحظـــة التى يحصلون فيها على دخلهم الاضافى •

ونحن ننظرتنا للحياة الاقتصادية من خلال نموذج استاتيكى حصولنا على القيم التوازنية للمتغيرات الاقتصادية • ففى حالة العرض والطلـــب مثلا نجد أن نقطة التوازن ، وهى نقطة تقاطع المنحنيين الممثلين للعـــرض والطلب ، تقع عند النقطة الزمنية التى يتحدد فيها المنحنيين واذا انتقـــل احد هذين المنحنيين ، نتيجة تغير المعلمة الخاصة به ، تغيرت نقطـــة التوازن • من هنا اهتم البحث القياسى بالوضع الاستاتيكى المقـــارن Comparative Static. الذى يهتم بطريقة تغير نقط التوازن •

ونورد فيما يلى بعض الامثله الموضحه للوضع الاستاتيكى المطلى ·

أ ـ التوازن السوقى لاحدى السلع

اذا فرضنا نموذجا بسيطا لسوق أحدى السلـــــع ويتكون من ثلاث دوال الاولى للطلب والثانية للعرض والثالثة للتوازن وهى :

ط = د (ع) (١)

ض = د (ع) (٢)

ط = ض (٣)

وفى هذه الحاله يمكن حل المعادلات الثلاث التى تمثل هـــــذه الدوال حيث ط = الكمية المطلوبة من السلعة ، ض = الكمية المعروضـــه من هذه السلعة،ع = سعر هذه السلعة·

والمعادلتان الاولتان معادلتان سلوكيتان توضح سلوك كلا مـــــن المستهلكين والمنتجين على الترتيب · أما المعادلة الثالثة فهى معادلـــة تعريفيه تمثل شرط التوازن·

ويفرض أن المعادلات الثلاثة بنتائجها هـــــى :

ط = ١٠٠ ـ ١٠ع (١)

ض = ٢٥ + ١٥ ع (٢)

ط = ض (٣)

والمتغيرات الثلاثة ط ، ض ، ع متغيرات داخلية حيث يتعين المتغير ط بواسطة ع فى (١) ، ض بواسطة ع ايضا فى (٢) ، ع بواسطة ط ، ض معـا فى (٣)·

والحل هذا النموذج : نبدأ بالتعويض فى المعادلة (٣) بما تساويه اى :

١٠٠ ـ ١٠ ع = ٢٥ + ١٥ع

٢٥ع = ٧٥

ع = ٣

وهذا هو سعر التوازن الذى تتساوى عنده الكمية المطلوبة والكمية المعروضه، وللحصول على كمية التوازن نعوض بسعر التوازن فى احدى المعادلتين (١) أو

(٢) أى أن :

ط = ١٠٠ — ١٠ (٣) = ٧٠

ض = ٢٥ + ١٥ (٣) = ٧٠

ويكون سعر التوازن = ٣ ، كمية التوازن = ٧٠

واذا فرضنا وجود متغيرات خارجية فى النموذج ليصبح كالآتى :

ط = د١ (ع ، عٍ ، ى) (١)

ض = د٢ (ع) (٢)

عٍ = عٍَ (٣)

ى = ىَ (٤)

ط = ض (٥)

حيث عٍ = سعر السلعة البديلة

ى = دخل المستهلك

عٍَ = سعر معلوم للسلعة البديلة

ىَ = دخل معلوم للمستهلك

وهذا النموذج يمكن حله حيث يتكون من خمسة معادلات وبه خمس متغيرات هى ط ، ض ، ع ، عٍ ، ى . والمعادلات الاربعة الاولى معادلات سلوكية أما الخامسة فهى تعريفية . والمتغيرات الخمسة منها ثلاثة داخلية هى ط ، ض ، ع واثنين خارجية وهى عٍ ، ى .

واذا فرضنا النتائج الآتيه للمعادلات الخمسة :

ط = ١٠٩ — ٥ع + ٢عٍ + ٦ر٠ ى (١)

ض = ٢٥ + ١٠ ع (٢)

عٍ = ٣ (٣)

ى = ٢٠٠ (٤)

ط = ض (٥)

أمكن حل هذا النموذج بالتعويض بقيمتى ع ، ى فى المعادلة الاولى أى أن

ط = ١٠٩ ـ ٥ع + ٢ (٣) + ٦ر٠ (٢٠٠) (١َ)

= ٢٣٥ ـ ٥ع

ص = ٢٥ + ١٠ع (٢)

ط = ص

وبذلك نحصل على نموذج به ثلاثة معادلات وثلاث متغيرات داخلية وبالتعويض فى (٥) بما تساويه من (١َ) ، (٢) نجد أن

٢٣٥ ـ ٥ع = ٢٥ + ١٠ع

١٥ع = ٢١٠

ع = ١٤ أى أن سعر التوازن = ١٤

وبالتعويض بسعر التوازن فى المعادلتين ١َ ، ٢

ط = ص = ٢٣٥ ـ ٥ (١٤) = ٢٥ + ١٠ (١٤)

= ١٦٥ أى أن كمية التوازن = ١٦٥

ب ـ من نظرية المنشأة

فى ظروف المنافسة التامة تسعى المنشأة الى تحديد كميـــة الناتج التى تحقق أعظم ربح ويكون النموذج مكونا من خمسة معادلات هيكلية هى :

ت = ٨٠ + ٢ ص + ٠٤ر٠ ص٢ (١)

ى = ص ع (٢)

عَ = ١٠ (٣)

ح = ى ـ ت (٤)

ح = نهاية عظمى (ح) (٥)

وتدل المعادلة الاولى على التكاليف الكلية حيث ت = التكاليف الكلية ، ص = حجم الناتج ، وتدل المعادلة الثانية على الايراد الكلى (ى) وأنـــه عبارة عن حاصل ضرب الناتج فى سعره (م) وتدل المعادلة (٣) على أن الســوق فى حالة تنافس بمعنى قبول المنشأة للسعر كما هو ويساوى ١٠ فى هذه الحالـــة ،

ولذا يعتبر السعر متغيرا خارجيا فى هذا النموذج • وتعرف المعادلة (٤) الربح (ح) وتحدد المعادلة (٥) شرط التوازن للمنشأة وهو تعظيم الربح •

ويتطلب حل هذا النموذج الوصول الى قيمة ص التى تعظم قيمة ح وهذا يتطلب ايضا تعين قيم ت ، ى ، ح بمعلومية ع المعلومه •

ويبدأ الحل بالتعويض : المعادلة (٣) فى (٢) ثم بالمعادلة (١) ، (٢) فى (٤) للحصول على معادلة الربح كدالة فى الناتج وهى :

ح = ١٠ ص — ٨٠ — ٢ ص — ٠٤ر٠ ص^{٢} (٤َ)

وللوصول بقيمة ح الى النهاية العظمى يكون الشرط الاول أن

$$\frac{د ح}{د ص} = \text{صفر أى ان}$$

$$\frac{د ح}{د ص} = ١٠ - ٢ - ٠٨ر٠ ص = \text{صفر}$$

$$ص = \frac{٨}{٠٨ر٠} = ١٠٠$$

وللتأكد من صحة هذه النتيجة نطبق الشرط الثانى لتعظيم الربح وهو أن

$$\frac{د^{٢} ح}{د ص^{٢}} < \text{صفر} \quad \text{ونجد أن :}$$

$$\frac{د^{٢} ح}{د ص^{٢}} = - ٠٨ر٠$$

وهى قيمة سالبه أقل من الصفر مما يؤكد أن الربح يبلغ نهايته العظمى عندما يصل حجم الناتج الى ١٠٠ وحده وهو حجم التوازن •

ومن هذا الحجم يمكن الحصول على قيم ت ، ى ، ح وهى :

ت = ٨٠ + ٢ (١٠٠) + ٠٤ر٠ (١٠٠)^{٢}

= ٦٨٠

ى = ١٠ (١٠٠) = ١٠٠٠

ح = ١٠٠٠ ـ ٦٨٠ = ٣٢٠

وحيث أن السعر كان فى هذا المثال متغيرا خارجيا فان المعادلات الهيكلية الخمسة قد حددت قيم المتغيرات الداخلية الخمسة فى النموذج .

حـ ـ نموذج الدخل القومى

اذا فرضنا أن النموذج التالى هو نموذج الدخل القومى :

ك = د (ى) (١)

س = سَ (٢)

ى = ك + س (٣)

حيث أن ك = الاستهلاك ، ى = الدخل ، س = الاستثمار

والمتغيران ك ، ى متغيران داخليان ، س = متغير خارجى محدد فى الخطة مثلا .

واذا فرضنا النتائج الآتية للنموذج :

ك = ١٠ + ٠٫٧٥ ى (١)

س = ٣٠ (٢)

ى = ك + س (٣)

والمعادلتان (١) ، (٢) معادلتان سلوكيتان بينما المعادلة (٣) معادلة تعريفية،ولحل هذا النموذج نعوض (١)، (٢) فى (٣) لنحصل على قيمة ى أى :

ى = ١٠ + ٠٫٧٥ ى + ٣٠

(١ ـ ٠٫٧٥) ى = ٤٠

ى = ١٦٠

وبالتعويض فى (١) ينتج أن :

ك = ١٠ + ٠٫٧٥ (١٦٠)

= ١٣٠

وبفرض أن الاستثمار أمكن تعريفه بمعادلة واعتباره متغيرا داخليا بدلا من تحديده بقيمة معينه فيصبح النموذج كالآتى :

ك = ١٠ + ٧٥ر٠ ى (١)

س = ٩٠ — ١٢٠٠ر (٢)

ى = ك + س (٤)

حيث ر = سعر الفائدة

ولحل هذا النموذج لابد من استكماله وفرض قيمة لسعر الفائدة واضافتها للنموذج ولتكن ر = ٠٥ر٠ (٣)

والحصول على قيمة س نعوضها بما يساويه سعر الفائده فى المعادلة (٢) أى أن

س = ٩٠ — ١٢٠٠ (٠٥ر٠)

= ٣٠

وبالتعويض فى المعادلة التعريفية (٤) نجد أن :

ى = ١٠ + ٧٥ر٠ ى + ٣٠

ى = ١٦٠

والفرق بين صيغتى نموذج الدخل القومى أنه فى النموذج الاول قد افترضنا قيمة معينة للاستثمار وهى ٣٠ أما فى الثانى فقد تم شرح الاستثمار بمعادلة وصلتنا الى أن قيمته هى ٣٠.

ويمكنا الاستمرار فى فرض ثالث واعتبار سعر الفائدة متغيرا داخليا، مما يدعونا الى اضافة معادلة جديدة تشرح سلوك العوامل المؤثره على سعر الفائده، الامر الذى يتطلب ضرورة الاستعانة بنظرية سوق النقود، وهذه المعادلة الجديدة هى معادلة التفضيل النقدى أو معادلة الطلب على النقود ، حيث أعتبر أن الطلب على النقود يتوقف على كل من الدخل وسعر الفائدة.

وبالتالى فمعنى ذلك ظهور متغير جديد هو الكمية المطلوبة

من النقود ، وهذا يتطلب اضافة معادلة جديدة هي معادلة عرض النقود مع شرط التوازن أي تساوى الكمية المعروضة مع الكمية المطلوبة.

وتتوقف الكمية المعروضة على السياسة المالية والقرارات النقدية التي لا يلزم أن تتحدد وفقا لعوامل اقتصادية مباشرة كالدخل أو سعر الفائدة. وتعتبر كمية النقود عندئذ متغيرا خارجيا.

ومن ذلك يتضح أن حجم النموذج انما يتوقف على عدد المتغيرات التي يعتبر النموذج مسئولا عن شرحها وهي المتغيرات الداخلية.

الوضع الاستاتيكي المقارن Comparative Static

يستخدم هذا الاصطلاح ليشرح التغير في النموذج الاستاتيكي نتيجة تغيير معالم المعادلات الهيكلية أي تغير نقط التوازن للنموذج.

فالوضع الاستاتيكي المقارن انما يهتم بكيفية تغير نقط التوازن ومعنى ذلك أن ما نسعى اليه الآن هو الحصول على نقطة التوازن الجديدة، وليس الوقوف على المدة اللازمة للحصول على النقطة الجديدة أو التعرف على طريق الوصول الى التوازن الجديد.

اذا فرضنا أن لدينا نموذج سوق احدى السلع الوارد في (أ) والذي كانت نتائجه :

ط = ١٠٠ — ١٠ع (١)

ض = ٢٥ + ١٥ع (٢)

ط = ض (٣)

وسعر التوازن = ٣ وكمية التوازن = ٧٠

ونفرض أن احدى معالم المعادلة (١) قد تغيرت فصار الحد المطلق مساويا ١٢٥ بدلا من ١٠٠ ومعنى ذلك انتقال منحنى الطلب الى اليمين مما يؤدى الى وجود نقطة توازن جديدة نتيجة تقاطع منحنى الطلب الجديد مع منحنى العرض الاصلى.

وبحل النموذج الجديد يكون سعر التوازن = ٤ وكمية التوازن = ٨٥٠ أى أن هناك زيادة فى السعر مقدارها الوحده فى حين أن الزيادة فى الكمية تساوى ١٥ وحده ٠

وبالرجوع الى النموذج الثانى لسوق السلعه والذى شرح لنا الطالب بعوامل أخرى الى جانب سعر السلعة وهى سعر السلعة البديلة والدخل وهما متغيران خارجيان ٠ واذا فرضنا ارتفاع سعر السلعة البديلة نتيجة تغير فى المعروض منها حتى يصير ع = ٦ فان سعر التوازن يصبح ٤ر١٤ وكمية التوازن ١٦٩ ، فى حين كان سعر وكمية التوازن فى الحالة الاولى عندما كانت ع = ٣ هما ١٤ ، ١٦٥ على التوالى ٠

وبالنسبه لنموذج المنشأه فيمكن الوصول الى الوضع الاستاتيكى المقارن اذا تغيرت أحدى معالم معادلة التكاليف أو معادلة الايراد ٠ ونذكر على سبيل المثال أن ارتفاع اسعار عناصر الانتاج سوف تزيد من التكاليف الكلية للانتاج لكل حجم من احجامه ، وأن انتقال منحنى الطالب الى اليمين سوف يزيد من سعر الناتج ، وبالتالى من الايراد الكلى لكل مستوى من مستويات الانتاج ٠

والسؤال الآن ما هى نقطة التوازن الجديدة فى المثال السابق لنموذج المنشأه عندما يصبح سعر الناتج = ١٥ بدلا من ١٠ ، أو اذا ثبت السعر وتغيرت دالة التكاليف الكلية وصارت :

ت = ٨٠ + ٣ س + ٨٠ر٠ س^٢

واخيرا ما هو الوضع الاستاتيكى المقارن لنموذج الدخل السابق الاشارة اليه بغرض زيادة الاستثمار حتى يصل الى ٤٠ ٠

وفى هذه الحالة نجد أن ى = ٢٠٠ ، اع = ١٦٠ ، س = ٤٠ فى حين كانت ى = ١٦٠ ٠ ومعنى ذلك أن زيادة فى الاستثمار قدرها (١٠) تولد عنها زيادة قيمة الدخل بما يساوى ٤٠ ، وهذا ما يسمى بمضاعف الاستثماره واذا رمزنا له بالرمز م فانه يساوى $\frac{\Delta ى}{\Delta س}$ = $\frac{٤٠}{١٠}$ = ٤ ٠

٢- النماذج الديناميكية Dynamic Models

النماذج الديناميكية هي النماذج التي يظهر فيها الزمن صريحا . فالمتغيرات الداخلية تظهر في هذه النماذج بفترات ابطاء . في حالة نموذج الدخل مثلا . أن كان ديناميكيا فان الفترات الزمنية والتغير الزمني لابد أن يظهر بالنسبة للمتغيرين : الاستهلاك والدخل . فيظهر الاستهلاك في الفترة الزمنية (و) كداله في الدخل أما في نفس الفترة الزمنية (و) أو في الفترة السابقه (و-١) - والداله الاخيرة تعبر عن العلاقة التي بها فترة ابطاء حيث يظهر المتغير المستقل سابقا المتغير التابع زمنيا .

فالديناميكية هي النظرية التي تحدد سلوك جميع المتغيرات الاقتصادية خلال الزمن . فاذا تغيرت احدى معالم المعادلات مكنتنا الديناميكية من معرفة المعدل الذى تصل به المتغيرات الى التوازن الجديد .

وهناك نوعان من النماذج الديناميكية :

الاول : وفيه تتغير المتغيرات من فترة زمنية الى أخرى في شكل محدود وتظهر فيه وحدات الزمن منفصله (منقطعه) فتكون معادلات هذا النموذج معادلات فروق .

الثاني : وفيه تتغير المتغيرات باستمرار مع الزمن . وتأخذ المعادلات في هذه الحاله شكل معادلات تفاضلية .

كما قد تظهر بعض النماذج الديناميكية كمزيج من النوعين السابقين . ولا شك أن ذكر بعض الامثله لكلا النوعين يزيد الشرح وضوحا .

أ - النماذج الديناميكية المنفصله (المنقطعة)

١ - النموذج العنكبوتي Cobweb Model

يعتبر النموذج العنكبوتي من خير الامثله على النماذج الديناميكية ذات الفترات الزمنية المنقطعه (الوثابه) والمستخدمه في تحليل اسواق السلع الزراعية سريعة العطب .

فاذا فرضنا أن دالة الطلب على احدى السلع هـــــى :

$$ط_{و} = ٢٠٠ - ٥ع_{و} \qquad (١)$$

بمعنى أن الكمية المطلوبة في فترة زمنية ما تتوقف على سعر السلعة في نفـــس الفترة .

وأن الكمية المعروضة في الفترة الزمنية (و) داله في سعر السلعة في الفـــترة الزمنية و ـ ١، ولا شك أن هذا الفرض له اساسه المنطقي حيث أن المحصول لابـــد من زراعته والعناية به خلال الفترة السابقه للحصاد والبيع . ومعنى ذلك أن القـــرار الذي يتخذه المزارع نحو انتاج سلعة ما أنما يتوقف على سعر السلعة السائد وقـــت الزراعة . وتكون معادلة العرض هـــــى :

$$ص_{و} = ١٠ + ٢ع_{و-١} \qquad (٢)$$

ونظرا لتدخل الزمن فان حل النموذج يتطلب منا أن نسلك طريقا يختلـــف عن ذلك الذي سبق أن أتبع في حالة النموذج الاستاتيكي . ولما كان سعر السلعـــة في معادلة العرض يعتبر متغيرا محددا فانه من الممكن افتراض قيمة مبدئية لهـــذا المتغير في الفترة الزمنية الاولــــى .

فاذا كانت و = ١ فان $ع_{و-١}$ هي $ع_{٠}$ ونفرض أن قيمتها = ١٠ وبالتعويـــض في معادلة العرض (٢) بما تساويه ع كانت الكمية المعروضة في السنة الاولى = ٣٠ . وواضح أن هذا لا يحقق التوازن حيث أن المستهلكين راغبين في دفع سعر قدره ٣٤ للوحـــدة من هذه الكمية .

وقد حصلنا على هذا السعر بالتعويض في معادلة الطلب

$$٣٠ = ٢٠٠ - ٥ع$$

$$ع = ٣٤$$

ولا شك أن وصول السعر الى ٣٤ في السنة الاولى سيدفع المنتجين الى انتـــاج ٧٨ وحده في السنة الثانية وذلك نتيجة التعويض في معادلة العـــرض :

$$ص = ١٠ + ٢ (٣٤)$$

$$= ٧٨$$

ويؤثر هذا الانتاج بالتالى على السعر ليجعله ٢٤٫٤ حيث أن

٧٨ = ٢٠٠ — ٥ع

ع = ٢٤٫٤

ومرة أخرى يعدل المنتجون انتاجهم فى السنة الثالثة.. وهكذا نجد أن الكميات يمكن الحصول عليها من معادلة العرض أما الاسعار فنحصل عليها من معادلة الطلب.

والجدول التالى يبين الكميات المنتجة والاسعار فى النقط الزمنية المتتالية بعرض أن السعر المبدئى ع = ١٠

و	ص و	ع و	بعرض أن ع = ١٠
١	٣٠	٣٤	
٢	٧٨	٢٤٫٤	
٣	٥٨٫٨	٢٨٫٢٤	
٤	٦٦٫٤٨	٢٦٫٧٠	
٥	٦٣٫٤٠	٢٧٫٣٢	
٦	٦٤٫٦٤	٢٧٫٠٧	
٧	٦٤٫١٤	٢٧٫١٧	
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	
∞	٦٤٫٢٨	٢٧٫١٤	

ومن الجدول السابق يتضح أن الكميات المعروضة فى السوق تقترب من ٦٤٫٣ وحدة وأن السعر يقترب ايضا من ٢٧٫١٤ للوحدة من السلعة.

ويمكن الوصول الى نفس النتائج بحل المعادلتين بفرض أن متغيراتها ترجع الى نفس النقطة الزمنية (أى باعتبار النموذج استاتيكيا) مع اضافة معادلة التوازن ·

ط = ٢٠٠ — ٥ع

ص = ١٠ + ٢ع

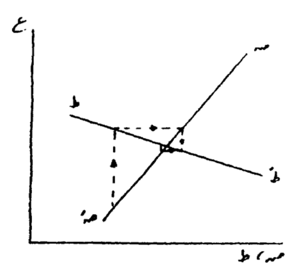
ط = ص

ع = ٢٧,١٤

∴ ط = ص = ٦٤,٢٨

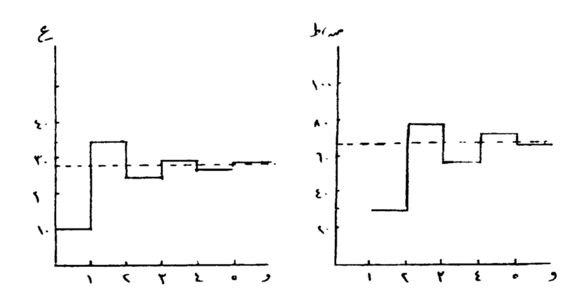
وليس معنى ذلك أن النموذج الديناميكى لم يضف جديدا بل على العكس فقد أوضح لنا حركة المتغيرات مع مرور الزمن ، الى جانب تحديدنا للمعدل الذى تقترب به نحو التوازن · وهذه ولا شك معلومات لا يحددها لنا النموذج الاستاتيكى ·

ويوضح الشكل التالى منحنيا العرض والطلب اخذا فى الاعتبار أن عامل الزمن لا يظهر فى المتغيرات وحتى يمكن اظهار العلاقة بين الكميات المعروضة والمطلوبة لمتغير واحد وهو السعر · أما الخط المنكسر فيدل على الطريق



نحو نقطة التوازن (٣ر٦٤ ، ١٤ر٢٧).ويدل الشكلان التاليان على الطريق الذى تسلكه كل من سعر السوق والكمية المتبادلة مع مرور الزمن ، وهذا ما يسمى بالمسار الزمنى Time Path للمتغيرات.

وقد وضعت المشاهدات و مراكز الفترات الزمنية مع افتراض عدم تغيرها خلال الفترة الزمنية ، ولذا نجد أن تحرك المتغيرات يكون على شكل " درج " من سنة الى أخرى ومن أجل ذلك كان تعريفهم بأسلوب منفصل أو منقطع.



ومن الواضح أن نقطة التوازن هى ع = ١٤ر٢٧ ، ض= ٣ر٦٤. وان هذه القيم لا تتغير الا اذا انتقل أحد منحنى العرض أو الطلب أو كليهما .

ولما كانت متغيرات النموذج قد تذبذبت حول قيمها التوازنية بطريقة تقاربية Damped بمعنى صغر الذبذبات حتى تصل الى نقطة التوازن ، فان النموذج يكون توازنه مستقراً ويسمى التوازن مستقرا Stable equilibrium اذا تلاشت الذبذبات مع الزمن حتى تصل المتغيرات الى نقطة التوازن.

ويصير النموذج الديناميكى كاملا اذا اضفنا الى المعادلتين (١)، (٢) معادلة القيمة المبدئية للسعر ذ ن فترة التأخير.

$ع_٠ = ١٠$ (٣)

وكذا معادلة التوازن المستقر = $ط_و = ص_و$ (٤)

وبطبيعة الحال باختلاف قيم ع نحصل على مسارات مختلفة للوصول الى نفس القيم التوازنية. وهذه المسارات هى التى تميز النموذج الديناميكى المستقر من النموذج الاستاتيكى.

ولكن كلما اقترب النموذج من التوازن تغير واحد أو اكثر من معالم المنحنيات مما يؤدى الى مسار جديد ونقطة توازن جديدة. ويمكننا تصور ذلك بافتراض انتقال منحنى الطلب للسلعة الذى يتقاطع بدوره مع منحنى العرض فى نقطة جديدة وبالتالى نحصل على مسار زمنى جديد للسعر مثلا.

ولا شك أن حالة استقرار النموذج السابق بشكله التقاربى كانت بسبب زيادة ميل منحنى العرض (بالنسبة لمحور الكمية) عن ميل منحنى الطلب (مع اهمال الاشارة السالبة) اذ بلغ الميل بالنسبة للعرض $\frac{١}{٢}$ فى حين بلغ بالنسبة للطلب $\frac{١}{٥}$.

ويختلف الوضع اذا انعكس الموقف أى اذا زادت القيمة العددية لميل منحنى الطلب عن منحنى العرض (بالنسبة لمحور الكمية)، مما يؤدى الى الشكل التباعدى Explosive الذى يستحيل به وصول النموذج الى حالة التوازن. ويمكن ملاحظة ذلك فى النموذج التالى :

$$ط_و = ٢٠٠ - ٣ ع_و$$

$$ص_و = - ١٠ + ٤ ع_{و-١}$$

وتكون نقطة تقاطع المنحنيين (١١٠ ، ٣٠) ويمكن الحصول عليها بافتراض استاتيكية النموذج حيث ع = ٣٠ ، ص = ط = ١١٠.

والآن اذا افترضنا سعرا مبدئيا ع أقل أو اكثر من سعر التوازن، وليكن مساويا ٢٨ للوحدة فان المسار الزمنى لكل من السعر والكمية تصوره القيم التاليـة

الوارده فى الجـــــدول :

و	ص و	ع و
١	١٠٢,٠	٣٢,٦٧
٢	١٢٠,٦٨	٢٦,٤٤
٣	٩٥,٧٦	٣٤,٧٥
٤	١٢٩,٠٠	٢٣,٦٧
٥	٨٤,٦٨	٣٨,٤٤
٦	١٤٣,٧٦	١٨,٧٥
٧	٦٥,٠٠	٤٥,٠٠
٨	١٧٠,٠٠	١٠,٠٠
٩	٣٠,٠٠	٥٦,٦٧

ع = ٢٨

ويزداد التباعد اذا ما انتقل أحد المنحنيين، هذا بخلاف الحال فى حالـة النموذج الديناميكى المستقـــر •

وهناك الحالة الثالثة التى نجد فيها أن المسار الزمنى للسعر والكميـــة يظل مستمرا الى مالا نهاية حول قيمتين ثابتتين •

وفى هذه الحالة يتساوى ميل كل من المنحنيين •

٢ ـ نماذج الدخل القومـــى

اذا فرضنا نموذجا كاملا للدخل القومى كالذى افترضه هارود •

وفيه يتضح أن معادلات الفروق تلعب دورا هاما فى حل النمـــوذج الديناميكى ، وكانت نتائجه كالآتـــــى :

$$خ_و = ا ر \cdot ى \qquad (١)$$

$$س_و = م ر \cdot (ى_و - ى_{و-١}) \qquad (٢)$$

$ى. = ٢٠٠$ (٣)

$خ_و = س_و$ (٤)

حيث خ ، س ، ى هي الادخار والاستثمار
والدخل على التوالي .
ى. = قيمة الدخل في السنة المبدئية حيث و = ٠

والمعادلة (٢) هي معادلة فروق، وهي المعادلة التي تحتوي على فروق محدودة لمتغير أو اكثر . واذا عوضنا بالمعادلات (١) ، (٢) والمعادلة (٤) نحصل على

$١ر٠ \, ى_و = ٥ر٠ \, ى_و - ٥ر٠ \, ى_{و-١}$ (٥)

$ى_و = ٢٥ر١ \, ى_{و-١}$

ومن المعادلة (٥) يمكن كتابة

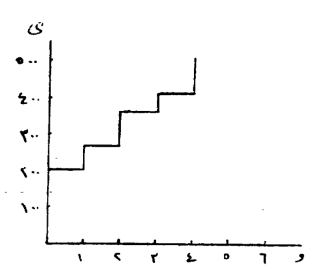
$ى_{و-١} = ٢٥ر١ \, ى_{و-٢}$

$ى_{و-٢} = ٢٥ر١ \, ى_{و-٣}$ وهكذا

ولحل النموذج لابد من ايجاد حل لمعادلة الفروق (٥) والذي يعبر فيه عن $ى_و$ بدلالة المعلمة ، ى. في المعادلة (٣) ، والنتيجة هي :

$ى_و = (٢٥ر١)^{و} \, ى.$ (٦)

وتدل المعادلة (٦) على المسار الزمنى للدخل القومى كما فى الشكل التالى :



وبطبيعة الحال قد تكون المعلمه موجبه أو سالبـــه .

فان كانت موجبه وأكبر من الواحد الصحيح كان الدخل فى زيادة دون تذبذب، أما اذا كانت موجبه وأقل من الواحد الصحيح تناقص الدخل دون تذبذب ايضا . واذا تساوت والواحد الصحيح بقى الدخل ثابتا عند ٢٠٠ وأصبح المسار خطاأفقيــا .

أما اذا كانت المعلمه سالبه الاشارة فان المسار الزمنى للدخـل يكون متذبذبا، فعندما تكون أقل من ـ ١ (أى ـ ٢ مثلا) فان الذبذبـه تكون متباعده، والقيم ما بين ـ ١ ، صفر فان الذبذبه تكون متقاربة، واخيـرا اذا كانت المعلمة = صفر صار الدخل مساويا للصفر الا فى السنة المبدئيـة (و = صفر) .

واذا كانت المعلمة = ١ أنعدم التقارب وثبتت الذبذبه بين قيمتين ثابتتين ٢٠٠ ، ـ ٢٠٠ .

ونلاحظ أنه فى جميع الحالات الاخيرة فان النموذج يدل علـى أن قيمة الدخل ستكون سالبه ، أو مساوية للصفر ، فى بعض السنوات وهذا امـر غير معقول أو جائـز .

ولذا فهناك شروط يجب أن توضع على معالم المعادلتين (١) ، (٢) لضمان الحصول على دخول ثبتها موجبه . وأهم هذه الشروط هو أن تكـون قيم معالم كل من المعادلتين (١)، (٢) أكبر من الصفر. ونتيجة لذلـك يزداد الادخار كلما زاد الدخل (المعادلة (١)) ويزداد الاستثمار كلمـا يزيد معدل الزيادة في الدخـل .

ب — النماذج الديناميكية المستمـره

يعبر عن التغير في أحد المتغيرات كالدخل مثلا ، في حالة النموذج المنفصل (المنقطع) بأنه الفرق بين قيمتى المتغير في فترتيـن زمنيتين متتاليتين أى أنـه :

ى و — ى و ــ ١

أما اذا عاملنا الدخل كمتغير مستمر بالنسبه للزمن فان التغيـر فيه يعبر عنه بأنه التفاضل الأول للدخل بالنسبه للزمن أى د ى / د و. ونتيجـة لذلك فان النماذج المستمرة تحتوى على المعادلات التفاضلية،ويمكن اعتبـار المعادلة التفاضليه أنها معادلة فروق تكون الفروق فيها لا نهائية في الصغـر ويعبر عنها بالمعادلات التفاضليه بدلا من الفروق المحدده .

ويحل النموذج المستمر عن طريق التكامل كما يتضح ذلك في المثالين الآتيين :

١ — سوق أحدى السلـع

اذا فرضنا أن نموذج سوق أحدى السلع هو النموذج الديناميكى التالـى :

ط (و) = ١٠٠ — ١٠ ع (و) (١)

ض (و) = ٢٥ + ١٥ ع (و) (٢)

$\frac{د ع}{د و}$ = ١ر٠ (ط — ض) (٣)

حيث ط ، س ، ع هى الكميات المطلوبة والكميات المعروضة وسعر السلعة على الترتيب.

وبفرض أن جميع المتغيرات دالة مستمرة فى الزمن مع ملاحظة أن المعادلة الثالثة فى هذا النموذج تحل محل شرط التوازن فى النموذج الاستاتيكى ، كما تدل هذه المعادلة على معدل تغير السعر فى الزمن الذى يتوقف على الفرق بين الكميتين المطلوبة والمعروضة.

وتحت هذه الفروض نلاحظ ارتفاع السعر اذا زادت الكمية المطلوبة عن الكمية المعروضة، وبالعكس ينخفض السعر اذا زادت الكمية المعروضة عن الكمية المطلوبة.

ومعنى ذلك أن المعادلة (٣) تدلنا على اتجاه حركة السعر اذا تغيرت أحدى معلمات معادلة العرض أو الطلب أو كليهما . وتدلنا أيضا على المعدل الذى يقترب به السعر من القيمة التوازنية الجديدة.

وباستخدام المعادلتين (١) ، (٢) فى التعويض فى المعادلة (٣) نجد أن :

$$\frac{ك ع}{ك و} = ١ر٠ (٧٥ - ٢٥ ع) . \quad (٤)$$

والحل النموذج نفترض أنه نموذج استاتيكى وحله تكون قيمة عَ = ٣ ، (عَ = سعر التوازن) . وبذلك يمكن كتابة المعادلة (٤) كالآتى :

$$\frac{ك ع}{ك و} = ١ر٠ (٢٥ عَ - ٢٥ ع)$$

$$= - ٥ر٢ (ع - عَ) \quad (٤َ)$$

وحيث أن المعامل فى المعادلة التفاضلية سالب فان السعر سيقترب من القيمة التوازنية بمرور الزمن.

فاذا كانت ع أقل من عَ فان المعامل التفاضلى $\frac{ك ع}{ك و}$ سيكون موجبا وبذا تزيد قيمة ع لتصل الى عَ.

وبالعكس اذا كانت ع أكبر من عَ فان $\frac{ك ع}{ك و}$ سيكون سالبا وهذا تنخفض ع نحو عَ.

واذا كانت ع = عَ فان $\frac{ك ع}{ك و}$ = صفر ولا يطرأ على ع أى تغير نتيجة لذلك.

وبحل المعادلة التفاضلية (٤َ) يمكن الحصول على المسار الزمنى للسعر ومعدل اقترابه من القيمة التوازنية عَ .

الحل : لدينا المعادلة التفاضلية $\frac{ك ع}{ك و}$ = — ٥ر٢ (ع — عَ)

حيث عَ = قيمة ثابتة معلومة

واذا اضفنا متغيرا جديدا يكون ايضا دالة فى الزمن

ى (و) = ع (و) — عَ (١)

وبايجاد التفاضل للمعادلة (١) يكون :

$\frac{ك ى}{ك و}$ = $\frac{ك ع}{ك و}$ — صفر = — ٥ر٢ (ع (و) — عَ) . (٢)

وبالقسمة على ى نحصل على

$\frac{ىَ (و)}{ى (و)}$ = $\frac{— ٥ر٢ \ (ع(و) — عَ)}{ع (و) — عَ}$ = — ٥ر٢ (٣)

وهذه يمكن كتابتها كمعادلة تفاضليــــة :

$\frac{ك ى}{ك و}$. $\frac{١}{ى}$ = — ٥ر٢ (٤)

وبايجاد التكامل للمعادلة (٤) يكون

$\int \frac{١}{ى} \frac{ك ى}{ك و}$ = أ هـ — ٥ر٢ و = ى (و) (٥)

ومن المعادلة (١) يكـــــون

ع(و) = ى (و) + عَ

$= أ\ هـ^{-\ هـ ٢ و} + عَ$ (٦)

اذا كانت و = صفر فان أ = ع. ـ عَ حيث ع. = السعر فى الزمن صفر

$ع(و) = عَ + (ع. - عَ)\ هـ^{-\ هـ ٢ و}$ (٧)

ومعلومية ع. فان المعادلة (٧) تدل على المسار الزمنى لسعر السلعة .

٢ ـ نموذج الدخل القومــــى

اذا فرضنا نموذجا متغيراته مستمره ونتائجه كالآتــــــى

$خ(و) = ١ر٠\ ى(و)$ (١)

$س(و) = هـ ر٠ \frac{ك ى}{ك و}$ (٢)

$خ(و) = س(و)$ (٣)

حيث خ ، س ، ى هى الادخار والاستثمار والدخل وكلها متغيرات يعبر عنهـــا كدوال مستمره فى الزمن ومن الواضح أن المعادله (٢) معادلة تفاضليه

الحـــل : نعوض بالمعادلتين (١) ، (٢) فى المعادلة (٣) حيث نجد أن

$١ر٠ ى(و) = هـ ر٠ \frac{ك ى}{ك و}$ أى أن $\frac{ك ى}{ك و} - ٢ر٠\ ى(و) = صفر$ (٤)

وبذا تصبح المشكلة هى ايجاد حل للمعادلة التفاضليه (٤) وتدل علـــــى سلوك الدخل فى الزمن .

وبضرب طرفى المعادلة فى $\frac{١}{ى}$ تصبح المعادلة :

$$\frac{١}{ى} . \frac{ك ى}{ك و} = ٢ر٠$$

وبايجاد التكامل يكون

$$\int \frac{١}{ى} . \frac{ك ى}{ك و} ك و = \int \frac{ك ى}{ى} = \int ٢ر٠ ك و$$

لوھ ى = ٢ر٠ و + حـ

اى ان ى (و) = هـ^(٢ر٠ و + حـ)

= هـ^(٢ر٠ و) × هـ^حـ

= أ . هـ^(٢ر٠ و)

حيث هـ^حـ = أ

وتكون ى. أى قيمة ى عندما تكون و = صفر

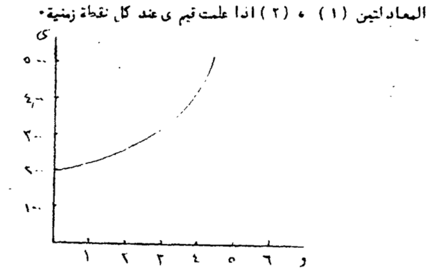
ى. = أ هـ^(٢ر٠ (صفر)) = أ هـ^٠ = أ

اى أن

ى (و) = ى. هـ^(٢ر٠ و)

وبفرض ان ى. = ٢٠٠ فان المسار الزمنى للمتغير ى = الدخل القومى يكون كما هو واضح فى الشكل التالى

كما انه يمكن الحصول على المسار الزمنى لكل من خ ، س ، وذلك من المعادلتين (١) ، (٢) اذا علمت قيم ى عند كل نقطة زمنية.



خامسا ـ

أمثلة على النماذج الاقتصادية

نورد فيما يلي مثالين للنماذج الاقتصادية أحدهما استاتيكي والثاني ديناميكي من دراسات قام بها أثنين من اساتذة الاقتصاد القياسي .

(١) النموذج الاستاتيكي

وهو النموذج الذى ركبه الاستاذ هافلمو لقياس الميل للاستهلاك في الولايات المتحدة الامريكية للفترة من ١٩٣٠ الى ١٩٤١ ـ واستخدم بيانات سنوية للمتغيرات الاقتصادية وهي :

س = الانفاق الاستهلاكي
ى = الدخل تحت تصرف الافراد
خ = المدخرات الاجمالية في قطاع الاعمال
ع = الاستثمارات الكلية

وهذه المتغيرات لنصيب الفرد الحقيقي أى المعدل بالرقم القياسي لنفقات المعيشة . والمتغير الاخير ع الاستثمارات الكلية متغير خارجي .

وقد افترض أن العلاقات خطية وأن هناك اخطاء في المعادلات وليست في المتغيرات . ومعنى الفرض الاخير أنه قد أخذ في الاعتبار أثر المتغيرات التي لم تدخل في المعادلة كما افترض خلو المشاهدات من الاخطاء وأن كان هذا الفرض غير واقعي .

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى أمكن الحصول على المعالم الهيكلية للمعادلات وكانت نتائجها كالآتي :

س = ٠,٧١٢ ى + ٩٥,٠٥ (١)

خ = ٠,١٥٨ (س + ع) ـ ٣٤,٣٠ (٢)

ى = س + ع ـ خ (٣)

والمعادلة الاولى هى دالة الاستهلاك ومنها يمكن استنتاج الميل الحـــدى للاستهلاك وقيمته ٧١٢ر٠ ومنه يمكن حساب المضاعف ويساوى $\frac{١}{١ - ٧١٢ر٠}$ = ٤٧ر٣ .

ومعنى ذلك أنه كلما زاد الدخل التصرفى بدولار زاد الانفاق الاستهلاكـــى بحوالى هر٣ دولار فى الأجل الطويـــل .

والمعادلة الثانية هى معادلة الادخار وتدل على العلاقة بين المدخـــرات من قطاع الاعمال ومجموع الانفاق الاستهلاكى والاستثمارات الكليـــة .

والمعادلة الثالثة هى معادلة تعريفية للدخل التصرفى حيث أنه عبارة عـــن الانفاق الاستهلاكى مضافا اليه الاستثمارات مطروحا منه المدخرات .

ومن هذه المعادلات الثلاثة يمكن استنتاج معادلات جديدة تكون فيهـــا المتغيرات الداخلية دالة فى المتغير الخارجى ـ الاستثمارات . وكانت نتائجها كالآتى :

س = ٤٩٧ر١ ع + ٣٠٩ر٢٩٨ (٤)

خ = ٣٩٥ر٠ ع + ١٢٫٢٣٣ (٥)

ى = ١٠٢ر٢ ع + ٥٧٦ر٢٨٥ (٦)

وعلى أساس هذه المعادلات الثلاثة الاخيرة يمكن التنبؤ بقيم س ، خ ، ى بمعلومية قيم ع . وقيم ع من المفروض أن تحددها الحكومة فى خطتها ، والجدول الآتـــى يعطى قيم س ، خ ، ى المناظرة لقيم ع المحدده :

ع (الاستثمارات الكلية	س (الانفاق الاستهلاكى)	خ المدخرات من قطاع الاعمال	ى الدخل التص
١٠٠	٠٠٩ر٤٤٨	٥٢٫٢٣٣	٧٧٦ر٤٩٥
١٥٠	٨٥٩ر٥٢٢	٧١٫٩٨٣	٨٧٦ر٦٠٠
٢٠٠	٥٩٧٫٧٠٩	٩١٫٧٣٣	٩٧٦ر٧٠٥

ومعنى ذلك أنه اذا كان نصيب الفرد من جملة الاستثمارات = ٢٠٠ دولار ، بعـــد تعديلها بالرقم القياسى لنفقات المعيشة ، فان المتغيرات الاخرى ستأخذ القيم الموضحـــة

في السطر الاخير من الجدول وهى أن نصيب الفرد من الانفاق يقدر بحوالـــــى ٦٠٠ دولار ومن المدخرات أكثر من ١٠ دولار ومن الدخل أكثر من ٧٠٠ دولار .

ومثل هذه النتائج لها قيمتها الكبيرة عند التخطيط للمدى الطويـــل . ويجب الى جانب ذلك أن نأخذ في الاعتبار ما افترضناه من اهمال ديناميكيـــة النموذج، واخطاء المشاهدات الى جانب خطية هذه العلاقات، وكلها افتراضـــات تجعل النموذج ابسط من أن يصور حقيقة الاقتصاد بصفة عامة .

(٢) النموذج الديناميكـــى

وهناك العديد من النماذج الديناميكية التي ركبـــت في مجال الاقتصاد القياسي التطبيقي . ونذكر منها مثالين : الاول يمثل الاقتصـــاد الهولندي وقد تم تركيبه عام ١٩٥٥ بمعرفة الجهاز المركزي للتخطيط، والثانـــى يمثل اقتصاد ما بعد الحرب للمملكة المتحدة . وقد بناه الاستاذ الدكتـــور كلين L.R. Klein. عام ١٩٥٧ . والنموذج الهولندي وأن بدأ فـــى ٢٧ معادلة (٥٥ متغير) الا انه كان من الممكن اختصار عدد معادلاته الـــى أحد عشرة معادلة . منها معادلتين فنيتين . وتسعه سلوكية . وهى المعادلات التى لعبت دورا هاما في التحليل الاحصائي والقياسي . أما باقي المعادلات ومنهـــا اثنى عشرة معادلة تعريفية ساعدت في كتابة باقي معادلات النموذج . والاربعـــة الاخيرة كانت تنظيمية حددت قوانين الضرائب وتحويلات الدفع .

أما نموذج اقتصاد ما بعد الحرب لانجلترا فقد أحتوى على (٢١) متغيرا ظهرت في أحد عشرة معادلة هـــى :

١ ـ دالة الانتاج
٢ ـ معادلة تحديد الانتاج
٣ ـ دالة الاستهلاك
٤ ـ دالة الاستثمار
٥ ـ دالة الواردات
٦ ـ معادلة تحديد الاجور
٧ ـ معادلة تحديد الاسعار
٨ ـ معادلة تحديد سعر الفائدة
٩ ـ العلاقة بين العمالة الصناعية والعمالة الكلية .
١٠ ـ معادلة توزيع الدخل
١١ ـ معادلة القوى العاملة .

وفيما يلى شرح مختصر لكل من هذه المعادلات :

تشرح دالة الانتاج كيف يتحول عنصر العمل فى الصناعة الى انتاج صناعى • وقد حذف متغير رأس المال من الدالة نظرا لعدم توافر بيانات الربع سنوية لضمها للنموذج الربع سنوى • كما اعتبرت الواردات متغيرا منفصلا عن الانتاج ، وهو فرض مقبول بالنسبه للاقتصاد المفتوح • ولعله من الافضل فى النماذج التفصيليه أن نميز بين الواردات للاستخدام فى الصناعة والواردات للاستهلاك المباشر •

وتحل المعادلة الثانية — معادلة تحديد الانتاج — محل معادلة تراكم المخزون التى لم تتوفر لها بيانات ربع سنوية • وتربط المعادلة المقيسه بين الانتاج والطلب النهائى (محلى وخارجى) • ويدل الفرق بين هذين المتغيرين — بخلاف الواردات — على صافى التغير فى المخزون •

وفى المعادلة الثالثة يعتمد الاستهلاك على الدخل من الاجور والدخل من مصادر أخرى بخلاف الاجور ، فيظهر أثر توزيع الدخل ومستواه على قرارات الاسر فى الانفاق والادخار • وعدل كل من متغيرى الدخل بالارقام القياسية للاسعار ومعدلات الضريبه • كما ظهر أثر السلوك فى الماضى على نظيره فى الحاضر باضافة متغير الاستهلاك بفترة ابطاء الى المعادلة •

والمعادلة التاليه هى الميل للاستثمار ، حيث يظهر رأس المال دالة خطيه فى الدخل من المصادر الاخرى غير الاجور معدلا بمستوى الاسعار ومعدلات الضرائب ، وفى سعر الفائدة •

وفى معادلة الطلب على الواردات يظهر أثر كل من الدخل أو النشاط معبرا عنه بالرقم القياسى للانتاج الصناعى ، والسعر النسبى معبرا عنه بالنسبه بين الرقم القياسى لاسعار الواردات والرقم القياسى لسعر الناتج النهائى • هذا الى جانب أن أثر موقف الاحتياطى على الواردات قد تحدد باضافة متغير يمثل نسبة احتياطى الذهب والدولار فى بداية السنة الى تدفقات الواردات الحاليه • أما الصادرات فلم تظهر فى النموذج السنوى كمتغير داخلى

حيث افترض أنها تتحدد بالاحداث الخارجية ، ولو أن النموذج الربع سنوى قد أحتوى مجموعة من المعادلات التفصيلية عن الصادرات.

ثم افترض أن مستوى معدلات الاجور النقدية في المعادلة السادسة ، يتذبذب تبعا للمعروض من فائض العمالة الذى يقاس بالبطالة. كما افترض في نفس المعادلة وجود فترة تأخير بين تقلبات الاجور النقدية والاسعار.

وفي المعادلة السابقة يتحدد سعر الناتج النهائي من خلال الاجور واسعار الواردات. أما المعادلة التالية فقد افترضت أن سعر الفائدة في السوق يتبع العائدة في البنوك ، الذى تحدده الجهات النقدية المسئولة ، بالاضافة الى مقلوب سرعة التداول.

ولاستكمال النموذج فقد افترضت المعادلات الثلاثة الاخيرة. وحيث أننا ميزنا في المعادلة الاولى بين العمالة الصناعية والعمالة الكلية فقد أصبح لزاما علينا اضافة المعادلة التاسعة التى تصف العلاقة بين العمالة الصناعية والعمالة الكلية. والمعادلة العاشرة ضرورية حيث أن هذا النموذج لم يشرح وفقا لاطار الحساب القومى. نعلم من الحسابات القومية أن مجموع الطلب النهائي الداخلى والميزان الاجنبى يساوى الناتج القومى ناقص التغير في المخزون ، كما أن الدخل من الاجور وغير الاجور يساوى الدخل القومى الذى يختلف عن الناتج القومى بالضرائب غير المباشرة ناقصا الاعانات. وهنا يمكن أن تظهر متطابقة حسابات الدخل القومى ، ولكن تغير المخزون لم يستخدم في النموذج كتغير صريح. ومن أجل ذلك فقد جاءت المعادلة العاشرة وتشرح العلاقة بين نسبة الدخل من غير الاجور الى الدخل القومى من جهة ، والارقام القياسية لكل من الاجور واسعار الواردات من جهة أخرى. وهذه المعادلة توضح كيفية تحديد الربح الكلى ، ولذا فهى تخالف المعادلة السابعة ، التى تهتم بوحدة الربح الهامشى.

واخيرا افترضت معادلة للقوة العاملة التى تساوى في مجموعها

العماله والبطالة . وقد سجلت بياناتها في أواخر الخمسينات تذبذبا كبيرا في شكل دورات ، اذ تحت ضغط الطلب الشديد يدخل سوق العماله السيدات والاطفال والمسنين . وعندما يخف الضغط ينسحب هؤلاء من السوق . وفي المعادلة ارتبطت التغيرات في البطالة بالتغيرات في العماله .

وقد استخدمت البيانات السنوية والربع سنوية وأن كانت الاولى أكثر توافرا من الثانية مما جعل النموذج الربع سنوي محدودا .

وفيما يلي المعادلات الاحدى عشرة بعد قياسها :

١ — ص١ = ٥٦ر٠ ص٢ + ٠٤ر٠ ص٣ + ٣٦ر٢ (ت — ١٩٤٦) .

٢ — ص١ = — ٣٦ر٣ + ٠٣ر١ ص٤ + ٣٣ر٠ ص١ .

٣ — ص٥ = ٩ر١٦ + ١٧ر٠ ((ص٦ ص٧ / ص٨) × (١ / ص٢)) + ٠٥ر٠ ((ص٩ / ص٨) × (١ / ص٣))

+ ١١ر٠ ص٥(و — ١) .

٤ — (ص٤ — ص٥ — ص٤) = ٨٦ر٣ + ٩٣ر٠ ((ص٩ / ص٨) × (١ / ص٥)) — ٠٤ر٠ ص١ .

٥ — ص٣ = ٧ر٣ + ١٢ر٠ ص١ — ٠٥ر٠ (ص٦ / ص٨) + ٠٤ر٠ ص٧ .

٦ — ص٦(و) — ص٦(و — ١) = ٤ر٢٢ — ٢١ر٠ ص١١(و) + ٠٦ر١ [ص٨(و — ١) — ص٨(و — ٢)] .

٧ — ص٨ = ١ر١٨ + ٤٨ر٠ ص٦ + ٣٤ر٠ (ص٦) .

٨ — ص١٠ = ٨ر٢٠٣ + ٠٩ر٠ ص٨ — ١٥ر١ (ص٩ / (ص٦ ص٧ + ص٩)) .

٩ ـ $ص_{٢}$ = ـ ٦٠ر٩ + ١ر٦١ $ص_{٧}$ ٠

١٠ ـ ($\frac{ص_{٩}}{ص_{٦}\ ص_{٧} + ص_{٩}}$) = ٢٨٤ر٢ ـ ١ر١٦ ($\frac{ص_{٦}}{ص_{٨}}$) ـ ٠ر٦٧ ($\frac{ص_{٦}}{ص_{٨}}$) ٠

١١ ـ $ص_{١١}$ (و) ـ $ص_{١١}$ (و ـ ١) = ـ ١١ر٧٧ ($ص_{٧}$ (و) ـ $ص_{٧}$ (و ـ ١)) ٠

حيث : $ص_{١}$ = الرقم القياسى للانتاج الصناعى

$ص_{٢}$ = عدد العاملين فى الانتاج الصناعى

$ص_{٣}$ = الرقم القياسى لكمية الواردات

$ص_{٤}$ = الطلب النهائى الداخلى بالاسعار الثابتة (الاستهلاك + الاستثمار الاجمالى الداخلى + الانفاق الحكومى علـــى السلع والخدمـات) ٠

$س_{١}$ = الرقم القياسى لكمية الصادرات ٠

$ص_{٥}$ = الاستهلاك بالاسعار الثابتة

$ص_{٦}$ = الرقم القياسى لمتوسط الاجور الاسبوعية

$ص_{٧}$ = العدد الكلى للعاملين

$ص_{٨}$ = الرقم القياسى لسعر الناتج النهائى

$س_{٢}$ = نسبة الضريبة على الدخل من الاجور والمهايا

$ص_{٩}$ = الدخل الفردى من غير الاجور بالاسعار الجارية

$س_{٣}$ = نسبة الضريبة على الدخل من غير الاجور

$س_{٤}$ = الانفاق الحكومى على السلع والخدمات بالاسعار الثابتة

$س_{٥}$ = نسبة الضريبة على الدخل من الشركات

$س_{١٠}$ = سعر الفائدة

$س_{٦}$ = الرقم القياسى لاسعار الواردات

$س_{٧}$ = نسبة الاحتياطى من الذهب والدولار فى بداية السنة الى الواردات للعامين السابقين ٠

س ١١ = البطالة المسجله فى نهاية شهر يونيو

س ٨ = سعر البنوك

س ٩ = النقود المتداوله خارج البنوك + ارصدة البنوك

ت = الزمن مقيسا بالسنوات.

وفى النموذج أحد عشرة متغيرا داخليا هى س ١ ، س ٢ ، س ٣ ، ... ، س ١١

أما باقى المتغيرات فهى محدده (س ٨ ، س ٩ ، ... س ٩) وقد ظهرت جميع المتغيرات فيما عدا الزمن فى صورة ارقام قياسية عند الحساب . وجميع المعادلات فيما عدا المعادلة الرابعة والاخيرة قد قيست عن الفترة ١٩٤٧ ــ ١٩٥٦ بطريقة المربعات الصغرى ذو المرحلتين . (2 S L S.).

أما المعادلة الرابعة فقد قيست للفترة ١٩٥١ ــ ١٩٥٦ بطريقة متوسطات المجاميع الفرعية وهى تناظر طريقة المتغيرات المساعده . ونظرا لقصر طول فترة القياس فلم تحسب الاخطاء القياسية للمعالم .

الفصـــل الرابـــــع

اساليب القياس الاحصائـــــــى
مفاهيم من نظرية الارتبـــاط والانحـــــــــــــدار

هناك طرق عديده لقياس العلاقات القائمه بين المتغيرات الاقتصادية وابسط هذه الطرق هى تحليل الارتباط وتحليل الانحـــدار .

وسنبدأ أولا بتحليل الارتباط ليتعرف الباحث من خلاله على معامـــل الارتباط الذى يعتبر معلمه احصائية هامه فى تحليل الانحدار .

يعرف الارتباط بأنه درجة العلاقة القائمه بين متغيرين أو اكـــثر . ويكون الارتباط بسيطا أن كان بين متغيرين ، ومتعددا أن كان بين ثـــلاث متغيرات أو أكثر . كما يكون الارتباط خطيا اذا تجمعت النقط فى شكل الانتشـــار حول خط مستقيم ، أو غير خطى اذا وقعت جميع النقط بالقرب من منحنى . والارتباط بين متغيرين قد يكون موجبا أو سالبا سواء كان خطيا أو غير خطى . كما قد ينعـــدم الارتباط ايضا بين هذين المتغيرين .

أولا ـ نظرية الارتبـــــاط

(١) معامل الارتباط الخطى البسيط

يستخدم معامل الارتباط كمقياس كمى دقيق لدرجـــــة الارتباط بين المتغيرين س ، ص . ويرمز له بالرمز ρ اذا كان القيـــاس بين قيم المتغيرين فى المجتمع وتعرف معادلة معامل الارتباط للعينة كالآتـى :

$$ر_{س ص} = \frac{مج\ س_ر\ ص_ر}{\sqrt{مج\ س_ر^{٢}\ مج\ ص_ر^{٢}}}$$

حيث سَر = سر − سَ ، صَر = صر − صَ

ونسوق هنا مثالا من نظرية العرض . تنص النظرية الاقتصادية علـــى أن الكمية المعروضة من سلعة ما في السوق تتوقف على سعرها بفرض ثبـــات العوامل الاخرى . فكلما زاد السعر زادت الكمية المعروضة والعكس صحيـــح . بمعنى أن النظرية الاقتصادية تفترض أن السعر (س) والكمية المعروضـــة (ص) مرتبطين ارتباطا موجبـــا .

والمطلوب الآن هو قياس درجة هذا الارتباط بين المتغيرين اذا توفرت البيانـــات الموضحة في الجدول التالـــى .

الفترة الزمنية بالايـــام	الكمية المعروضة صر	والسعـــر سر
١	١٠	٢
٢	٢٠	٤
٣	٥٠	٦
٤	٤٠	٨
٥	٥٠	١٠
٦	٦٠	١٢
٧	٨٠	١٤
٨	٩٠	١٦
٩	٩٠	١٨
١٠	١٢٠	٢٠
ن = ١٠	مجـ صر = ٦١٠	مجـ سر = ١١٠

يتطلب الامر أولا حساب قيم الحدود التي تظهر في معادلة معامل الارتباط وهـــي :

$$مج\ س_١\ ص_١ ،\ مج\ س_١^٢ ،\ مج\ ص_١^٢$$

وتبلغ قيمة الحد الاول ١٨١٠ ، والثاني ٣٣٠ والثالث ١٠٤٩٠

بالتعويض : $ر = \frac{١٨١٠}{\sqrt{٣٣٠}\ \sqrt{١٠٤٩٠}} = ٠,٩٧٥$

واذا رغبنا في حساب معامل الارتباط من القيم الاصلية كانت :

$$ر = \frac{ن\ مج\ س\ ص - مج\ س\ مج\ ص}{\sqrt{ن\ مج\ س^٢ - (مج\ س)^٢}\ \sqrt{ن\ مج\ ص^٢ - (مج\ ص)^٢}}$$

بالتعويض بعد حصولنا على قيم الحدود التي تظهر في معادلة معامل الارتباط السابقة نجـــد أن :

$$ر = \frac{١٠ \times ٨٥٢٠ - ٦١٠ \times ١١٠}{\sqrt{١٠ \times ١٥٤٠ - ١٢١٠٠}\ \sqrt{١٠ \times ٤٧٧٠٠ - ٣٧٢١٠٠}}$$

$$= ٠,٩٧٥$$

(٢) معامل الارتباط الجزئي

يقيس معامل الارتباط الجزئي العلاقة بين متغيريـــن عندما تثبت جميع المتغيرات الاخرى التي لها علاقة بهذين المتغيرين . ونشـــرع فيما يلي مثالا لقياس الارتباط بين عدد المشروبات الساخنة س ١ التي تستهلـــك في أحد المصايف وعدد المترددين على هذا المصيف س ٢ . من الواضح أن كـــلا المتغيرين يتأثران الى درجة كبيرة بالظروف الجوية س ٣ . ومن المتوقع لاول وهلـــة

أن يكون الارتباط بين $س_١$ ، $س_٢$ موجبا ، حيث أنه كلما زاد عدد المصطافين كلما زاد عدد المشروبات الساخنه المستهلكة ، والعكس صحيح . هذا وأن كان حساب معامل الارتباط البسيط سوف لا يدل على العلاقة الحقيقية بين هذين المتغيرين بسبب أثر المتغير الثالث $س_٣$ وهو الظروف الجوية . وقد تتحقق العلاقة الموجبه بين عدد المصطافين ، وعدد المشروبات الساخنه المستهلكه بشرط افتراض ثبات الظروف الجوية . ولكن بتغير هذه الظروف فان العلاقة بين $س_١$ ، $س_٢$ قد تنعكس فتظهر سالبه ، حيث أن عدد المصطافين سوف يزداد أن كان الجو حارا ، وبسبب حرارة الجو سوف يفضل هؤلاء المصطافين استهلاك المشروبات البارده بدلا من الساخنه . ومعنى ذلك أنه اذا لم تدخل الظروف الجوية في الحساب كان الارتباط بين المتغيرين $س_١$ ، $س_٢$ سالبا ، حيث أن عدد المشروبات الساخنه وعدد المصطافين يتأثر أن بالحرارة العالية .

ومن أجل قياس الارتباط الحقيقي بين $س_١$ ، $س_٢$ لابد وأن نأخذ تغيرات $س_٣$ في الاعتبار . ويتحقق هذا عن طريق الارتباط الجزئي بين $س_١$ ، $س_٢$ بفرض ثبات $س_٣$. ويتحدد معامل الارتباط الجزئي من خلال معاملات الارتباط البسيطة بين المتغيرات المختلفة وهي :

$ر_{١٢}$ = معامل الارتباط بين $س_١$ ، $س_٢$

$ر_{١٣}$ = معامل الارتباط بين $س_١$ ، $س_٣$

$ر_{٢٣}$ = معامل الارتباط بين $س_٢$ ، $س_٣$

ويمكن الحصول على معاملين ارتباط جزئي :

الاول — معامل الارتباط الجزئي بين $س_١$ ، $س_٢$ مع ثبات $س_٣$ وصيغته :

$$ر_{١٢.٣} = \frac{ر_{١٢} - (ر_{١٣})(ر_{٢٣})}{\sqrt{(١ - ر^{٢}_{١٣})(١ - ر^{٢}_{٢٣})}}$$

والثانى — معامل الارتباط الجزئى بين $س_١$ ، $س_٣$ مع ثبات $س_٢$ وصيغته :

$$ر_{١٣.٢} = \frac{ر_{١٣} - ر_{١٢}\ ر_{٣٢}}{\sqrt{(١ - ر^٢_{٢١})(١ - ر^٢_{٣٢})}}$$

(٣) القيود المحدده فى نظرية الارتباط الخطى

يستخدم اسلوب تحليل الارتباط لدراسة العلاقات الاقتصادية ، ويلاحظ على هذا الاسلوب بعض القيود التى يمكن أن نجملها فى القيدين التاليين : —

١ — تطبق معادلة معامل الارتباط السابقة بين متغيرين بينهما علاقة خطية فقط ، هذا وأن كان المتغيران قد تربطهما احيانا علاقة قوية ولكنها غير خطية . وهنا ايضا يجب أن يكون واضحا الفرق بين انعدام الارتباط وبين استقلال المتغيرين (س ، ص) احصائيا . فانعدام الارتباط — أى تساوى معامل الارتباط بالصفر — يعنى أن تغاير س ، ص يساوى الصفر أى أن :

$$ر = \frac{مج\ س\ ص}{\sqrt{مج\ س^٢ \ .\ مج\ ص^٢}} = صفر$$

أما الاستقلال الاحصائى بين س ، ص فيعنى أن احتمال س ، ص الذى يحدث آنيا يساوى حاصل ضرب احتمال (س) فى احتمال (ص) . أى أن =

$$ح\ (س\ ص) = ح\ (س)\ .\ ح\ (ص)$$

والمتغيرات المستقله يكون تغايرها مساويا الصفر ، اى ليس بينهما ارتباط ، بمعنى أن معامل الارتباط الخطى بين متغيرين مستقلين يساوى الصفر . ولكن انعدام الارتباط الخطى لا يعنى بالضرورة الاستقلال ، كما فى حالة وجود العلاقة القوية غير الخطية بين المتغيرين س ، ص ، فكلا

المتغيرين يتبع الآخر ، فهما غير مستقلين ، ولكن تغايرهما ومعامل الارتباط الخطى بينهما يساوى الصفر .

٢ — أن نظرية الارتباط لا تثبت أى علاقة سببيه بين المتغيرات . فمعامل الارتباط لا يوضح ما اذا كانت التغيرات فى ص مثلا قد تسببت عن التغيرات فى س أو العكس . كما أن قيمة هذا المعامل وحده لا تساعدنا على التنبؤ بقيمة ص من خلال قيمة س . وأن كان الارتباط القوى بين ص ، س قد يعكس لنا واحده من الحالات التاليــة :

(أ) أن تغيرات س هى السبب فى تغيرات ص (ب) أن تغيرات ص هى السبب فى تغيرات س . (حـ) أن المتغيرين س ، ص متجاوبين ، بمعنى وجود علاقة سببيه بينهما أى أن المتغير ص يتحدد بالمتغير س كما أن المتغير س يتحدد بالمتغير ص .

والمثال على ذلك العلاقة بين الكمية والسعر فى أى سوق :

ص = د (س) ، س = د (ص)

وهذا يعنى أن كلا من س ، ص تتحدد آنيــا .

(د) وجود متغير مشترك (ك) يؤثر على كل من س ، ص بالشكل الذى يظهر العلاقة قوية بينهما . وغالبا ما يحدث هذا فى السلاسل الزمنية فى حالة وجود اتجاه عام واضح فى كلا المتغيرين . وفى هذه الحالة نلاحظ الارتباط القوى بين المتغيرين س ، ص حتى وأن كانا مستقلين من الناحية السببيــة .

(هـ) أن تكون الصدفة سببا فى وجود هذه العلاقة القوية بين س ، ص .

وفيما يلى بعض الامثلة الموضحــة :

مثــال ١ :

اذا فرضنا أن المتغيرين هما درجات الامتحان التى يحصل عليها احد الطلبه (ص) ، وعدد الساعات التى يعملها بأحد المحلات (س) . واذا

فرضنا أن معامل الارتباط بين البيانات التي جمعت عن هذين المتغيرين كـان ـ ٩ر٠ مثلا ، فان قيمة هذا المعامل في الواقع لا تدل على وجود علاقة سببية عكسية بين س ، ص ، وانما تلزمنا بيانات اضافية قبل التأكد من وجود مثـل هذه العلاقة الداليه ، حيث أنه من المحتمل وقوع أى من الحالات الآتية :

(١) وجود علاقة سببيه ص = د (س) ، حيث أن طول ساعات العمل تـؤدى الى الحصول على درجات منخفضة .

(٢) والعكس قد يكون صحيحا س = د (ص) ، حيث أنه بسبب انخفاض درجاتـه في الامتحان يتعذر على الطالب الحصول على منحه فيلجأ الى العمـل لمواجهة أعباء المعيشة .

(٣) وجود متغير ثالث يؤثر على كل من س ، ص بالشكل الذى يؤدى الـى الارتباط القوى بينهما وهذا المتغير الثالث قد يكون واجب رعايـة الوالدين المسنين المريضين ، الذى يتسبب في حصوله على درجـات منخفضة ، وفي التجائه الى العمل للحصول على المال اللازم .

(٤) أن الارتباط بين س ، ص قد يكون مرده الصدفه اذ أن الطالب الذى يعمـل قد يحصل على درجات منخفضه في الامتحانات .

مثـال ٢ :

يلاحظ الارتباط احيانا بين متغيرات لا يمكن أن تكون بينهمـا اية علاقة سببيه . وعلى سبيل المثال ـ حالة الارتباط القوى بين عدد المواليـد وعدد الجرائم في بلد ما . أن مثل هذا الارتباط لا يعطينا الدليل على أن عـدد المواليد يحدده عدد الجرائم . وانما ما تؤكده أن كلا من سلسلتي المتغيريـن بها اتجاه عام . وهذا النوع من الارتباط يسمى ارتباط الصدفه ، أى الارتبـاط الذى لا يدل على أى علاقة سببيه بين المتغيرات .

مثال ٣ :

الاستهلاك (س) والدخل (ص) متغيرين متجاوبين حيـث أن

ص = د (ى) وفقا لنظرية كينز . ولكن ى = د (ص) ايضا . وبالمثل السعر (ع) والكمية المطلوبة (ك) متغيرين متجاوبين حيث أن ك = د (ع) ولكن ع = د (ك) ايضا .

ومن ذلك يتضح أن نظرية الارتباط لا تحدد العلاقة الدالية ، بمعنى أنها لا تحدد أى المتغيرات هو المتغير التابع ، وأيها المتغير المفسر ، وأن كانت النظرية الاقتصادية تمكننا من تحديد ذلك. كما أن تحليل الارتباط لا يوصلنا الى قيم المعالم فى العلاقة ، فلا يعطينا تقديرات لميل الداله أو للثابت فيهما .

وفى الخلاصه يمكنا القول أن معامل الارتباط يقيس درجة تجمع النقط حول الخط المستقيم ، ولكن لا يعطينا معادلة هذا الخط . وبالاخرى لا يحدد لنا قيم معالم الدالة الاقتصادية التى تمثل المرونات أو تدخل فى حسابها ، والميول الحدية ، والمضاعفات وكلها أدوات تحليلية تهم واضعى السياسات والمستثمرين .

ولقياس معالم الداله لابد من تطبيق أحدى الطرق العديده وأولها وأبسطها طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS).

ثانيا - الانحدار الخطى البسيط

(١) فروض نموذج الانحدار الخطى العشوائى

يعتمد نموذج الانحدار الخطى على عدة فروض يخص بعضها المتغير العشوائى (ق)، ويختص البعض الاخر بالعلاقة بين المتغير العشوائى (ق) والمتغيرات المفسره ، أما البعض الاخير فيخص المتغيرات المفسره . ويمكن أن نجمل هذه الفروض فى مجموعتين : الاولى هى الفروض العشوائية والثانية هى الفروض الاخرى.

(أ) الفروض العشوائية للمربعات الصغرى العادية

وهى فروض توزيع قيم المتغير العشوائى ق . وهى الفروض التى تطور طريقة المربعات الصغرى — الطريقة الاحصائية — للطبيعة العشوائية للظواهر الاقتصادية . وفيما يلى ملخص لهذه الفروض .

١ — أن ق متغير عشوائى حقيقى قد تكون قيمته موجبه أو سالبه أو تساوى الصفر .
٢ — أن متوسط قيم ق فى أى فترة معينة يساوى الصفر .
٣ — أن تباين $ق_ر$ حول وسطها الحسابى تساوى ثابت لجميع قيم س .
٤ — أن للمتغير $ق_ر$ توزيع معتدل .
٥ — أن المتغيرات العشوائية للبيانات المختلفة $ق_ر$ ، $ق_ط$ مستقله .
٦ — أن $ق_ر$ مستقله عن المتغيرات المفسره .
٧ — أن المتغيرات المفسره مقيسه بدون أخطاء ، وأن المتغير التابع (ص) قد يحتوى أولا يحتوى على اخطاء فى القياس .

(ب) أما الفروض الاخرى فهى :

٨ — أن المتغيرات المفسره ليس بينها ارتباط خطى تام .
٩ — أن المتغيرات الاجمالية قد تم تجميعها باتباع اسلوب التجميع الصحيح
١٠ — أن العلاقات المقيسه قد تم تمييزها .
١١ — أن توصيف العلاقات قد تم بالاسلوب السليم من حيث تحديد المتغيرات المفسره واختيار الصيغه الرياضية المناسبه .

(٢) المعادلات الاساسية فى طريقة المربعات الصغرى

تكون العلاقة الخطية ، $ص_ر = ب + ب_١ س_ر + ق_١$.

مثله لمجتمع قيم س ، ص ، حيث أنه يمكن الحصول على القيم العددية لكل من ب ، $ب_١$ ، اذا أمكننا الحصول على جميع قيم س ، ص ، ق الممكنه ، والتى تمثل قيم المجتمع لهذه المتغيرات . ولما كان تحقيق ذلك مستحيل فاننا تحصل

على عينة من قيم س ، ص ، كما نحدد توزيع المتغير العشوائي ، ونحصل على تقدير المعالم الحقيقية للعلاقة . ويتم ذلك بتوفيق خط الانحدار لبيانات العينــــة ، الذى يمكن اعتباره تقريب للخط الحقيقي .

وتكون معادلة العلاقة الحقيقية بين س ، ص هي $ص_ر = ب + ب_١ س_ر + ق_ر$

ومعادلة خط الانحدار الحقيقي $ت (ص_ر) = ب + ب_١ س_ر$

ومعادلة العلاقة المقدره $\hat{ص}_ر = \hat{ب} + \hat{ب}_١ س_ر + ق'_ر$

ومعادلة خط الانحدار المقدر $\hat{ص}_ر = \hat{ب} + \hat{ب}_١ س_ر$

حيث $\hat{ص}$ = القيمة المقدره للمتغير ص إذا علمت قيمة معينة للمتغير س

$\hat{ب}$ = تقدير الجزء المقطوع الحقيقي ب

$\hat{ب}_١$ = تقدير المعلمه الحقيقية $ب_١$

$ق'$ = تقدير القيمة الحقيقية للمتغير العشوائي ق

وفي حالة دالة العرض مثلا يتعذر الحصول على جميع قيم الكميات المعروضة وقيم الاسعار اللازمه لحساب القيم العددية للمعالم الحقيقية ب ، $ب_١$. ولذا يمكـــن اختيار عينه من الكميات المعروضة وقيم الاسعار المناظرة خلال فترة من الزمن للحصـــول على أفضل تقدير لدالة العـــرض .

ويعيب هذا الاسلوب امكاننا الحصول على العدد اللانهائي من خطـــوط الانحدار المقدره من بيانات العينه ، مما يؤدى الى اختلاف انحرافات نقط العينة عن كـــــل خط من خطوط الانحدار ، أى أن هذه الانحرافات انما تتوقف على الجزء المقطـــــوع ب ، والميل $ب_١$ لهذه الخطوط . فمن البديهي اذن أنه كلما صغرت الانحرافــــات عن خط ما كان هذا الخط هو أجود توفيق لبيانات العينة . فعلينا أن نختـــــار من بين هذه الخطوط الخط الذى تكون انحرافات النقط عنه اصغر ما يمكن . وتتطلـــب

طريقة المربعات الصغرى أن خط الانحدار يجب أن يرسم بالطريقة التى تجعل مجموع مربعات انحرافات النقط عنه أقل ما يمكن .

وتكون الخطوة الأولى هى رسم الخط الذى يمر بين النقط بحيث يكون مجموع انحرافاتها عنه مساويا الصفر أى أن مج ق = صفر . ثم يأتى السؤال كيف يمكن الحصول على النهاية الصغرى لكمية تساوى الصفر حسب التعريف . الاجابة المناسبة هى تربيع الانحرافات ثم الحصول على النهاية الصغرى لمجموع هذه المربعات (مج $ق_ر^٢$) . ومن هنا سميت هذه الطريقة باسمها المعروف .

أما الخطوة التالية فهى التعبير عن الاخطاء ق بدلالة القيم المشاهدة للمتغيرين س ، ص فى العينة . واذا تم تقدير المعلمتين $\hat{ب}$ ، $\hat{ب}_١$ امكننا التنبؤ بقيمة $ص_ر$ من خط الانحدار المقدر $\hat{ص} = \hat{ب} + \hat{ب}_١ س$ ، وهى القيمة المقدرة للمتغير التابع ($ص_ر$) ، والتى تناظر قيمة معينة للمتغير المفسر ($س_ر$) . وهذا يعنى أن لكل قيمة من قيم (س) هناك قيمة مناظرة ($\hat{ص}$) تقع على خط الانحدار . فاذا فرضنا القيمة ($س_ر$) أمكن التنبؤ من المعادلة بأن القيمة المقدرة للمتغير التابع هى ($\hat{ص}_ر$) . هذا علما بأن القيمة المشاهدة للمتغير التابع المناظرة للمتغير $س_ر$ هى $ص_ر$ وليست $\hat{ص}_ر$ كما يتنبأ الخط . بمعنى أن البيانات الفعلية للمتغير (ص) قد لا تقع على الخط المقدر . فاذا رمزنا بالرمز $ق_ر$ للفرق بين القيمة المشاهدة $ص_ر$ والقيمة المقدرة $\hat{ص}_ر$ فان :

$$ق_ر = ص_ر - \hat{ص}_ر$$

وبالتعويض بقيمة $\hat{ص}_ر$ فان :

$$ق_ر = ص_ر - \hat{ب} - \hat{ب}_١ س_ر$$

وبتربيع الانحرافات وتجميعها نحصل على :

$$مج ق_ر^٢ = مج (ص_ر - \hat{ص}_ر)^٢$$

$$= مج (ص_ر - \hat{ب} - \hat{ب}_١ س_ر)^٢$$

وبالحصول على النهايات الصغرى لمجموع مربعات الانحرافات بالنسبة الى $\hat{\text{ب}}$ ، $\hat{\text{ب}}_1$ نصل الى المعادلات الاساسية :

$$\text{مج ص} = \text{ن}\ \hat{\text{ب}} + \hat{\text{ب}}_1\ \text{مج س}$$

$$\text{مج س ص} = \hat{\text{ب}}\ \text{مج س} + \hat{\text{ب}}_1\ \text{مج س}^2$$

وبحل هذه المعادلات نحصل على تقديرات المربعات الصغرى لكل من $\hat{\text{ب}}$ ، $\hat{\text{ب}}_1$ وهى :

$$\hat{\text{ب}} = \frac{\text{مج س}^2\ \text{مج ص} - \text{مج س مج س ص}}{\text{ن مج س}^2 - (\text{مج س})^2}$$

$$\hat{\text{ب}}_1 = \frac{\text{ن مج س ص} - \text{مج س مج ص}}{\text{ن مج س}^2 - (\text{مج س})^2}$$

كما يمكن الحصول على تقديرات كل من $\hat{\text{ب}}$ ، $\hat{\text{ب}}_1$ باستخدام انحرافات قيم المتغيرات عن أوساطها الحسابية ، فتصير المعادلتين السابقتين كالآتـــــى :

$$\hat{\text{ب}} = \bar{\text{ص}} - \hat{\text{ب}}_1\ \bar{\text{س}}$$

$$\hat{\text{ب}}_1 = \frac{\text{مج س}_\text{ر}\ \text{ص}_\text{ر}}{\text{مج س}_\text{ر}^2}$$

مثـــال :

البيانات التالية هي بيانات الكمية المعروضة من سلعة ما (ص) وسعر هذه السلعة (س) والمطلوب تقدير دالة العرض.

وفيما يلي جدول حساب الحدود اللازمة لتقدير معلمتي معادلة العرض:

ص = ب + ب١ س

ص ر	س ر	س ر ^٢	س ر ص ر	(ص ر − ص̄)	(س ر − س̄)	(ص ر · ص ط)	س ط ^٢
٦٩	٩	٨١	٦٢١	٦+	صفر	صفر	صفر
٧٦	١٢	١٤٤	١١٢	١٣+	٣+	٣٩	٩
٥٢	٦	٣٦	٣١٢	١١ـ	٣ـ	٣٣	٩
٥٦	١٠	١٠٠	٥٦٠	٧ـ	١+	٧	١
٥٧	٩	٨١	٥١٣	٦ـ	صفر	صفر	صفر
٧٧	١٠	١٠٠	٧٧٠	١٤+	١+	١٤	١
٥٨	٧	٤٩	٤٠٦	٥ـ	٢ـ	١٠	٤
٥٥	٨	٦٤	٤٤٠	٨ـ	١ـ	٨	١
٦٧	١٢	١٤٤	٨٠٤	٤+	٣+	١٢	٩
٥٣	٦	٣٦	٣١٨	١٠ـ	٣ـ	٣٠	٩
٧٢	١١	١٢١	٧٩٢	٩+	٢+	١٨	٤
٦٤	٨	٦٤	٥١٢	١+	١ـ	١ـ	١
٧٥٦	١٠٨	١٠٢٠	٦٦٦٠	صفر	صفر	١٥٦	٤٨

١ ـ باستخدام البيانات الاصلية نجد أن قيم الحدود الواردة في معادلتي ب̂ ، ب̂١ هـــي :

مج س^٢ = ١٠٢٠ ، مج ص = ٧٥٦ ، مج س = ١٠٨ ، مج س ص = ٦٦٦٠

وبالتعويض نجـــد أن

ب̂ = (١٠٢٠ × ٧٥٦ ـ ١٠٨ × ٦٦٦٠) / ٢

$$= \frac{١٩٤٤٠}{٥٧٦} = ٣٣{,}٧٥$$

$$\hat{ب}_١ = \frac{١٢ \times ٦٩٦٠ - ٧٥٦ \times ١٠٨}{١٢ \times ١٠٢٠ - (١٠٨)^٢}$$

$$= \frac{١٨٧٢}{٥٧٦} = ٣{,}٢٥$$

٢ – باستخدام انحرافات القيم عن الوسط الحسابي نجد أن مجـ سہ صہ = ١٥٦ ، مجـ $سہ^٢$ = ٤٨ ، أي أن

$$\hat{ب}_١ = \frac{\text{مجـ سہ صہ}}{\text{مجـ سہ}^٢} = \frac{١٥٦}{٤٨} = ٣{,}٢٥$$

$$\hat{ب} = \bar{ص} - \hat{ب}_١ \bar{س} = ٦٣ - ٣{,}٢٥ \times ٩ = ٣٣{,}٧٥$$

وتكون دالة العرض المقدره هـــي :

$$\hat{ص}_ر = ٣٣{,}٧٥ + ٣{,}٢٥ \, س_ر \, .$$

والخطوة الاخيرة هي الاستفاده من تقديرات المعالم في الحصول علـــى الادوات التحليلية الاساسية كالمرونات مثـلا .

لما كانت معادلة خط الانحدار المقدر هي $\hat{ص}_ر = \hat{ب} + \hat{ب}_١ س_ر$ حـيث $\hat{ب}$ هي الجزء المقطوع و $\hat{ب}_١$ هي ميل هذا الخط ، والمعلمة $\hat{ب}_١$ هي تفاضل $\hat{ص}$ بالنسـبة الى س أي أن :

$$\hat{ب}_١ = \frac{ء \hat{ص}}{ء س}$$

وتدل على معدل التغير في ($\hat{ص}$) كلما تغيرت (س) بقدر ضئيل جدا .
فاذا كانت الدالة المقدره هي الداله الخطية للعرض أو الطلب فان المعلمة ($\hat{ب}_1$) ليست المرونه السعرية بل هي أحد حدود المرونه التي يمكن تعريفها بالمعادلة :

$$م_س = \frac{ى ص / ص}{ى س / س}$$

$$= \frac{ى ص}{ى س} \times \frac{س}{ص}$$

حيث $م_س$ = المرونة السعرية
ص = الكمية مطلوبة أو معروضة
س = السعر

وتكون المرونة السعرية من الدالة المقدره هي :

$$م_س = \hat{ب}_1 \cdot \frac{\bar{س}}{\bar{ص}}$$

حيث $\bar{س}$ = متوسط السعر في بيانات العينة

$\bar{ص}$ = متوسط الكمية $\hat{ص}_ر$ المقدره من الانحدار

وباستخدام النتائج السابقة لدالة العرض تكون المرونة السعرية للعرض هي

$$م_س = ٣٫٢٥ \times \frac{٩}{٧١٫٢}$$

$$= ٠٫٤$$

مثال (٢)

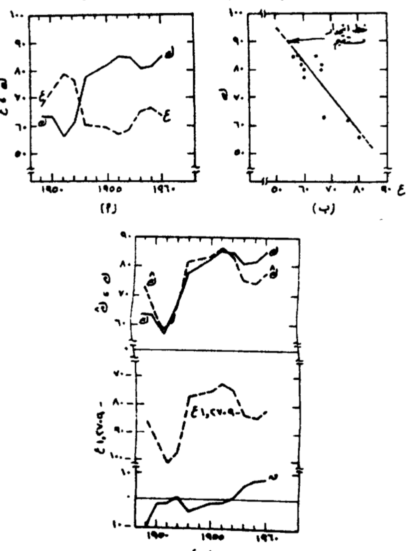
نسود فيما يلي مثالا آخر بهدف فهم ، الى جانب حساب معادلة خط الانحدار البسيط ، أسلوب عرض النتائج بيانيا . في الجدول التالي بيانات السلاسل الزمنية لنصيب الفرد من استهلاك اللحوم وسعر التجزئة معدلا بالرقم القياسي لاسعار المستهلكين ، خلال الفترة من ١٩٤٩ — ١٩٦٠ .

السنة	نصيب الفرد من استهلاك اللحوم ك	سعر التجزئة ع	ك̂ = ١٨٢ ٥٫١٥٨ — ١٫٢٧٠٩ ع ك̂	—١٫٢٧٠٩ ع	ق = (ك — ك̂)
١٩٤٩	٦٣٫٩	٦٧٫٢	٧٣٫١	—٨٥٫٤٠	—٩٫٢
٥٠	٦٣٫٤	٧٣٫٣	٦٥٫٤	—٩٣٫١٦	—٢٫٠
٥١	٥٦٫١	٧٩٫٥	٥٧٫٥	—١٠١٫٠٤	—١٫٤
٥٢	٦٢٫٢	٧٦٫٣	٦١٫٥	—٩٦٫٩٧	+٠٫٧
٥٣	٧٧٫٦	٦٠٫٤	٨١٫٨	٧٦ ٧٦	[illegible]
٥٤	٨٠٫١	٥٩٫٢	٨٢٫٦	—٧٥٫٨٧	—٢٫٥
٥٥	٨٢٫٠	٥٩٫٠	٨٣٫٥	—٧٤٫٦٨	—١٫٥
٥٦	٨٥٫٤	٥٦٫٨	٨٦٫٣	—٧٢٫١٩	—٠٫٩
٥٧	٨٤٫٦	٥٨٫٢	٨٣٫٩	—[illegible]	+٠٫٧
٥٨	٨٠٫٥	٦٥٫٦	٧٥٫١	—٨٣٫٣٧	٥٫٤
٥٩	٨١٫٤	٦٦٫٤	٧٤٫١	—٨٤٫٣٦	٧٫٣
٦٠	٨٥٫٢	٦٣٫٨	٧٢٫٤	—٨١٫٠٨	٧٫٨

وفي الشكل (أ) نلاحظ العلاقة العكسية بين المتغيرات في نصيب الفرد من استهلاك اللحوم (ك) وسعر التجزئة للحوم (ع) . وفي الشكل (ب) نلاحظ خط الانحدار المستقيم المتحصل عليه بطريقة المربعات الصغرى ، ومعادلة خط الانحدار هي :

ك̂ = ١٨٢ ٥٫١٥٨ — ١٫٢٧٠٩ ع

وقد تم عرضها بيانيا في الشكل (حـ) ، علما بأن معامل الانحدار (١٫٢٧٠٩) في المعادلة أنما يعني أنه اذا تغير السعر بالوحده تغير استهلاك الفرد المقــــدر (ك) في الاتجاه المضاد بمقدار ١٫٢٧٠٩ وحده . كما نلاحظ أن الخط المنكسـر



(ـ ١٫٢٧٠٩ ع) هو صوره مشابهه وأنما مقلوبه للخط المنكسر (ع) في الشكل (أ) ، مضروبا في المعامل ١٫٢٧٠٩ . أما ك فأنها تتغير مع الزمن كتغير (ع) مضروبا في معامل الانحدار (ـ ١٫٢٧٠٩) . وتظهر الانحرافات عن خط الانحدار ك ـ ك = ق في العمود الاخـيـر من الجدول والجزء الاخير من الشكل (حـ) . ويتضح وجود اتجاه عام تصاعدى فيها .

(٣) اختبارات المعنوية الاحصائيــة

بعد تقدير معالم العلاقات الاقتصادية ، باستخدام طريقة المربعات الصغرى يجب علينا أن نضع المعايير اللازمة للحكــم على " جــودة " تقديرات المعالم، ويمكننا تقسيم هذه المعايير الــى ثلاثة أنواع هى المعيار النظرى، والمعيار الاحصائى، والمعيار القياســى ، وتحدد النظرية الاقتصادية المعيار النظرى من حيث قيم المعالم واشاراتها .

أما المعايير الاحصائية فيمكن اجمالها فى الاختباريــن الاكثر استخداما فى الاقتصاد القياسى وهمــــى :

(أ) معامل التحديد — مربع معامل الارتباط — الذى يستخــدم لاختبار القوة التفسيرية فى انحدار من على من الخطــى .

(ب) الاخطاء المعيارية لتقديرات المعالم ، ويطبق لاختبار مدى المعنوية الاحصائية فى تقديرات معالم الانحدار $\hat{b}$ ، $\hat{b}_1$.

(أ) اختبار جودة التوفيق عن طريق معامل التحديد (r^2) .

بعد أن يتم تحديد خط الانحدار يلزمنا اختبار مـــدى جودة توفيق هذا الخط لبيانات س ، ص فى العينة ، بمعنى أن الامر يتطلــب قياس تباين البيانات حول خط الانحدار . وتنشأ اهمية ذلك من أنه كلما اقتربــت البيانات من الخط كلما ازدادت جودة التوفيق، أى كلما استطاعت التغيرات فــى المتغيرات المفسرة من شرح تغيرات المتغير ص .

ومعامل التحديد r^2 هو مقياس جودة التوفيق حيث أنــه يحدد النسبة المئوية للتغيرات الكلية فى المتغير التابع التى يمكن أن يشرحها المتغير المستقل . فاذا كانت $r^2_{ص ، س}$ = ٩ر٠ دل ذلك على جودة توفيــق خط الانحدار للبيانات المشاهدة ، حيث أن هذا الخط يشرح ٩٠٪ مــن التغيرات الكلية لقيم (ص) حول وسطها الحسابى، وأن نسبة العشرة فى المائــة الباقية من التغيرات الكلية التى لم يتم شرحها أنما ترجع الى العوامل الــتى

يتضمنها المتغير العشوائي ق .

فاذا فرضنا أن خط الانحدار هو $\hat{ص} = \hat{ب} + \hat{ب}_1$ س كانت التغيرات الكلية في ص مقيسه بانحرافاتها عن الوسط الحسابي هي مج $ص_ر^2$ = مج $(ص_ر - \bar{ص})^2$. مع ملاحظة أنه للحصول على التغيرات الكلية لقيم ص علينا أن نربع الانحرافات البسيطة حيث أن مجموع انحرافات قيم أى متغير عن وسطه الحسابي يساوى الصفر .

وبنفس الاسلوب تعرف انحرافات قيم المتغير التابع المقدره ($\hat{ص}$) عن الوسط الحسابي $\bar{ص}$ بأنها تغيرات ص التي امكن شرحها بخط الانحدار . ويكون مجموع مربعات هذه الانحرافات هو التغيرات المشروحه . أى مج $\hat{ص}_ر^2$ = مج $(\hat{ص}_ر - \bar{ص})^2$

أما ($\bar{ق}$) وتساوى الفرق بين ص ، $\hat{ص}$ فهى ذلك الجزء من التغيرات في المتغير التابع التي لم يشرحها خط الانحدار . ويعبر مجموع مربعات البواقي عن التغيرات غير المشروحه في المتغير ص حول وسطه الحسابي مج $ق_ر^2$ = مج $(ص_ر - \hat{ص}_ر)^2$.

ولما كانت $ص_ر = \hat{ص}_ر + \bar{ق}$ ، مج $ص_ر^2$ = مج $(\hat{ص}_ر + \bar{ق})^2$ ، وكانت مج $\hat{ص}_ر \bar{ق}$ = صفر ، فمن الممكن أثبات أن مج $ص_ر^2$ = مج $\hat{ص}_ر^2$ + مج $ق_ر^2$ أى أن التغيرات الكلية = التغيرات المشروحة + التغيرات غير المشروحه

واذا عبرنا عن التغيرات المشروحه كنسبه مئوية من التغيرات الكلية أى مج $\hat{ص}_ر^2$ / مج $ص_ر^2$ وكانت $\hat{ص}_ر = \hat{ب}_1$ $س_ر$

$$\text{وبالتعويض نجد أن } \frac{\text{مج } \hat{ص}_ر^2}{\text{مج } ص_ر^2} = \frac{\text{مج } (\hat{ب}_1 \ س_ر)^2}{\text{مج } ص_ر^2} = \hat{ب}_1^2 \times \frac{\text{مج } س_ر^2}{\text{مج } ص_ر^2}$$

واذا كانت $\hat{ب}_1$ = مج $س_ر ص_ر$ / مج $س_ر^2$

$$\text{فان } \frac{\text{مج } \hat{ص}_ر^2}{\text{مج } ص_ر^2} = \frac{(\text{مج } س_ر ص_ر)^2}{(\text{مج } س_ر^2)^2} \times \frac{\text{مج } س_ر^2}{\text{مج } ص_ر^2} = \frac{(\text{مج } س_ر ص_ر)^2}{\text{مج } س_ر^2 \cdot \text{مج } ص_ر^2}$$

وبمقارنة هذه النتيجة بمعادلة معامل الارتباط نجد أن $ر^2 = \frac{\text{مج } \hat{ص}_ر^2}{\text{مج } ص_ر^2}$.

ومعنى ذلك أن $ر^2$ تحدد نسبة التغيرات في ص التي تشرحها التغيرات في س .

وتتراوح قيم $ر^2$ بين الصفر والواحد الصحيح أى أن :

$$\text{صفر} \leqslant ر^2 \leqslant 1$$

(ب) اختبار الاخطاء المعيارية لتقديرات المربعات الصغرى

تحصل على تقديرات المربعات الصغرى لكل من $\hat{ب}$ ، $\hat{ب}_{١}$
من عينة بيانات كل من ص ، س . ولما كانت اخطاء المعاينة حتميه فى كل التقديرات، كان من الضرورى تطبيق اختبارات المعنوية لقياس حجم الخطأ ولتحديد درجة الثقة فى هذه التقديرات . وسنتعرض هنا الى أحد هذه الاختبارات العديدة ، وهو اختبار الخطأ المعيارى ، لشيوع استخدامه فى الاقتصاد القياسى . ويعاوننا الاختبار فى تقرير ما اذا كانت تقديرات $\hat{ب}$ ، $\hat{ب}_{١}$ تختلف معنويا عن الصفر ، بمعنى أن العينة التى حسبت منها التقديرات ، ربما سحبت من مجتمع معالمة الحقيقية تساوى الصفر أى أن ب = صفر أ و $ب_{١}$ = صفر.

ويكون اختبار فرض العدم $ح$ = $ب_{ر}$ = صفر

والفرض البديل $ح_{١}$ = $ب_{ر}$ $\neq$ صفر

ويتلخص اختبار الخطأ المعيارى فى الآتى :

١ — من معادلات تباين كل من $\hat{ب}$ ، $\hat{ب}_{١}$ تحسب الاخطاء المعيارية.

$$\text{ع}(\hat{ب}_{١}) = \sqrt{\text{تباين } \hat{ب}_{١}} = \sqrt{\hat{\sigma}^{2}_{ع} / \text{مج س}^{2}} = \sqrt{\frac{\text{مج ق}^{2}}{(\text{ن} - ٢)\ \text{مج س}^{2}}} ،$$

$$\text{ع}(\hat{ب}) = \sqrt{\text{تباين } \hat{ب}} = \sqrt{\hat{\sigma}^{2}_{ق} \times \frac{\text{مج س}^{2}}{\text{ن مج س}^{2}}} = \sqrt{\frac{(\text{مج ق}^{2})\ \text{مج س}^{2}}{(\text{ن} - ٢)\ \text{ن مج س}^{2}}}$$

٢ — نقارن الانحرافات المعيارية بالقيم العددية لكل من $\hat{ب}$ ، $\hat{ب}_{١}$. فاذا كان الخطأ المعيارى أقل من نصف القيمة العددية لتقدير المعلمه ، أى اذا كان $\text{ع}(\hat{ب}_{ر}) < \hat{ب}_{ر} / ٢$ ، ثبتت معنوية هذا التقدير احصائيا . ومعنى هذا أننا نرفض فرض العدم ، أى نرفض الفرض القائل بأن معلمة المجتمع الحقيقية $ب_{ر}$ = صفر ، وهذا يعنى أن معلمة المجتمع الحقيقية $ب_{ر}$ تختلف عن الصفر . ومن ناحية اخرى اذا كان

الخطأ المعيارى لتقدير المعلمه أكبر من نصف قيمتها العددية أى أن ع($\hat{ب}_{١}$) > $ب_{١}$/٢ ثبتت عدم معنوية التقدير . ومعنى ذلك قبولنا لفرض العدم أن معلمة المجتمع الحقيقية $ب_{١}$ = صفر .

وفى هذه الحاله يمكننا القول بأن القيمة المقدره للمعلمه قد جاءت بالصدفه مختلفة عن الصفر ، ولا يمكن قبولها طالما أن الاختبار قد جاء بما يثبت أن المعلمه الحقيقية $ب_{١}$ = صفر .

ونخلص من هذا أن قبول أو رفض فرض العدم أنما يحمل معنى اقتصادى محدد ، هو أن قبول فرض العدم $ب_{١}$ = صفر معناه أن المتغير المفسر الذى يصاحب تقدير المعلمه لا يؤثر فى الحقيقه على المتغير التابع ص وبالتالى يجب الا تتضمنه المعادله ، مادام الاختبار قد زودنا بالدليل على أن تغيرات س لا تؤثر فى ص . أى أن قبول فرض العدم ح يعنى أن العلاقة بين ص ، س هى فى الحقيقة : ص = ب + (صفر) س = ب .

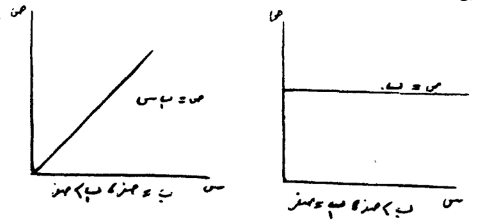
أى أنه لا توجد علاقة بين ص ، س .

ومن ناحية أخرى اذا كانت ب = صفر فان خط الانحدار بين ص ، س يكون :

ص = (صفر) + $ب_{١}$ س

= $ب_{١}$ س

وفى الحالة الاولى يكون خط الانحدار موازيا للمحور السينى (الافقى)، وفى الحالة الثانية يمر خط الانحدار بنقطة الاصل ، كما هو موضح فى الشكلين التاليين :



(جـ) اختبار ت

يمكن استخدام اختبار Z في الحالات التي تتوافر فيها الشروط التالية وهي :

(١) معلومية التباين الحقيقي للمجتمع بصرف النظر عن حجم العينة (٢) أما اذا كانت التباينات الحقيقية للتقديرات غير معلومية فيشترط أن يكون حجم العينة كبيرا (ن > ٣٠) حيث أنه في هذه الحالة يكون تقدير تباين العينة هو تقريب مقبول لتباين المجتمع غير المعلوم .

وفي التطبيقات القياسية تكون التباينات الحقيقية للتقديرات ($\sigma^2_{ب}$) ، ($\sigma^2_{ب_١}$) غير معلومة حيث أنها تتضمن التباين الحقيقي للمتغير العشوائي $\sigma^2_{ر}$ غير المعلوم . ولذا فانه من الممكن استخدام التقدير غير المتحيز $\hat{\sigma}^2_{ر} = \text{مجـ}\,ق^2 / ن - ط$ للحصول على تقديرات لتباينات المعالم ، أي $ع_{ب}$ ، $ع_{ب_١}$. فاذا كانت العينة كبيرة كبرا كافيا (ن > ٣٠) صارت هذه التقديرات ملائمة لاختبار Z . ولكن في الواقع قلما يكون حجم العينة بهذا الكبر . فاذا كان حجم العينة صغيرا (ن < ٣٠) وكان مجتمع المعالم ذو توزيع معتدل أمكن استخدام اختبار آخر مبني على أساس توزيع ت .

$$ت = \frac{\bar{س} - \mu}{ع_{س}} \quad \text{بدرجات حرية ن} - ١$$

حيث μ = متوسط المجتمع

$ع^2_{س}$ = تقدير العينة لتباين المجتمع

$= \text{مجـ}\,(س_ر - \bar{س})^2 / ن - ١$

ن = حجم العينة

أن توزيع (ت) له [illegible] متماثل بمتوسط يساوي الصفر وتباين ن − ١ / ن − ٣ يقترب من الواحد الصحيح كلما كبر حجم العينة أي كانت ن كبيرة .

وقبل البدء في الاختبار يجب أن تتوافر البيانات الآتيـــة :

١ ـ تعريف فرضي العدم والبديل — ٢ ـ اختيار مستوى الثقة ٠٥ر٠ أو ٠١ر٠

٣ ـ تحديد عدد درجات الحريـة

وذلك حتى يتسنى تحديد المنطقة الحرجه ، أي قيم (ت) الحرجه ، التي تقسم قيم (ت) الكلية في منطقتين : منطقة القبول ومنطقة الرفض . ويمكن تعريف منطقــة القبول اذا فرضنا فرض العدم $ح_٠$: $\mu = \mu_٠$ والفرض البديل $ح_١$: $\mu \neq \mu_٠$ لمجتمع تباينه غير معلوم . واذا افترضنا أن مستوى الثقة هو ٠٥ر٠ فان قيم (ت) الحرجه نجدها في جدول (ت) بحيث أنها تقتطع ٥ر٢٪ من مساحة التوزيع عند كل طـــرف بدرجات حرية (ن ـ ١) . واذا كانت درجات الحرية = ١٠ فان قيم ت الحرجــة التي نجدها في الجدول هي $ت_١$ = ـ ٢٢٨ر٢ ، $ت_٢$ = + ٢٢٨ر٢ ، ومعنـــى ذلك أن منطقة القبول هــي

$$-٢٢٨ر٢ \leqslant \left\{ ت = (\bar{س} - \mu_٠) / \sqrt{ع^٢_س / ن} \right\} \leqslant ٢٢٨ر٢$$

ومن مشاهدات العينة نحسب $\bar{س}$ وقيمة ت المحسوبه :

$$ت^* = \frac{\bar{س} - \mu_٠}{\sqrt{ع^٢_س / ن}}$$

واذا وقعت قيمة ت المحسوبة في المنطقة الحرجة رفضنا فرض العدم .

ومن المعتاد في الاقتصاد القياسي أن يكون فرض العدم هو $ح_٠$: $ب_ر$ = صفر ، والفرض البديل $ح_١$: $ب_ر \neq$ صفر ، وتكون $ت^* = \frac{\hat{ب}_ر}{\sigma_{(\hat{ب}_ر)}}$

ويمكن الحصول على قيمة $ت^*$ للعينة بقسمه تقدير المعلمه $ب_ر$ على خطئها المعياري ، ثم نقارن هذه القيمة بقيمة (ت) النظرية من الجدول ، فاذا وقعـــت

ت* في المنطقة الحرجة رفضنا فرض العدم ، أي كان تقدير المعلمة ب ر معنويا ، أما اذا وقعت في منطقة القبول أي كانت — ت ٠٫٠٢٥ < ت* < + ت ٠٫٠٢٥ ، بدرجات حرية ن — ط ، قبلنا فرض العدم ، أي أنه باحتمال ٩٥٪ كان تقدير ب̂ ر غير معنوي.

وملاحظة قيم ت النظرية نجد انها تتغير ببطء عندما تكون درجات الحرية (ن — ط) اكبر من ٨ ، فقيمة ت ٠٫٠٢٥ = ٢٫٣٠٠ عندما تكون (ن — ط = ٨) ، وتساوى ١٫٩٦ عندما تصل درجات الحرية مالا نهاية. وبذلك فانه من الممكن تجاهل درجات الحرية أن كانت أكبر من ٨ ونفترض أن ت ٠٫٠٢٥ = ٢٫٠ وبـ ر اختبار فرض العدم كالآتي :

— اذا كانت ت* المحسوبة أكبر من ٢ رفضنا فرض العدم

— واذا كانت ت* المحسوبة أصغر من ٢ قبلنا فرض العدم

ومعنى ذلك أن قيمة ت* للعينة ، وتساوى $\frac{\hat{ب}_ر}{ع_{ب_ر}}$ ، تكون أكبر من ٢ ، اذا كانت تقديرات ب̂ أو ب̂ ر تساوى ضعف اخطائها المعيارية على الاقل . أي أن :

ت* > ٢ اذا كانت ب̂ ر > ٢ع (ب ر) أو ع (ب ر) < ب̂ ر / ٢

نخلص من ذلك بأننا نرفض فرض العدم اذا كانت ت* > ت ٠٫٠٢٥ ، وكذلك نرفض فرض العدم اذا كانت ع ب < ب̂ / ٢ فهما تعبيرين متشابهين.

وهذا التقريب الذى شرحناه اخيرا لاختبار (ت) لا يكون صحيحا الا اذا كانت درجات الحرية اكبر من ٨.

مثال : قيست دالة الاستهلاك التالية من عينة حجمها ٢٠ وكانت نتائجها هي :

ص = ١٠٠ + ٠٫٧٠ ى
(٧٥ر٥)   (٠٫٢١)

علما بأن الارقام الموجودة بين الاقواس هى الاخطاء المعيارية للمعلمتين $\hat{ب}$ = ١٠٠ ، $\hat{ب}_1$ = ٠٫٧٠ ولما كانت ن أقل من ٣٠ فلا يمكننا استخدام اختبار Z .

وباستخدام اختبار (ت) نجد أنه بالنسبة للمعلمة $\hat{ب}_1$:

$$\hat{ت} = \frac{\hat{ب}_1}{\hat{\sigma}_{(ب_1)}} = \frac{٠٫٧٠}{٠٫٢١} = ٣٫٣$$

والفرض المطلوب اختباره هو ح : $\hat{ب}_1$ = صفر

والفرض البديل هو ح$_1$: $\hat{ب}_1 \neq$ صفر

وقيم ت الحرجه لدرجات حرية = ١٨ هى

$ت_1 = -ت_{٠٫٠٢٥} = -٢٫١٠$

$ت_2 = +ت_{٠٫٠٢٥} = +٢٫١٠$

وحيث أن $\hat{ت} > ت_{٠٫٠٢٥}$ فاننا نرفض فرض العدم وتكون $\hat{ب}_1$ مختلفة عن الصفر .

(٤) فترات الثقة للمعالم

ليس معنى رفضنا لفرض العدم أن تقديراتنا $\hat{ب}_ر$ هى التقديرات الصحيحه لمعالم المجتمع الحقيقية . ولكنه يعنى أن تقديراتنا التى حسبت من عينة مسحوبه من مجتمع معلمته $ب_ر$ تختلف عن الصفر . ولتحديد مدى قرب التقديرمن المعلمه الحقيقية لابد وأن تحدد فترات الثقه لهذه المعلمه ، بمعنى أن نعين فيما حول التقدير حدود نتوقع أن تقع المعلمه الحقيقية فيها بدرجة ثقة معينة . وعندئذ يمكننا القول أنه باحتمال معين فان معلمة المجتمع ستكون فى حدود فترة

الثقة . وباختيارنا الاحتمال مسبقا يكون هو مستوى الثقة ، وهو عــــادة في الاقتصاد القياسي ٩٥ر٠ ، بمعنى أنه في ٩٥٪ من العينات المتكـــررة تقع معلمه المجتمع الحقيقية داخل حدود الثقة المحسوبة من العينـــــــة ، وفي ٥٪ من الحالات تقع معلمه المجتمع خارج حدود الثقة .

وفترة الثقة المأخوذه من توزيع(ت)عند مستوى ثقة ٩٥ر٠ للمعلمه ب عند استخدام عينه صغيرة في التقدير هـــــي :

بَر − ت ٠٢٥ر٠ (ع بَر) < بر < بَر + ت ٠٢٥ر٠ (ع بَر)

أى بر = بَر ± ت ٠٢٥ر٠ (ع بر)

بدرجات حرية (ن ـ ط)

ومعنى فترة ثقة عند مستوى ٩٥٪ ، أن احتمال وقوع القيمـــــة الحقيقية لمعلمة المجتمع في الفترة بَ ± ت ٠٢٥ر٠ بدرجات حرية (ن ـ ط) يســـاوى ٩٥ر٠

مثال : المعادلة التالية لخط انحدار تم تقديره من عينه حجمها ٢٠ :

صَ = ٥ر١٢٨ + ٨٨ر٢ س

(٣٨ر٢) (٨٥ر٠) (ن ـ ط) = ٢٠ ـ ٢ = ١٨

ولما كانت قيمة ت النظرية عند ١٨ درجة حرية هي ١٠ر٢ فان فترة الثقة عند مستوى ٩٥٪ للمعلمتين هي :

ب = ٥ر١٢٨ ± ١٠ر٢ × ٣٨ر٢ = ٥ر١٢٨ ± ٢ر٨٠

ب١ = ٨٨ر٢ ± ١٠ر٢ × ٨٥ر٠ = ٨٨ر٢ ± ٧٩ر١

ومعنى ذلك أن القيمة الحقيقية للثابت ب تقع بين ٣ر٤٨ ، ٧ر٢٠٨ ، وللمعلمه بَ١ بين ٠٩ر١ ، ٦٢ر٤ .

(٥) اهمية الاختبارات الاحصائية للمعنويـــة

ليس هناك اتفاق عام بين الاقتصاد يين القياسيين في تقد ير أي المقياسين الاحصائيين اكثر اهمية : معامل التحديد المرتفـــع أم الخطأ المعيـــاري المنخفض.

وغالبا ما يلجأ الباحث الى حساب النماذج المختلفة بما احتوته من متغيرات مناسبه ، ثم يحاول اختيار اكثرها جوده. وبطبيعـــة الحال سوف لا يكون الاختيار صعبا اذا أشارت النتائج الى معامل تحد يـــد مرتفع واخطاء معيارية منخفضة ، ولكن هذه ليست الحالة الغالبه. ففي كـــثير من التطبيقات نحصل على معامل تحديد مرتفع بينما ترتفع الاخطاء المعياريـــة لبعض المعالم. ويميل بعض الاقتصاد يين القياسيين الى اعطاء اهميه كـــبيرة لمعامل التحد يد ، وقبول تقد يرات المعالم بالرغم من أن بعضها لا يحقـــق معنوية احصائية. ويقترح البعض الآخر أن قبول أو رفض التقد يرات التي يثبـــت عدم معنويتها يجب أن يعتمد على الهدف من النموذج ، فتوافق الغالبيـــة على أن معامل التحديد له اهميته اذا استخدم النموذج للتنبؤ ، علـــى أن تنال الاخطاء المعيارية اهمية اكبر اذا كان الهدف من البحث هـــو تحليل الظاهرة الاقتصادية ، الى جانب الحصول على تقد يرات د قيقـــة للمعالم الاقتصاد يـــة.

ومعامل التحديد المرتفع له ميزته اذا كان مصحوبـــا بتقد يرات معنوية. أما اذا لم يتوافر المعامل المرتفع والاخطاء المنخفضه كـــان لزاما على الباحث أن يكون حريصا في تفسيره وتحليله وقبوله لهذه النتائـــج. ولا شك أن الاولويـــة يجب أن تعطى أولا للمعايير الاقتصاد ية من حيـــث اشارة وقيم المعالم ، وبعد استيفائها نلجأ الى الاختبارات الاحصائية.

ثالثا ـ الانحدار الخطى المتعدد

(١) المعادلات الاساسية

تفترض نظرية الطلب أن الكمية المطلوبة لسلعة ما

(ص) داله فى كل من سعرها ($س_1$) ودخل المستهلك ($س_2$) أى :

$$ص = د \; (س_1 \; ، \; س_2)$$

واذا كانت النظرية الاقتصادية لم تفترض صيغة رياضية معينة لدالة الطلب فسنفترض أن العلاقة بين ص ، $س_1$ ، $س_2$ علاقة خطية فى الصوره

$$ص_ر = ب + ب_1 \, س_{1ر} + ب_2 \, س_{2ر}$$

$$(ر = 1 \; ، \; 2 \; ، \; \ldots \; ، \; ن)$$

ومعنى هذه العلاقة أن جميع التغيرات فى الكمية المطلوبة أنما تشرحها التغيرات فى كل من السعر والدخل فحسب . فاذا كانت هذه الصيغه صحيحه فان بيانا ما عن ص ، $س_1$ ، $س_2$ سوف يحدد نقطة تقع فى الفراغ . ولكن من الملاحظ أن بيانات هذه المتغيرات التى يتم جمعها لتمثل فترة معينة سوف لا تقع جميعها فى الفراغ عند توقيعها بيانيا ، وأنما سيقع بعضها فى الفراغ والبعض الآخر سيقع اعلاه أو اسفله . ويرجع ذلك الى اغفال بعض المتغيرات من المعادلة وغير ذلك من انواع الاخطاء ، وهذا كله يمكن أن يؤخذ فى الاعتبار باضافة المتغير العشوائى (ق) فى المعادلة فتصير بالصوره :

$$ص_ر = ب + ب_1 \, س_{1ر} + ب_2 \, س_{2ر} + ق_ر$$

ومن معلوماتنا السابقة عن قانون الطلب نتوقع أن تكون اشارة المعلمه $\hat{ب}_1$ سالبه ، بينما اشارة المعلمة $\hat{ب}_2$ موجبه بالنسبه للسلع العادية .

ولاستكمال توصيف هذا النموذج البسيط لابد لنا من بعض الفروض الخاصه بالمتغير العشوائي (ق) ، وهى نفس الفروض السابق ذكرهـــــا فى حالة الانحدار البسيط ذو المتغير المفسر الواحد . والفروض هــى :

١ ــ المتغير ق متغير عشوائــى .

٢ ــ الوسط الحسابى للمتغير العشوائى ق يساوى الصفر لكل قيمة مــن قيم $س_ر$ ، أى أن ت ($ق_ر$) = صفر .

٣ ــ تباين $ق_ر$ يساوى ثابت لجميع قيم $س_ر$ ، أى أن ت ($ق_ر^٢$) = $ق\sigma^٢$ = ثابت .

٤ ــ توزيع قيم $ق_ر$ توزيع معتدل .

٥ ــ قيم $ق_ر$ مستقله عن قيم $ق_ط$ أى أن ت ($ق_ر ق_ط$) = صفر ــ ر $\neq$ ط

٦ ــ قيم $ق_ر$ مستقله عن المتغيرات المفسره أى ت ($ق_ر س_{١ر}$) = ت ($ق_ر س_{٢ر}$) = صفر

٧ ــ المتغيرات المفسره مقيسه دون اخطاء .

٨ ــ المتغيرات المفسره ليس بينها ارتباط خطى تام .

٩ ــ اسلوب التجميع المستخدم عند تركيب المتغيرات الاجمالية الوارده فــى الداله اسلوب صحيح .

١٠ ــ العلاقة موضوع البحث مميزه .

١١ ــ النموذج تم توصيفه دون اخطاء باظهار جميع المتغيرات المفسره الهامه به فى الداله ، وصياغتها بالصيغه الرياضية الصحيحة خطيـــه أو غير خطيــــه .

وباستخدام بيانات العينة للمتغيرات ص ، $س_١$ ، $س_٢$ نحصــل على تقديرات للمعالم الحقيقية ب ، $ب_١$ ، $ب_٢$:

$$\hat{ص} = \hat{ب} + \hat{ب}_١ س_{١ر} + \hat{ب}_٢ س_{٢ر}$$

حيث $\hat{ب}$ ، $\hat{ب}_١$ ، $\hat{ب}_٢$ تقديرات للمعالم الحقيقية ب ، $ب_١$ ، $ب_٢$

في علاقة الطلـــــب.

ويمكننا الحصول على هذه التقديرات بجعل مجموع مربعات البواقي نهاية صغـــــرى :

$$\text{مج}\, ق^{٢} = \text{مج}\,(ص_ر - \hat{ص}_ر)$$

$$= \text{مج}\,(ص_ر - \hat{ب} - \hat{ب}_١\, س_{١ر} - \hat{ب}_٢\, س_{٢ر})^{٢}$$

والشرط الاساسي لجعل الطرف الايسر نهاية صغرى هو مساواه التفاضلات الجزئية له بالنسبه الى $\hat{ب}$ ، $\hat{ب}_١$ ، $\hat{ب}_٢$ بالصفر ، ومنها نحصل على المعادلات الاساسية الثلاثة الآتيـــــه :ـ

$$\text{مج}\, ص_ر = ن\, \hat{ب} + \hat{ب}_١\, \text{مج}\, س_{١ر} + \hat{ب}_٢\, \text{مج}\, س_{٢ر}$$

$$\text{مج}\, س_{١ر}\, ص_ر = \hat{ب}\, \text{مج}\, س_{١ر} + \hat{ب}_١\, \text{مج}\, س_{١ر}^{٢} + \hat{ب}_٢\, \text{مج}\, س_{١ر}\, س_{٢ر}$$

$$\text{مج}\, س_{٢ر}\, ص_ر = \hat{ب}\, \text{مج}\, س_{٢ر} + \hat{ب}_١\, \text{مج}\, س_{١ر}\, س_{٢ر} + \hat{ب}_٢\, \text{مج}\, س_{٢ر}^{٢}$$

وبحل هذه المعادلات نحصل على قيم $\hat{ب}$ ، $\hat{ب}_١$ ، $\hat{ب}_٢$

ويمكن الحصول على نفس التقديرات اذا استخدمت انحرافات قيم المتغيرات عن أوساطها الحسابية ، والمعادلات المستخدمه هي :

$$\hat{ب} = \bar{ص} - \hat{ب}_١\, \bar{س}_١ - \hat{ب}_٢\, \bar{س}_٢$$

$$\hat{ب}_١ = \frac{(\text{مج}\, سه_١\, صه)(\text{مج}\, سه_٢^{٢}) - (\text{مج}\, سه_٢\, صه)(\text{مج}\, سه_١\, سه_٢)}{(\text{مج}\, سه_١^{٢})(\text{مج}\, سه_٢^{٢}) - (\text{مج}\, سه_١\, سه_٢)^{٢}}$$

$$\hat{ب}_٢ = \frac{(\text{مج}\, سه_٢\, صه)(\text{مج}\, سه_١^{٢}) - (\text{مج}\, سه_١\, صه)(\text{مج}\, سه_١\, سه_٢)}{(\text{مج}\, سه_١^{٢})(\text{مج}\, سه_٢^{٢}) - (\text{مج}\, سه_١\, سه_٢)^{٢}}$$

(٢) معامل التحديد المتعدد ــ مربع معامل الارتباط المتعدد

اذا كانت المتغيرات المفسره اكثر من متغير كان الارتباط متعددا . ويسمى مربع معامل الارتباط ، معامل التحديد المتعدد ، أو مربع معامل الارتباط المتعدد .

ومعنى $ر^٢_{ص . س_١ س_٢}$ أن التغيرات الكلية في ص تشرحها التغيرات في $س_١$ ، $س_٢$.

ومعادلة هذا المعامل هي :

$$ر^٢_{ص . س_١ س_٢} = \frac{\hat{ب}_١ مج ص س_١ + \hat{ب}_٢ مج ص س_٢}{مج ص^٢}$$

وتتراوح قيمة $ر^٢$ بين الصفر والواحد الصحيح . وكلما ارتفعت قيمة $ر^٢$ كلما كبرت نسبة التغيرات في ص التي تشرحها التغيرات في $س_١$ ، $س_٢$ اى كلما تحسنت جودة توفيق الانحدار لبيانات العينة ، والعكس صحيح .

ويتضح من معادلة $ر^٢$ أن اضافة متغيرات مفسره لمعادلة الانحدار لا تعمل على انخفاض قيمة معامل التحديد المتعدد ، بل غالبا ما ترتفع قيمته ، حيث أن قيمة معالم المتغيرات الاضافية ستكون في أغلب الحالات مختلفة عن الصفر . ففي معادلة $ر^٢$ ستزداد الحدود التي تظهر في البسط بينما يبقى المقام ثابتا ($مج ص^٢$) .

ولتصحيح هذا العيب تعدل $ر^٢$ بحيث تأخذ درجات الحرية في الاعتبار ، تلك الدرجات التي ستنقص باضافة متغيرات جديدة للمعادلة .

وتصير معادلة معامل التحديد المتعدد المعدل هي :

$$\bar{ر}^٢ = ١ - (١ - ر^٢) \frac{ن - ١}{ن - ط}$$

$$\text{أو } \bar{ر}^2 = 1 - \frac{\text{مجـ ق}^2 \,/\, (\text{ن} - \text{ط})}{\text{مجـ ع ر}^2 \,/\, (\text{ن} - 1)}$$

حيث $ر^2$ = معامل التحديد المتعدد غير المعدل

ن = عدد بيانات العينـــة

ط = عدد المعالم المقيسه من العينة

واذا كانت ن كبيرة فان قيم $\bar{ر}^2$ ، $ر^2$ لا تختلف كثيرا عن بعضها البعض.
أما في حالة العينات الصغيرة ، اذا كان عدد المتغيرات المفسره كبيرا بالنسبه لعـــدد البيانات المشاهدة في العينة ، فان $\bar{ر}^2$ تكون أقل بكثير من قيمة $ر^2$ ، وربمـــــا جاءت قيمتها سالبه ، وفي هذه الحاله تفسر $\bar{ر}^2$ بأنها تساوى الصفـر .

(٣) اختبارات المعنوية لتقديرات المعالـــم

أن اختبارات المعنوية التقليدية هي اختبار الخطـــأ المعيارى الذى يناظر اختبار (ت) . ومن المعتاد في التطبيقات القياسية أن يختـــبر الباحثون فرض العدم ، $ح_0$: $ب_ر$ = صفر ، لكل معلمه ، ويقابله الفرض البديـــــل ، $ح_1$: $ب_ر \neq$ صفر . ويتم الاختبار عند مستوى ثقة غالبا ما يكون ٠٫٠٥ .

أ ــ اختبار الخطأ المعيارى

يكتب الخطأ المعيارى عادة أسفل تقدير المعلمه المناظـــــر لمقارنته بالقيمه العددية للتقديـــر .

١ ــ فاذا كانت $ع_{\hat{ب}_ر} > \frac{1}{2} \hat{ب}_ر$ قبلنا فرض العدم ، أى أن تقديرات المعالم ليست معنوية احصائيـــا .

٢ ــ واذا كانت $ع_{\hat{ب}_ر} < \frac{1}{2} \hat{ب}_ر$ رفضنا فرض العدم ، أى أن المعلمه المقيسه معنوية احصائيـــا .

ومعنى ذلك أنه كلما صغر الخطأ المعيارى كلما ثبتت معنوية التقديرات.
ويعتبر هذا الاختبار اختبار تقريبى مبنى على مستوى ثقة ٩٥٪.

ب ـ اختبار (ت)

نحسب قيمة ت لكل معلمه $ب_ر$ من النسبه :

$$\hat{ت} = \frac{\hat{ب}_ر}{ع(\hat{ب}_ر)}$$

وهذه هى قيمة ت المحسوبه التى نقارنها بقيمة ت النظرية الـــوارده فى جداول ت بدرجات حرية (ن ـ ط) أى ن ـ ٣.

١ ـ فاذا كانت $\hat{ت} <$ ت قبلنا فرض العدم ، أى أن $\hat{ب}_ر$ غـــــير معنوية ، بمعنى أن المتغير المفسر المناظر للمعلمه لا يساهـم فى تفسير تغيرات ص.

٢ ـ واذا كانت $\hat{ت} >$ ت ، رفضنا فرض العدم ، أى أن $\hat{ب}_ر$ تكـون معنوية.

ومن الواضح اذن أنه كلما كبرت قيمة $\hat{ت}$ ، كلما قوى الدليل على معنوية $\hat{ب}_ر$.

مثال : فى الجدول التالى بيانات عن الكمية المطلوبة (ص) لسلعـــــة ما وسعرها (س) ودخل المستهلك ($س_٢$). وفق خط الانحدار المستقيم مــــع اختبار جودة التوفيق (بحساب $ر^٢$) وكذلك درجة الأخطاء الاحصائية للتقديرات $\hat{ب}$ ، $\hat{ب}_١$ ، $\hat{ب}_٢$.

ن	ص	س١	س٢	ح ص	ح س١	ح س٢	ح ص^2	ح س١^2	ح س٢^2	ح ص ح س١	ح ص ح س٢	ح س١ ح س٢
١	١٠٠	٥	١٠٠٠	٢٠	-١	٢٠٠	٤٠٠	١	٤٠٠٠٠	-٢٠	٤٠٠٠	-٢٠٠
٢	٧٥	٧	٦٠٠	-٥	١	-٢٠٠	٢٥	١	٤٠٠٠٠	-٥	١٠٠٠	-٢٠٠
٣	٨٠	٦	١٢٠٠	صفر	صفر	٤٠٠	صفر	صفر	١٦٠٠٠٠	صفر	صفر	صفر
٤	٧٠	٦	٥٠٠	-١٠	صفر	-٣٠٠	١٠٠	صفر	٩٠٠٠٠	صفر	٣٠٠٠	صفر
٥	٥٠	٨	٣٠٠	-٣٠	٢	-٥٠٠	٩٠٠	٤	٢٥٠٠٠٠	-٦٠	١٥٠٠٠	-١٠٠٠
٦	٦٥	٧	٤٠٠	-١٥	١	-٤٠٠	٢٢٥	١	١٦٠٠٠٠	-١٥	٦٠٠٠	-٤٠٠
٧	٩٠	٥	١٣٠٠	١٠	-١	٥٠٠	١٠٠	١	٢٥٠٠٠٠	-١٠	٥٠٠٠	-٥٠٠
٨	١٠٠	٤	١١٠٠	٢٠	-٢	٣٠٠	٤٠٠	٤	٩٠٠٠٠	-٤٠	٦٠٠٠	-٦٠٠
٩	١١٠	٣	١٣٠٠	٣٠	-٣	٥٠٠	٩٠٠	٩	٢٥٠٠٠٠	-٩٠	١٥٠٠٠	-١٥٠٠
١٠	٦٠	٩	٣٠٠	-٢٠	٣	-٥٠٠	٤٠٠	٩	٢٥٠٠٠٠	-٦٠	١٠٠٠٠	-١٥٠٠

ن = ١٠ مجـ ص = ٨٠٠ مجـ س١ = ٦٠ مجـ س٢ = ٨٠٠٠

$\overline{ص}$ = ٨٠ $\overline{س١}$ = ٦ $\overline{س٢}$ = ٨٠٠

ح ص = ص − $\overline{ص}$ ح س١ = س١ − $\overline{س١}$ ح س٢ = س٢ − $\overline{س٢}$

مجـ ح ص^2 = ٣٤٥٠ مجـ ح س١^2 = ٣٠ مجـ ح س٢^2 = ١٥٨٠٠٠٠

مجـ ح ص ح س١ = −٣٠٠ مجـ ح ص ح س٢ = ٦٥٠٠٠ مجـ ح س١ ح س٢ = −٥٩٠٠

وتكون $\hat{\text{ب}}_{١} = \dfrac{ـ ٣٠٠ \times ١٥٨٠٠٠٠ ـ ٦٥٠٠٠ \times ـ ٥٩٠٠}{٣٠ \times ١٥٨٠٠٠٠ ـ (ـ ٥٩٠٠)^{٢}}$

$= \dfrac{ـ ٩٠٥٠٠}{١٢٥٩٠} = ـ ٧,١٨٨٢$

$\hat{\text{ب}}_{٢} = \dfrac{٣٠ \times ٦٥٠٠٠ ـ (ـ ٣٠٠ \times ـ ٥٩٠٠)}{٣٠ \times ١٥٨٠٠٠٠ ـ (ـ ٥٩٠٠)^{٢}}$

$= \dfrac{١٨٠}{١٢٥٩٠} = ٠,٠١٤٣$

$\hat{\text{ب}} = \bar{\text{ص}} ـ \hat{\text{ب}}_{١}\ \bar{\text{س}}_{١} ـ \hat{\text{ب}}_{٢}\ \bar{\text{س}}_{٢}$

$= ٨٠ ـ (ـ ٧,١٩ \times ٦) ـ (٠,٠١٤٣ \times ٨٠٠)$

$= ١١١,٦٩$

$\text{ر}^{٢}_{\text{ص. س}_{١}\text{ س}_{٢}} = \dfrac{ـ ٧,١٩ \times ـ ٣٠٠ + (٠,٠١٤٣ \times ٦٥٠٠٠)}{٣٤٥٠}$

$= ٠,٨٩٤$

$\text{ع}(\hat{\text{ب}}_{١}) = ٢,٥٥$ $\text{ع}(\hat{\text{ب}}_{٢}) = ٠,٠١$ $\text{ع}(\hat{\text{ب}}) = ٢٣,٥$

$\hat{\text{ص}} = ١١١,٢ ـ ٧,١٩\ \text{س}_{١} + ٠,٠١٤\ \text{س}_{٢}$

$(٢٣,٥) \quad (٢,٥٥) \quad (٠,٠١)$

$\text{ت} = ٤,٧٥ \quad ـ ٢,٨ \quad ١,٢٨$

$\text{ر}^{٢} = ٠,٨٩٤$

$\text{ت}_{٠,٠٢٥} = ٢,٣٦٥$

ومعنى ذلك أن المتغيرين $س_1$ ، $س_2$ قد فسرا ٩٨٪ من التغيرات الكلية للمتغير ص . وقد ثبتت معنوية ثَ ، ثَ$_1$ وعدم معنوية ثَ$_2$.

رابعا — تعميم لنموذج الانحدار الخطـــــى

تكون معادلة نموذج الانحدار الخطى الذى يحتوى على (ط) من المتغيرات المفسره هـــــى :

$$ص = ب + ب_1 س_1 + ب_2 س_2 + \cdots + ب_ط س_ط + ق$$

ويحتوى ايضا على (ط +١) من المعالم المطلوب تقديرهـــا .
ومن الطبيعى أن المعادلات الاساسية سيكون عددها (ط +١) ، والمجاهيـــل فيها هى المعالم ب ، ب$_1$ ، ب$_2$ ، ... ب$_ط$ ، والحدود المعلومــــة هى مجاميع المربعات ومجاميع حواصل الضرب للمتغيرات فى المعادلة الهيكليــة .
والصورة الاساسية لنموذج الانحدار الخطى تختلف عــــن العلاقة الهيكلية السابقة من حيث عدم وجود المتغير العشوائى وان تقديـــرات المعالم (ثَ) ستحل محل المعالم الهيكلية . وهذه الصوره هـــى :

$$ص = ثَ + ثَ_1 س_1 + \cdots + ثَ_ط س_ط$$

علما بأن هذه الصوره ليست معادلة الانحدار المقدره حيث أن (ص) تظهـــــر بقيم العينة الفعلية وليس قيم الانحدار المقـــدره .
وللحصول على المعادلات الاساسية ، نتبع الاسلوب الآتـــى :
يمكن الحصول على المعادلة الثانيه من هذه المعادلات بضرب الصوره الاساسيـــة السابقة بالمتغير $س_ط$ ، ثم التجميع لجميع مفردات العينة ، أى أن :

$$(1)\quad ص س_ط = ثَ س_ط + ثَ_1 س_1 س_ط + ثَ_2 س_2 س_ط + \cdots + ثَ_ط س_ط^2$$

$$(2)\quad مج ص س_ط = ثَ مج س_ط + ثَ_1 مج س_1 س_ط + ثَ_2 مج س_2 س_ط + \cdots + ثَ_ط مج س_ط^2$$

وتكون معادلة معامل التحديد المتعدد هـــــى :

$$ر^{٢}_{ص.س_{١} ... س_{ط}} = \frac{ث_{١} مجـ ص س_{١} + ث_{٢} مجـ ص س_{٢} + ... + ث_{ط} مجـ ص س_{ط}}{مجـ ص^{٢}}$$

خامســا ـ نموذج الانحدار غير الخطـى

قد يكون افتراضنا خطيه العلاقة بين ص والمتغيرات المفسره $س_{ر}$ افتراض غير صحيح بالنسبه لكثير من العلاقات الاقتصادية ومن الصيغ المعروفـــة للعلاقات الاقتصاديــة غير الخطية صيغه كثيرات الحدود فى السينات كالصوره :

$$ص = ب + ب_{١} س_{١} + ب_{٢} س_{١}^{٢} + ب_{٣} س_{١}^{٣} + ... + ق$$

أو صـيغــه الدوال ذات المرونات الثابتـــه :

$$ص = ب س_{١}^{ب_{١}} س_{٢}^{ب_{٢}} ق$$

حيث $ب_{١}$ = مرونة ص بالنسبه الى $س_{١}$

$ب_{٢}$ = مرونة ص بالنسبة الى $س_{٢}$

ومن الامثله على ذلك فى النظرية التقليدية للتكاليف حيث يعبر عن التكاليف الكلية (ص) بكثيرة حدود من الدرجة الثالثة فى المنتج (س) وصيغتها :

$$ص = ب + ب_{١} س + ب_{٢} س^{٢} + ب_{٣} س^{٣} + ق$$

ويكون متوسط التكاليف الكلية بالصيغـــه :

$$\frac{ص}{س} = \frac{ب}{س} + ب_١ - ب_٢ س + ب_٣ س^٢$$

وكذلك داله الطلب ذات المرونات السعرية والدخليه الثابته يمكن تصويرها بالمعادلة :

$$ك = ب ع^{ب_١} \cdot ى^{ب_٢} \cdot ق$$

حيث ك = الكمية المطلوبة من سلعة ما

ع = سعر السلعة

ى = دخل المستهلك

وتكون $ب_١ = م ع = \frac{\partial ك}{\partial ع} \cdot \frac{ع}{ك}$ = مرونة الطلب السعرية

$ب_٢ = م ى = \frac{\partial ك}{\partial ى} \cdot \frac{ى}{ك}$ = مرونة الطلب الدخليـة

<u>مثـــال :</u>

فيما يلى بيانات سنوية للمنتج من احدى الصناعات والتكاليف الكلية معدلـه باسعار عناصر الانتـــاج .

المشاهدة	التكاليف الكلية (ص)	المنتج (س)	س^2 (بالالف)	س^3 (بالملايين)
١	١٠٠٠٠	١٠٠	١٠	١
٢	٢٨٦٠٠	٣٠٠	٩٠	٢٧
٣	١٩٥٠٠	٢٠٠	٤٠	٨
٤	٣٢٩٠٠	٤٠٠	١٦٠	٦٤
٥	٥٢٤٠٠	٦٠٠	٣٦٠	٢١٦
٦	٤٢٤٠٠	٥٠٠	٢٥٠	١٢٥
٧	٦٢٩٠٠	٧٠٠	٤٩٠	٣٤٣
٨	٨٦٣٠٠	٩٠٠	٨١٠	٧٢٩
٩	٧٤١٠٠	٨٠٠	٦٤٠	٥١٢
١٠	١٠٠٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠
١١	١٣٣٩٠٠	١٢٠٠	١٤٤٠	١٧٢٨
١٢	١١٥٧٠٠	١١٠٠	١٢١٠	١٣٣١
١٣	١٥٤٨٠٠	١٣٠٠	١٦٩٠	٢١٩٧
١٤	١٧٨٧٠٠	١٤٠٠	١٩٦٠	٢٧٤٤
١٥	٢٠٣١٠٠	١٥٠٠	٢٢٥٠	٣٣٧٥

وبفرض أن دالة التكاليف كثيرة حدود من الدرجة الثالثة بالصورة :

ص = ب + ب$_1$ س + ب$_2$ س^2 + ب$_3$ س^3 + ق

وبحساب كل من س^2 ، س^3 ، وباستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية نحصل على النتائج الآتيـــة :

$\hat{}$ص = $\hat{}$ب + $\hat{}$ب$_1$ س + $\hat{}$ب$_2$ س^2 + $\hat{}$ب$_3$ س^3

= ٢٤٣٤ + ٢,٨٥ س − ٠,٠٣ س^2 + ٠,٠٠٠٤ س^3

(١٣٦٨) (٢,١٧) (٠,٠١) (٠,٠٠٠٠)

ر^2 = ٠,٩٩٩

الفصل الخامس

بعض مشاكل القياس

أولا - الارتباط الذاتى للبواقى Autocorrelation

(١) تعريف معنى الاستقلال السلسلى

من بين فروض طريقة المربعات الصغرى العادية استقلال المتغير العشوائى (ق) زمنيا ، بمعنى استقلال قيمة ق فى فترة زمنية ما عن قيمتها فى فترة زمنية سابقة ، أى أن تغاير $ق_ر$ ، $ق_ط$ يساوى الصفر

$$تغاير (ق_ر \; ق_ط) = ت\{[ق_ر - ت (ق_ر)][ق_ط - ت (ق_ط)]\}$$

$$= ت (ق_ر \; ق_ط) = ت (ق_ر) \; ت (ق_ط) = صفر$$

$$ر \neq ط$$

حيث أنه حسب أحد الفروض الاخرى للمربعات الصغرى

$$أن \; ت (ق_ر) = ت (ق_ط) = صفر$$

واذا لم يتحقق شرط الاستقلال أى اذا ارتبطت قيمة (ق) فى فترة معينة بالقيمة أو القيم السابقة لها ، فمعنى ذلك وجود الارتباط الذاتى autocorrelation أو الارتباط السلسلى Serial Correlation للمتغير العشوائى .

والارتباط الذاتى حالة خاصة من الارتباط ، اذ يقيس لنا درجة العلاقة بين القيم المتتالية لنفس المتغير ، وليس بين متغيرين مختلفين أو اكثر .

وسنتعرض هنا الى الحالة البسيطة ، حالة العلاقة الخطية بين أى قيمتين متتاليتين من قيم ق .

$$ق_و = \rho \, ق_{و-١} + ى_و$$

وتعرف هذه العلاقة بأنها انحدار ذاتى autoregressive من الدرجة الأولى ، وسنبدأ التحليل بصيغة العلاقة البسيطة بين المتغيرات العشوائية ، وبمعنى آخر سنبدأ بمعامل الارتباط الذاتى البسيط $\rho_{ق_و \, ق_{و-١}}$ كحالة خاصة لمعامل الارتباط البسيط $\rho_{س ص}$. والمعاملان يتشابهان من حيث أن كليهما لا يناسب العلاقات غير الخطية ، وأن $\rho_{ق_و \, ق_{و-١}}$ لا يكون مناسبا ايضا اذا ما كانت العلاقة بين قيم يمثلها انحدار ذاتى بدرجة أعلى من الاولى .

والطريقة المستخدمة فى بحوث الاقتصاد القياسى التطبيقى للتعرف على وجود الارتباط الذاتى هى توقيع نقط بواقى الانحدار (ى) مع الزمن . فاذا اخذت هذه البواقى شكلا منتظما كالاسنان أو كالدورات أكد ذلك وجود الارتباط الذاتى لبواقى الداله .

وتتحدد اشارة معامل الارتباط الذاتى حسب تغير اشارة قيم البواقى ، فاذا تغيرت اشارة القيم المتتالية باستمرار فيأخذ المنحنى التاريخى شكل الاسنان كان الارتباط سالبا ، والعكس اذا حدث التغير بأن يتلو عدد من القيم الموجبة عددا آخرا من القيم السالبة ، كان الارتباط موجبا .

ويقاس الارتباط الذاتى الخطى من الدرجة الاولى بمعامل الارتباط الذاتى :

$$ر_{ق_و \, ، \, ق_{و-١}} = \frac{مج \, قَ_و \, قَ_{و-١}}{\sqrt{مج \, قَ^٢_و \quad مج \, قَ^٢_{و-١}}}$$

ومن ناحية أخرى فان معامل الارتباط الذاتي $\rho_{ق_و \, ق_{و-1}}$ تمثله المعادلة التاليـة :

$$\rho_{ق_و \, ق_{و-1}} = \frac{مجـ \, ق_و \, ق_{و-1}}{\sqrt{مجـ \, ق_و^2 \;\; مجـ \, ق_{و-1}^2}}$$

ولما كانت مجـ $ق_و^2$ تقترب من مجـ $ق_{و-1}^2$ في حالة العينات الكبيرة فان :

$$\rho \approx \frac{مجـ \, ق_و \, ق_{و-1}}{\sqrt{(مجـ \, ق_{و-1}^2)^2}} = \frac{مجـ \, ق_و \, ق_{و-1}}{مجـ \, ق_{و-1}^2}$$

ومن ذلك يتضح أن ρ تقترب من $\hat{أ}_1$ ولذا فان نموذج الانحدار الذاتي البسيط غالبا ما يعبر عنه بالمعادلة :

$$ق_و = \rho \, ق_{و-1} + ك_و$$

ومن الواضح أنه اذا كانت ρ = صفر فان $ق_و = ك_و$ بمعنى أن $ق_و$ غير مرتبطة ذاتيا مادامت $ك_و$ غير مرتبطة ذاتيا حسب الفرض السابق .

(٢) مصادر الارتباط الذاتي :

يمكن ملاحظة الارتباط الذاتي بين قيم المتغير العشوائي ق لعدة أسباب تتلخص في الآتي :

أ ــ أغفال بعض المتغيرات المفسرة .

من المعروف أن أغلب المتغيرات الاقتصادية يرجح وجود الارتباط الذاتي بينها . فاذا أغفلنا أحد هذه المتغيرات فمن البديهي أن أثـره سينعكس في قيمة المتغير العشوائي ق الذي سترتبط قيمه ذاتيا . ومن ناحيـة

أخرى اذا شمل هذا الحذف العديد من المتغيرات المفسره (س ر) المرتبطه ذاتيا فانه من المحتمل عدم وجود ارتباط ذاتي بين البواقي ، حيث أن الارتباط الذاتي بين المتغيرات المحذوفه قد يكون بالشكل الذى يعوض بعضه البعض.

ب ـ الصياغة الرياضية الخاطئه للنموذج .

اذا كانت الصيغه الرياضية للنموذج مخالفة للصيغة الحقيقية للعلاقة ، فان الارتباط السلسلي سيكون موجودا بين المتغيرات العشوائية ق . والمثال على ذلك اختيارنا الصيغه الخطية بينما تكون العلاقة الحقيقية بين ص ، س ر بها المنحنى .

جـ ـ استخدام الاستكمال بالنسبه لبعض البيانات الاحصائية.

تتضمن أغلب السلاسل الزمنية المنشوره بعض البيانات التي تم استكمالها والحصول عليها بتمهيد منحنياتها ، الامر الذى يعنى حصولنا على متوسط للمتغيرات العشوائية الحقيقية خلال الفترات الزمنية المتعاقبه . ونتيجة لذلك ترتبط القيم المتعاقبه للمتغير العشوائي ق ببعضها البعض ومن ثم يظهر الارتباط الذاتي بينهما .

د ـ عدم توصيف المتغير العشوائي توصيفا دقيقا .

أن العوامل العشوائية الصرفه كالحروب والعواصف والاضرابات تمتد آثارها الى أكثر من فترة زمنية واحده . فعلى سبيل المثال ما يخفيه الاضراب من آثار ضاره على الانتاج تستمر لفترات مستقبله . وكذلك ما تعكسه الظروف الجوية الشاذه على الانتاج الزراعي من انخفاض واضح في المحصول ، مما يؤثر على كثير من المتغيرات الاقتصادية الأخرى لفترات زمنية قادمه . ومثل هذه الحالات ستؤدى الى ارتباط قيم المتغير العشوائي سلسليا ، ولذا فان افتراضنا بأن ت (ق ر ق ط) = صفر يدل على توصيف خاطئ للنمط الحقيقي لقيم المتغير العشوائي ق.

ونود أن نلفت النظر الى أن الحل الذى سنطبقه لتصحيح الارتبـــاط المتسلسل فى كل حالة من حالات التطبيق القياسى انما يتوقف على مصدر هـــذا الارتبـــاط.

ونخلص من ذلك أن فرض الاستقلال الزمنى لقيم المتغير العشوائـــى (ق) لا يتحقق ، اخذا فى الاعتبار أنه لا يظهر من المتغيرات المفسره فى الداله سوى ثلاثة أو اربعة متغيرات هامه ، ولذا فمن الطبيعى أن المتغيرات المحذوفه ستكون سببا فى الارتباط الذاتى ، وعلى الاخص فى حالة استخدامنا السلاســل الزمنية ، حيث أنه من المؤكد أن بعض المتغيرات المحذوفه ستكون مرتبطـــة تسلسليا مادمنا نجد فى الحياه الاقتصادية أن قيمة أى متغير فى نقطة زمنيـــة معينة انما تتحدد جزئيا بقيمة هذا المتغير فى فترة أو فترات سابقة. فالنــاتـــج فى الفترة (و) يتوقف على الناتج فى الفترة (و-١) ، والدخل الجارى يتوقـــف على مستويات الدخل السابقه ، وقرارات الاستثمار تتوقف على مستويات الاستثمـــار الماضيـــه.

كما أن طرق جمع البيانات وأساليب تبويبها تتسبب فى الارتبـــاط المتسلسل لكثير من السلاسل الزمنية التجميعيـــة.

واخيرا استمرار أثر العوامل العشوائية لفترات زمنية تاليه يؤدى الى وجود الارتباط الذاتـــى.

(٣) تحليل مشكلة الارتباط الذاتـــى

سنقتصر هنا على النموذج البسيط الذى سبق أن اشرنا اليـــه وهو اكثر النماذج استخداما فى البحوث التطبيقيـــة $ق_{و} = \rho ق_{و-1} + ى_{و}$ ، حيـــث $|\rho| < 1$. أن نمط الارتباط الذاتى لجميع قيم ق هـــو:

$$ق_{و} = د(ق_{و-1}) = \rho ق_{و-1} + ى_{و}$$

$$ق_{و-1} = د(ق_{و-2}) = \rho ق_{و-2} + ى_{و-1}$$

ρ = معامل علاقة الارتباط الذاتى ويساوى تقريبا معامل الارتباط الذاتى البسيط.

ى = متغير عشوائى بخصائصه المعروفـــه.

$$ق_{و-٢} = د\,(ق_{و-٣}) = \rho\, ق_{و-٣} + ى_{و-٢}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$ق_{و-ط} = د\,(ق_{و-(ط+١)}) = \rho\, ق_{و-(ط+١)} + ى_{و-ط}$$

ولتعريف المتغير العشوائي في فترة زمنية معينة (و) ، نبدأ من علاقة الارتباط الذاتي في الفترة (و) وهـــى :

$$ق_{و} = \rho\, ق_{و-١} + ى_{و}$$

ثم بالتعويض المستمر لقيم ق ذات فترات الابطاء :

فبالتعويض بقيمة $ق_{و-١}$ في العلاقة السابقة نحصل على

$$ق_{و} = \rho\,[\rho\, ق_{و-٢} + ى_{و-١}] + ى_{و}$$

$$= \rho^{٢}\, ق_{و-٢} + (\rho\, ى_{و-١} + ى_{و})$$

وبالتعويض بقيمة $ق_{و-٢}$ في العلاقة السابقة نحصل علـــى

$$ق_{و} = \rho^{٢}\,[\rho\, ق_{و-٣} + ى_{و-٢}] + (\rho\, ى_{و-١} + ى_{و})$$

$$= \rho^{٣}\, ق_{و-٣} + (\rho^{٢}\, ى_{و-٢} + \rho\, ى_{و-١} + ى_{و})$$

وهكذا لفترات زمنية كثيرة نجد أن :

$$ق_{و} = ى_{و} + \rho\, ى_{و-١} + \rho^{٢}\, ى_{و-٢} + \rho^{٣}\, ى_{و-٣} + \cdots$$

(علما بأنه اذا زاد أس ρ الى مالا نهاية فان الحد $\rho^{ط}\, ق_{و-ط}$ سيؤول الى الصفر حيث أن $(\,|\rho| < ١\,)$).

ومعنى ذلك أن $\text{ق}_{\text{و}} = \sum_{\text{ط}=\cdot}^{\infty} \rho^{\text{ط}}\, \text{ك}_{\text{و}-\text{ط}}$

وهذه هى قيمة المتغير العشوائى عندما يكون مرتبطا ذاتيا بعلاقة انحدار ذاتى من الدرجة الاولى ، وخصائص هذا المتغير هـى :

$$\text{ت}(\text{ق}_{\text{و}}) = \text{صفر} \qquad (\text{و} = ١ ، ٢ ، \ldots ، \text{ن})$$

$$\text{تباين}(\text{ق}_{\text{و}}) = \sigma_{\text{ك}}^{2} \frac{١}{١ - \rho^{2}} = \sigma_{\text{ق}}^{2}$$

$$\text{تغاير}(\text{ق}_{\text{و}} \quad \text{ق}_{\text{و}+\text{ل}}) = \rho^{\text{ل}} \times \sigma_{\text{ق}}^{2} \neq \text{صفر} \qquad (\text{ل} \neq \text{و})$$

حيث ك = متغير عشوائى ، ρ = معامل الارتباط الذاتى فى علاقة الانحدار الذاتى من الدرجة الاولى وهى : $\text{ق}_{\text{و}} = \rho\, \text{ق}_{\text{و}-١} + \text{ك}_{\text{و}}$

ومن هذه الخصائص يمكننا الوصول الى النتائج التى ستترتب على وجود الارتباط الذاتـــى .

(٤) نتائج الارتباط الذاتــــى .

أن وجود الارتباط السلسلى فى المتغير العشوائى يؤثر فى قيم المعالم المقدره واخطائها المعيارية ، ويتضح ذلك فى الحقائق التاليـــة :

أ ــ أن قيم المعالم المقدره بطريقة المربعات الصغرى العادية تكـــون غير متحيزه احصائيا ، بمعنى أن قيمها المتوقعه تساوى القيمـــة الحقيقية ، بصرف النظر عما اذا كانت الاخطاء العشوائية مرتبطـــة سلسليا .

ب ــ أن قيم المعالم تكون غير صحيحه ، حتى وأن كانت تقديراتهـــا غير متحيزه ، اذ تتضمن قيمة المعلمه خطأ الارتباط الذاتـــى

الذى يتوقف على شكل الارتباط الذاتى بدرجته .

والمثال التالى يوضح وجود خطأ الارتباط الذاتى :

من المعروف أن العلاقة بين الدخل (س) والاستهلاك (ص) علاقة

موجبه ، ولكن الى جانب هذه العلاقة فان الاستهلاك يتأثر بقيمة الدخل فى الفترة السابقه : اذا زاد الدخل من فترة الى فترة تاليه زاد الاستهلاك بأقل من القيمة المتوقعه من خط الانحدار البسيط صَ = بَ + بَ١ س الذى يوضح متوسط العلاقة الموجبه بين ص ، س . وبالمثل اذا انخفض الدخل فى فترة ما فان الاستهلاك ربما استمر فى الزيادة ، أو بقى ثابتا كما هو فى الفترة (و ـ ١) ، أو ربما انخفض ولكن بدرجة أقل مما يشير به خط الانحدار المستقيم ، حيث أن الاستهلاك مازال متأثرا بالمستوى المرتفع للدخل السابق . ويمكننا استبعاد الارتباط الذاتى من هذه الداله اذا اضيف متغير الدخل بفترة ابطاء (س و ـ ١) كمتغير مفسر قائم بذاته ، اذ أن حذفه [illegible] ارتباط البواقى ذاتيا ، [illegible] حطأ فى تقدير الميل الحدى للاستهلاك . وان كان البعض يقول أن الخطأ فى ب١ هو خطأ التوصيف حيث أنه راجع الى حذف س و ـ ١ . ولكن الحقيقة التى لاتزال قائمه هى أن (ق) ستكون مرتبطة ذاتيا ، وأن قيمة ب١ غير صحيحه .

حـ ـ أن تباين الخطأ العشوائى يكون أقل من حقيقته بشكل ملحوظ اذا كانت قيم ق مرتبطة ذاتيا ، الامر الذى يكون ملحوظا بدرجة أكبر فى حالة الارتباط الذاتى الموجب ، وفيها تكون قيم (قَ) أقل بكثير من قيم ق ، [illegible] أن قيم قَ تكون اقرب الى خط الانحدار من قيم ق الى الخط الحقيقى ، ولذا فان تقدير [illegible] يكون أقل بكثير من الحقيقة . أما فى حالة الارتباط الذاتى السالب حيث تتوالى تبادليا قيم قَ الموجبه ثم السالبه ، وكذا قيم ق ، فان [illegible] يكون أقرب الى الحقيقة .

د — أن تباين المعالم المقدره بطريقة المربعات الصغرى العاديـــة يكون أقل من حقيقته مع وجود الارتباط الذاتي للبواقي . ومعـــنى ذلك أن درجة المأمونية في التقدير ، مع التباين المنخفض ، ستكـــون أكبر من الحقيقـــــة .

هـ — أن القيم المتنبأ بها على اساس تقديرات المربعات الصغرى العادية لا تكون بالكفاءه الواجبه نظرا لكبر تبايتها اذا ما قورنت بنظيراتها المتحصل عليها من طرق التقدير الاخرى ، وذلك في حالـــــــــة ارتباط قيم البواقي ذاتيـــــا .

(٥) اختبارات الارتباط الذاتـــــي

تنحصر الاختبارات التقليدية الدقيقة المستخدمه للتعرف علـــــى وجود الارتباط الذاتي في : أ — نسبة فون نيومان ، ب — اختبار دربن — واطسن .

أ — نسبة فون نيومان Von Neumann Ratio

$$\frac{\delta^2}{S^2} = \frac{\sum_{و=2}^{ن} (س_و - س_{و-1})^2 \;/\; (ن-1)}{\sum (س_و - \bar{س})^2 \;/\; ن}$$

هذه هي النسبه بين تباين الفروق الاولى للمتغير س ، تباين س .

وتطبق نسبه نيومان على قيم السلاسل المشاهدة وعلى المتغيرات العشوائيـــة ، أي المتغيرات التي لا تكون قيمها المتعاقبه مرتبطه ذاتيا . وفي حالة المتغـــير العشوائي ق ، أن قيمة ليست مشاهده وأنما مقدره من بواقي المربعات الصغرى العادية ($\hat{ق}$) . وللعينات الكبيرة ن > ٣٠ تكون نسبه نيومان هـــــي

$$\frac{\delta^2}{S_{ق}^2} = \frac{\sum_{و=2}^{ن} (\hat{ق}_و - \hat{ق}_{و-1})^2 \;/\; ن-1}{\sum_{و=1}^{ن} (\hat{ق}_و - \bar{\hat{ق}})^2 \;/\; ن}$$

ويمكن تطبيقه بالتقريب علما بأن $\bar{ق}$ = صفر • ولكن ما يعاب على هـــذا التطبيق أن قيم بواقي المربعات الصغرى العادية ($\hat{ق}$) ليست موزعه توزيعـــا مستقلا حتى وأن كانت قيم المجتمع (ق) موزعه توزيعا مستقلا • ولذا فان هـــذا الاختبار لا يستخدم لاختبار الارتباط الذاتي لقيم ق وخاصه في حالة العينـــات الصغيرة ن < ٣٠ •

ب — اختبار دربن — واطسن Durbin-Watson Test

اقترح دربن وواطسن اختبارا يكون تطبيقـــه في حالة العينات الصغيرة وأن كان لا يناسب سوى الانحدار الذاتي من الدرجـــة الاولى أي ($ق_و = \rho\, ق_{و-١} + ى_و$) • ويتلخص الاختبار في الآتـــي :

أن فرض العدم $ح_٠ = \rho =$ صفر ، أي أن البواقي غـــير مرتبطة ذاتيا ، مقابل الفرض البديل $ح_١ = \rho \neq$ صفر ، أي أن البواقي مرتبطـة ذاتيا •

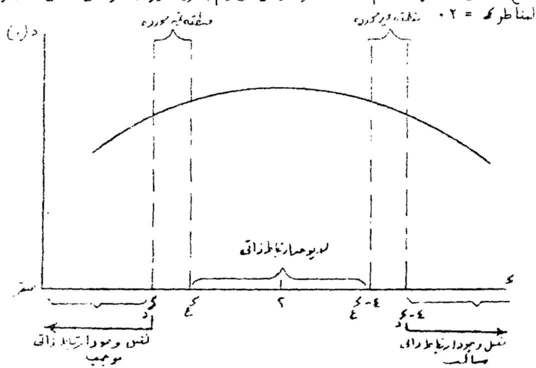
ولاختبار فرض العدم نحسب المعلمة :

$$ى^* = \frac{\sum_{و=٢}^{ن} (\hat{ق}_و - \hat{ق}_{و-١})^٢}{\sum_{و=١}^{ن} \hat{ق}_و^٢}$$

ثم نقارن قيمة $ى^*$ المعلمه المحسوبه من العينة بالقيمة النظرية ($ى$) عند درجات حرية ن — ط (حيث ط = العدد الكلي للمعالم) • والقيمة النظرية ($ى$) هي القيمة التي يمكن افتراضها اذا كان فرض العدم صحيحا ، أي حالة عدم وجود الارتبـاط الذاتي • ولما كان توزيع ($ى$) غير معلوم فقد اقترح دربن وواطسن أن هذا التوزيـــع يقع بين توزيعين : توزيع $ى_د$ به قيم الحد الدنيا للمعلمه $ى$ وتوزيع $ى_ع$ به القيـــم العليا لها • وقد ظهرت القيم العليا والدنيا في جداول لدرجات حرية (ن — ط) عند مستوى ثقة ٠٥ر ، ٠١ر •

ـ اذا كان $\hat{\rho}$ = ـ١ كانت كد = ٤ وكان الارتباط الذاتى تام سالب•
فاذا كانت ٢ ‹ كد ‹ ٤ كانت هناك درجة من الارتباط الذاتـــــــى السالب الذى تزيد درجته كلما زادت قيمة كد •

والرسم البيانى التالى يوضح المناطق الحرجه فى اختبار دربن ـ واطسن، الذى يتضح منه أن اختبار العدم (ρ = صفر) يمكن أن يتم بطريقة غير مباشره من خلال اختبار الفرض المناظر كد = ٢ •



وتتلخص العيوب التى تؤخذ على اختبار دربن واطسن فى الآتـى :

(أ) أن المعلمه كد ليست بالمقياس المناسب لقياس الارتباط الذاتى اذا كان بين المتغيرات المفسره قيم ذات فترة تأخـــــــير لمتغيرات داخليـــــة•

(ب) عدم امكانية تحديد وجود أو عدم وجود ارتباط ذاتـــى اذا كانت قيمة كد المحسوبة واقعه بين كد ، كع عند اختبـــــار الارتباط الذاتى الموجب•

وازاء هذه العيوب ، وامام مشاكل الحساب المكلف للصيغ الأخرى الاكثر تعقيدا ، فضل كثير من الاقتصاديين القياسيين تعديل اختبار ديربن واطسن ليمير بالصيغة الآتيـة ، ويعاب على التعديل ايضا عدم دقته لتأثيره على مستويات المعنوية في الاختبار الاصلي .

نرفض فرض العدم (ح : ρ = صفر) اذا كانت $d^* < d_u$

نقبل فرض العدم اذا كانت $d^* > d_u$

ومعنى ذلك أن منطقة الرفض تتضمن قيم $d < d_L$ وكذلك قيم $d_L < d < d_u$.

وهى القيم التي لم يحدد وجود الارتباط عندها من عدمه في الاختبار بصيغته الاصليه .

(حـ) أن الاختبار لا يناسب الا الصيغه البسيطه ، فلا يناسب الدرجات الأعلى للارتباط المسلسلي أو الصيغ الأخرى كالصيغ غير الخطيه .

(٦) معالجة الارتباط الذاتي

تتوقف طريقة المعالجه المقترحه في كل حاله على مصدر الارتباط الذاتي .

فاذا كان المصدر هو أغفال بعض المتغيرات كان من الضروري اضافة هذه المتغيرات الى مجموعة المتغيرات المفسره ، وبالمثل اذا كان المصدر هو التوصيف الخاطئ باستخدام الصيغه الرياضية غير المناسبه كان لزاما أن نلجأ الى الصيغه الصحيحه .

أن أنسب الطرق في حالة وجود الارتباط الذاتي أن نعمل على تحويل البيانات الاصليه الى الصوره التي تمكننا من الحصول على نموذج يكون المتغير العشوائي فيه خاضع لفروض طريقة المربعات الصغرى . وبالتالي يمكن استخدام هذه الطريقة في تقدير المعالم .

بعد اختبار وجود الارتباط الذاتي يكون أنسب طرق التصحيح هى الحصول على تقدير ρ ، ثم تطبيق الطريقة العادية للمربعات الصغرى على مجموعة البيانات المحوله . ويتوقف تحويل البيانات الاصليه على نمط الانحدار الذاتي .

وسنقتصر هنا على حالة الارتباط الذاتي من الدرجة الاولى حيث

$$u_t = \rho\, u_{t-1} + v_t$$

ويكون أنسب تحويل للبيانات هو أن نطرح من المشاهدات الاصليه فى كل نقطه زمنية حاصل ضرب ρ̂ فى قيمة المتغيرات فى الفترة السابقه . ثم نستخدم طريقة المربعات الصغرى العادية لتقدير معالم المعادلة المحوله :

ص*و = ب + ب١ س*١ + ب٢ س*٢ + ... + بط س*ط + ق*و

حيث ص*و = صو − ρ̂ صو−١

س*ن و = سن و − ρ̂ سن (و−١)

ن = ١ ، ٢ ، ... ، ط

ق*و = قو − ρ قو−١ = كو

علما بأن عدد المشاهدات المحوله الداخله فى التقدير سيكون ن−١ وأن المتغير العشوائى كو من التعريف السابق هو متغير عشوائى غير مرتبط ذاتيا .

(٧) طرق تقدير المعالم فى حالة الارتباط الذاتى

أ − طريقة المعلومات القبليه عن ρ

أن الفرض الغالب لقيمة ρ فى كثير من البحوث التطبيقيـــــة هو الواحد الصحيح، وبذلك يكون التحويل المناسب هو الحصـــول على الفروق الاولـــى للبيانات الاصليه ثم استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية فى تقدير معالـــم المعادلة المحوله .

صو − صو−١ = ب١ (سو − سو−١) + كو

حيث كو = قو − قو−١

ويمكنا الوصول الى ذلك من المعادلة الاصليــــة :

صو = ب + ب١ سو + قو

حيث $ق_و = \rho$ $ق_{و-1} + ى_و$

، $ى_و$ لها خصائص المتغير العشوائى

وبفرض أن $\rho = 1$

تكون $ق_و = ق_{و-1} + ى_و$

أو $ق_و - ق_{و-1} = ى_و$

وبالحصول على المعادلة الاصليه فى فترة سابقه ثم ضربها فى ρ فان :

$$\rho ص_{و-1} = \rho ب + ب_1 \rho س_{و-1} + \rho ق_{و-1}$$

أو $ص_{و-1} = ب + ب_1 س_{و-1} + ق_{و-1}$ حيث $\rho = 1$

وبطرح هذه المعادلة من المعادلة الاصليـــه فان :

$$(ص_و - ص_{و-1}) = ب_1 (س_و - س_{و-1}) + (ق_و - ق_{و-1})$$

حيث $ق_و - ق_{و-1} = ى_و$ وهو مستقل سلسليا حسب الفرض .

ومن الملاحظ عند حساب الداله أن الثابت قد حذف منها ، والا فان الثابت الذى يظهر فى الداله أنما يعنى أن الزمن . يظهر ضمنيا فيها كمتغير مفسر . وبطبيعة الحال فليس هناك خطأ من اضافة الزمن الى الداله . فالزمن يعنى أن المتغير التابع آخذ فى النمو . ولا شك أنه اذا تحقق هذا الفرض بالنسبه للظاهرة موضـــوع الدراسة فان طريقة الفروق الاولى تكون هى أنسب الطرق المستخدمه .

ومن الواضح أنه اذا كانت $\rho = 1$ ، وأخذت الفروق الاولى للمتغـيرات، أدى ذلك الى تسهيل كبير فى العمليات الحسابية . ولعل هذا هو سبب تفضيـــــل كثير من الباحثين لطريقة الفروق الاولى أينما وجد الارتباط الذاتى فى المعادلـــة الاصليه . هذا وأن كانت قيمة ρ تقع فى الحقيقة بين الصفر والواحد الصحيح . ولا يفوتنـا أن الفرض بأن $\rho = 1$ يختلف تماما مع أحد فروض نموذج الانحدار الخطى أن ρ = صفر .

مثال : قيمت داله الطلب على اللحوم خلال السنوات ١٩٢٢ـ١٩٤١ حيث

س$_1$ = سعر التجزئه ، س$_2$ = استهلاك الفرد ، س$_3$ = دخل الفـرد .

وباستخدام البيانات الاصليه كانت الداله هـــــى :

س$_1$ = ٢٢٫٨٧٣٠ — ٠٫٣٨٢٦٥ س$_2$ + ٠٫٠٤٩٥١٤ س$_3$
(٥٫٨٠٣٧) (٠٫٠٨٥٧٧) (٠٫٠٠٦٠٢٤)

وعندما قيمت الداله باستخدام الفروق الاولى لبيانات المتغيرات حيث

س$_4$ = Δ س$_1$ ، س$_5$ = Δ س$_2$ ، س$_6$ = Δ س$_3$

أمكن الحصول على المعادلة الآتيــــه :

$\hat{}$س$_4$ = ٠٫٣٨٣٥ — ٠٫٤٨٩٩ س$_5$ + ٠٫٠٤١٧٢ س$_6$
(٠٫٢٠٥٤) (٠٫٠٣٤٤) (٠٫٠٠٣٣٩)

والجدول التالى يبين بيانات كل من ق١٢٠٣ ، ف٤٥٠٦

السنة	ق١٢٠٣	ف٤٥٠٦	السنة	ق١٢٠٣	ف٤٥٠٦
١٩٢٢	٢٫٣	—	١٩٣٢	٠٫٥	−١٫٤
٢٣	٠٫٣	−٠٫١	٣٣	−٠٫٤	−٠٫٨
٢٤	٠٫٥	٠٫٥	٣٤	−٠٫٣	٠٫١
٢٥	٢٫٣	١٫٦	٣٥	٠٫٣	−٠٫٢
٢٦	٢٫٧	٠٫٦	٣٦	−٠٫٥	٠٫٧
٢٧	٢٫٣	٠٫٣	٣٧	−١٫١	٠٫١
٢٨	١٫٤	−٠٫١	٣٨	−١٫٢	٠٫٢
٢٩	٠٫٣	−٠٫٧	٣٩	−٢٫٦	−٠٫١
٣٠	٢٫٠	١٫٢	٤٠	−٠٫٤	٠٫٢
١٩٣١	١٫٥	−٠٫٦	١٩٤١	−٥٫٦	−١٫٨

وقد استخدمت المعادلة التاليه $\text{ف} = \dfrac{\text{مجـ} (\text{قَ}_{و} - \text{قَ}_{و-1})^{2} / \text{ن} - 1}{\text{مجـ قَ}_{و}^{2} / \text{ن}}$

حساب نسبه نيومان وكانت قيمتها في الحالة الاولى ٢٧٦٤٦٤ر٠ ، وفي الحالة الثانية ١٧٣٩٥ر١ .

وبالرجوع الى جدول القيم النظرية للنسبه عند مستوى ٠٥ر٠ ، ودرجات حرية ١٧ في الحالة الاولى ، ١٦ في الحالة الثانية ، نجد أن قيمة النسبه المحسوبه أولا كانت أقل من القيمة الحرجة ٣٢٥٣ر١ ، مما يدل على وجود ارتباط ذاتي موجب . أما في الحالة الثانية ، التي استخدمت فيها الفروق الاولى ، فنجد أن النسبه المحسوبة تقع بين القيمتين الحرجتين ٣٠٩٠ر١ ، ١٥٧٧ر٢ مما يدل على عدم وجود ارتباط ذاتي .

ب ـ طريقة دربن لتقدير ρ

أقترح دربن الطريقة التاليه لتقدير ρ ، وهى الطريقة التي تتم في خطوتين ويمكن تطبيقها لاى درجة من الانحدار الذاتي .

اذا فرضنا أن المعادلة الاصليه هي :

$$\text{ص}_{و} = \text{ب} + \text{ب}_{1}\,\text{س}_{1} + \text{ب}_{2}\,\text{س}_{2} + \cdots + \text{ب}_{ط}\,\text{س}_{ط} + \text{ق}_{و}$$

حيث $\text{ق}_{و} = \text{د}\,(\text{ق}_{و-1} ، \text{ق}_{و-2} ، \ldots)$.

وللتبسيط سنحمل $\text{ق}_{و} = \rho\,\text{ق}_{و-1} + \text{ك}_{و}$

الخطوه الاولى : سنبدأ من النموذج المعدل :

$$(\text{ص}_{و} - \rho\,\text{ص}_{و-1}) = \text{ب}\,(1 - \rho) + \text{ب}_{1}\,(\text{س}_{و} - \rho\,\text{س}_{1(و-1)})$$

$$+ \cdots + \text{ب}_{ط}\,(\text{س}_{ط و} - \rho\,\text{س}_{ط(و-1)}) + (\text{ق}_{و} - \rho\,\text{ق}_{و-1})$$

ويمكن اعادة كتابة المعادله السابقه كالاتـــــى :

$$ص_و = ب (١ - م) + م ص_{و-١} + ب_١ س_{١و} - ب_١ م س_{١(و-١)} +$$

$$\cdots + ب_ط س_{طو} - ب_ط م س_{ط(و-١)} + ى_و$$

وبوضع ب (١ - م) = أ.

ب١ = أ١

ب١ م = أ٢ وهكذا

فانه يمكن كتابة المعادلة السابقه كالآتـــــى :

$$ص_و = أ_. + م ص_{و-١} + أ_١ س_{١و} + أ_٢ س_{١(و-١)} + \cdots + ى_و$$

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى لتقدير معالم هذه المعادله فاننـا نحصل على تقدير م ، أى $\hat{م}$ ، وهو معامل المتغير $ص_{و-١}$.

الخطوه الثانية : نستخدم تقدير م أى $\hat{م}$ فى الحصول على المتغيرات المحوله :

$$(ص_و - \hat{م} ص_{و-١}) = ص^*$$

$$(س_{١و} - \hat{م} س_{١(و-١)}) = س_١^*$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$(س_{طو} - \hat{م} س_{ط(و-١)}) = س_ط^*$$

وهذه المتغيرات هى التى نستخدمها لتقدير المعالم فى المعادلة الاصليه وصورتهـــا :

$$ص^* = ب + ب_١ س_١^* + \cdots + ب_ط س_ط^* + ى_و$$

وتوصلنا طريقة دربين الى تقديرات ذات خصائص تقاربية كما تتميز بكفاءتها لجميع أحجام العينات • كما يمكن تطبيقها ايضا للرتب الاعلى .

(٨) الخلاصـــــة

وفيما يلى ملخص لما سبق ذكره عن الارتباط الذاتى •

١ — يعرف الارتباط الذاتى أو التسلسلى بأنه التبعية الزمنية للقيم المتعاقبة للخطأ العشوائى ق •

٢ — يقاس الارتباط الذاتى بمعامل الارتباط الذاتـــى :

$$م_{ق_و \quad ق_{و-١} \quad ق_{و-٢}} \cdots$$

وللصيغة البسيطة من الانحدار الذاتى من الدرجة الاولى حيث

$$ق_و = م \; ق_{و-١} + ك_و$$

فان معامل الارتباط الذاتـــى هـو :

$$م_{ق_و \; ق_{و-١}} = \frac{مج \; ق_و \cdot ق_{و-١}}{\sqrt{مج \; ق_و^٢ \quad مج \; ق_{و-١}^٢}}$$

٣ — وفى هذه الحالات البسيطة — الدرجة الاولى — فـــان اكفأ اختبار هو اختبار دربين — واطسن ويعرف كالآتـــى :

$$ك = \frac{\sum_{و=٢}^{ن} (ق_و - ق_{و-١})^٢}{\sum_{و=١}^{ن} ق_و^٢}$$

٤ — الارتباط الذاتى من أهم مشاكل بيانات السلاسل الزمنية• والارتباط الذاتى موجب فى أغلب العلاقات الاقتصادية بسبب النمو الاقتصادى ودورات الاعمـــال • ولا يتواجد الارتباط الذاتى فى حالة بيانات القطاع المستعرض ه الا اذا كانت العينة غير عشوائية • حيث أن هذه البيانات تجمع فى نقطة زمنية معينة • ولهذا فـــان التبعية الزمنية غير قائمة فى بيانات العينات العشوائية التى تمثل القطاع المستعرض•

٥ ـ أن أهم مصادر الارتباط الذاتي هـي :

أ ـ أغفال بعض المتغيرات الهامه
ب ـ خطأ الصياغة الرياضية للمعادله
حـ ـ اخطاء المتغيرات المجمعه
د ـ خطأ توصيف سلوك المتغير العشوائي ق.

٦ ـ تتلخص نتائج وجود الارتباط الذاتي في الآتـي :

أ ـ خطأ قيم المعالم عدديا ، وأن كانت غير متحيزه احصائيا ، لاحتوائها على خطأ تظهر اهميته في العينات الصغيره ، حيث تؤثر بوضوح القيمة الاولى للمتغير العشوائي على القيم التاليـه.

ب ـ ظهور تباين المتغير العشوائي بتقدير أقل من الحقيقة ، وتظهر اهمية ذلك في حالة الارتباط الذاتـي الموجب.

حـ ـ قبول بعض المتغيرات المفسره لمعنويتها نظرا لصغر تباين تقديرات معالمها في حين أنها غير معنويـة.

د ـ أن هذه التباينات ليست هي الاحسن اذا ما قورنت بغيرها عند استخدام طرق القياس الاخـرى.

هـ ـ عدم كفاية القيم المتنبأ بها من تقديرات أمكن الحصول عليها من طريقة المربعات الصغرى المطبقه في نموذج متغيراته العشوائية مرتبطة ذاتيـا .

٧ ـ يعالج الارتباط الذاتي وفقا لمصدر الخطأ فان كان سببه أحد المصادر الثلاثة الاولى كان لزاما أن نضيف المتغيرات الهامه التي أغفلت ، وأن نصحح الصيغه الرياضية ، وأن نحسن من مستوى دقه البيانات . أما أن كان الارتباط الذاتي مصدره سوء توصيف المتغير العشوائي كان الحل الانسب هو الحصول على تقدير ρ بأحدى الطرق السابق شرحها ، ثم تحويل البيانات الاصليه ، واستخدام طريقة المربعات الصغرى للداله المحوله . وتعتبر طريقة دربن هي أنسب الطرق للحصول على تقديـر ρ̂ .

مثال ـ الجدول التالي يوضح بيانات الواردات والناتج القومي الاجمالي بالمليون جنيه

السنة	الواردات (صو)	الناتج القومي (سو)	الواردات المقدرة صُو	الخطأ قَ (قو − قُو)	قَو − قَو−١
١٩٥٠	٣٧٤٨	٢١٧٧٧	٣٦٢٦	١٢٢	ـ
٥١	٤٠١٠	٢٢٤١٨	٣٨٠٥	٢٠٥	٨٣
٥٢	٣٧١١	٢٢٣٠٨	٣٧٧٤	ـ٦٣	ـ٢٦٨
٥٣	٤٠٠٤	٢٣٣١٩	٤٠٥٧	ـ٥٣	١٠
٥٤	٤١٥١	٢٤١٨٠	٤٢٩٨	ـ١٤٧	ـ ٩٤
٥٥	٤٥٦٩	٢٤٨٩٣	٤٤٩٧	٧٢	٢١٩
٥٦	٤٥٨٢	٢٥٣١٠	٤٦١٣	ـ٣١	ـ ١٠٣
٥٧	٤٦٩٧	٢٥٧٩٩	٤٧٥٠	ـ٥٣	ـ ٢٢
٥٨	٤٧٥٣	٢٥٨٨٦	٤٧٧٤	ـ٢١	٣٢
٥٩	٥٠٦٢	٢٦٨٦٨	٥٠٤٩	١٣	٣٤
٦٠	٥٦٦٩	٢٨١٣٤	٥٤٠٣	٢٦٦	٢٥٣
٦١	٥٦٢٨	٢٩٠٩١	٥٦٧٠	ـ٤٢	ـ٣٠٨
٦٢	٥٧٣٦	٢٩٤٥٠	٥٧٧١	ـ٣٥	٧
٦٣	٥٩٤٦	٣٠٧٠٥	٦١٢١	ـ١٧٥	ـ ١٤٠
٦٤	٦٥٠١	٣٢٣٧٢	٦٥٨٧	ـ٨٦	٨٩
٦٥	٦٥٤٦	٣٣١٥٢	٦٨٠٥	ـ٢٥٦	ـ ١٧٠
٦٦	٦٧٠٥	٣٣٧٦٤	٦٩٧٦	ـ٢٧١	١٥
٦٧	٧١٠٤	٣٤٤١١	٧١٥٧	ـ٥٣	٢١٨
٦٨	٧٦٠٩	٣٥٤٢٩	٧٤٤٢	١٦٧	٢٢٠
٦٩	٨١٠٠	٣٦٢٠٠	٧٦٥٧	٤٤٣	٢٧٦

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية فاننا نحصل على دالة الواردات الآتية :

$$\hat{ص}_و = -\,٢٤٦١ + ٢٨ر٠\ س_و$$

$$(٢٥٠) \qquad (١٠ر٠) \qquad ر^٢ = ٩٨٣ر٠$$

وكان مجـ $قَ_و^٢ = ٥٧٢٣٠٦٩$

مجـ $(قَ_و - قَ_{و-١})^٢ = ٥٣٧١٩٢٢$

وبتطبيق اختبار دربن واطسن فان :

$$\text{ك}^{*} = \frac{\text{مج}\,(\hat{\text{ق}}_{\text{و}} - \hat{\text{ق}}_{\text{و}-1})^{2}}{\text{مج}\,\hat{\text{ق}}_{\text{و}}^{2}} = \frac{٥٣٧١٩٢}{٥٧٢٠٦١} = ٠٫٩٣٧$$

وبالرجوع للجداول النظرية عند مستوى ثقة ٠٫٠٥ ، وعدد مشاهدات = ٢٠ ومتغير مستقل واحد ، فان $\text{ك}_{\text{د}} = ١٫٢٠$ ، $\text{ك}_{\text{ع}} = ١٫٤١$.

ولما كانت $\text{ك}^{*} < \text{ك}_{\text{د}}$ فمن الواضح وجود ارتباط ذاتي موجب في دالة الواردات .

وبتطبيق طريقة دربن نجد أن :

$$\text{ص}_{\text{و}} = \text{أ}_{\cdot} + \rho\,\text{ص}_{\text{و}-1} + \text{أ}_{1}\,\text{س}_{\text{و}} + \text{أ}_{2}\,\text{س}_{\text{و}-1} + \text{ي}_{\text{و}}$$

$$\hat{\text{ص}}_{\text{و}} = ١١٠٢٫٦٧ + ٠٫٦٤٧٥\,\text{ص}_{\text{و}-1} + ٠٫٣٤٠٣\,\text{س}_{\text{و}} - ٠٫٢٢٤٥\,\text{س}_{\text{و}-1}$$

$$(٦٩٢٫٨) \quad (٠٫٢٩) \quad (٠٫١٠) \quad (٠٫١٣)$$

فتكون قيمة $\hat{\rho} = ٠٫٦٤٧٥$ ونستخدمها في الحصول على البيانات المحولة :

$$\text{ص}^{*}_{\text{و}} = (\text{ص}_{\text{و}} - \hat{\rho}\,\text{ص}_{\text{و}-1}) = \text{ص}_{\text{و}} - ٠٫٦٤٧٥\,\text{ص}_{\text{و}-1}$$

$$\text{س}^{*}_{\text{و}} = (\text{س}_{\text{و}} - \hat{\rho}\,\text{س}_{\text{و}-1}) = \text{س}_{\text{و}} - ٠٫٦٤٧٥\,\text{س}_{\text{و}-1}$$

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية للبيانات المحوله كانت النتيجة :

$$\hat{\text{ص}}^{*}_{\text{و}} = -\,٣٧٢٫١٨ + ٠٫٢٢٨\,\text{س}^{*}_{\text{و}}$$

$$(٢٢٣٫٠) \quad (٠٫٠٢)$$

$$\text{ر}^{2} = ٠٫٨٧٢$$

$$\text{ك}^{*} = ٢٫١١$$

ونلاحظ أن قيمة (ك) اقتربت من القيمة الحرجه (٢) التي تعني عدم وجود الارتباط الذاتـــــي .

ثانيـــا ـ الازدواج الخطـــى Multicollinearity

(١) تعريـــف:

أن من أهم شروط استخدام طريقة المربعات الصغرى الا يكون بين المتغيرات المفسره ارتباط خطى تام ، أى أن $ر_{س_1 س_2} \neq 1$. ويـــدل الازدواج الخطى على وجود علاقات خطية أو قريبـه من الخطية بين المتغيرات المفسره . فاذا كان معامل الارتباط بينهما مساويا الواحد الصحيح صار من المتعذر الحصـــول على تقديرات لكل معلمه لتوضح أثر كل متغير على حده ، كما لا يجوز فى هذه الحالـــه ايضا استخدام طريقة المربعات الصغرى . وعلى العكس اذا لم يكن بين هذه المتغـــيرات أى ارتباط ، أى كان معامل الارتباط بينهما مساويا الصفر ، سميت هذه المتغـــيرات بالمتعامده Orthogonal أى المتغيرات التى يكون تغايرها مساويا الصفـــر . ولذا فلا يكون هناك داعيا عندئذ لتطبيق اسلوب الانحدار المتعدد ، حيث أن كـــل معلمه ($ب_ر$) يمكن قياسها من خلال انحدار بسيط للمتغير ص على أحد المتغـــيرات المفسره ، أى أن ص = د ($س_ر$) .

وفى الواقع أننا لا نصادف أيا من الحالتين السابقتين . ففـــى أغلب الحالات نجد أن بين المتغيرات المفسره درجة من الارتباط ترجع الى التشابـــك الكبير بين أغلب العوامل الاقتصادية .

والازدواج الخطى ليس شرطا يمكن أن يتواجد أو لا يتواجد فى الـــدوال الاقتصادية ، ولكنها ظاهره نجدها فى أغلب العلاقات بسبب طبيعـــة المتغـــيرات الداخله فى تركيبها . واذا تواجد هذا الازدواج فليس هناك حد فاصل للدرجـــة التى يتضح عندها أثره على تقديرات المعالم . ومن البديهى أنه عندما يكون التغـــير فى متغيرين مفسرين متشابها يصير من الصعب أن نحدد أثر كل منهما منفردا علـــى ص . وعلى سبيل المثال اذا فرضنا أن الانفاق الاستهلاكى للفرد انما يتوقف علـــى دخله واصوله السائله . فاذا تغير كل من هذين المتغيرين خلال فترة من الزمن بنفـــس

النسبه ، فان أثر احدهما على الاستهلاك قد ينسب خطأ الى المتغير الآخر .
ولذا فان آثار هذه المتغيرات على الاستهلاك لا يمكن الوصول اليها نظرا
للارتباط القوى فيما بينهما .

(٢) اسباب الازدواج الخطى

يظهر الازدواج الخطى لعدة أسباب أهمها :

أ — ميل المتغيرات الاقتصادية للتحرك معا مع مرور الزمن ، وعلى سبيل المثال
ما نلاحظه من نمو المتغيرات الاقتصادية الاساسية فى أوقات التضخم ، أو فترات
النمو الاقتصادى السريع ، وأن كان بعضها يظهر بفترات تأخير . فالدخل ،
والاستهلاك ، والادخار ، والاستثمار ، والاسعار ، والعمالة كلها
متغيرات تزيد قيمتها فى فترات النمو الاقتصادى وتنخفض فى فترات الركود .
وعوامل النمو والاتجاه العام فى السلاسل الزمنية هى من أهم اسباب الازدواج الخطى .

ب — استخدام بعض المتغيرات المفسره بفترات تأخير كمتغيرات مستقلة
فى العلاقة . لاشك أن النماذج التى بها توزيع لفترات التأخير قد اعطت
نتائج مرضيه فى مجال الاقتصاد القياسى التطبيقى . ففى دوال الاستهلاك ،
نجد الدخل فى الفترة الحالية والسابقة ضمن المتغيرات المفسره ، وكذلك
الحال فى دوال الاستثمار ، نجد توزيع فترات التأخير للنشاط الاقتصادى
فى الماضى قد اضيفت كمتغيرات مستقلة . ومن الطبيعى أن القيم المتعاقبة
لمتغير معين يكون بينهما ارتباط ، فالدخل فى الفترة الحالية يتحدد جزئيا
عن طريق قيمته فى الفترة السابقة وهكذا . ولذا فان الازدواج الخطى غالبا
ما يكون وجوده مؤكدا فى نماذج فترات التأخير .

ويجدر أن ننوه هنا أن الازدواج الخطى وأن كان احتماله
اكثر ما يكون بالسلاسل الزمنية ، الأ أنه يظهر ايضا فى بيانات القطاعات
المستعرضه . ففى عينه قطاع مستعرض لمنشآت الصناعات التحويلية نجد أن العمل

والمدخلات الرأسمالية بينها ارتباط قوى ، حيث أن المنشآت الكبيره يوجد بها كميات كبيرة من المتغيرين ، بينما المنشآت الصغيره لا يتوافر بها سوى القليل من العمل ورأس المال .

(٣) نتائج الازدواج الخطى

اذا كان الارتباط تاما بين المتغيرات المفسره ، فانه يصعب الحصول على تقديرات المعالم ، الى جانب كبر الاخطاء المعياريه كبرا لانهائيا . فاذا فرضنا ان العلاقة المطلوب قياسها هى :

$$ص = ب + ب_1 س_1 + ب_2 س_2 + ق$$

وكانت العلاقة بين $س_1$ ، $س_2$ هى $س_2 = و\ س_1$ حيث و ثابت . فاننا نجد أن :

$$\hat{ب}_1 = \frac{و^2 (مج\ س_1 ص)(مج\ س_1^2) - و^2 (مج\ س_1 ص)(مج\ س_1^2)}{و^2 (مج\ س_1^2)^2 - و^2 (مج\ س_1^2)^2} = \frac{صفر}{صفر}$$

$$\hat{ب}_2 = \frac{و (مج\ س_1 ص)(مج\ س_1^2) - و (مج\ س_1 ص)(مج\ س_1^2)}{و^2 (مج\ س_1^2)^2 - و^2 (مج\ س_1^2)^2} = \frac{صفر}{صفر}$$

كما يمكن اثبات أن تباين $\hat{ب}_1 = \infty$ ، تباين $\hat{ب}_2 = \infty$

وزيادة فى الايضاح نأخذ العلاقة التاليه وبها ثلاثة متغيرات مفسره . اذا فرضنا أن دالة الاستهلاك هى :

$$ص = ب + ب_1 س_1 + ب_2 س_2 + ب_3 س_3 + ق$$

حيث س = الاستهلاك الكلي

س١ = الدخل في الريف

س٢ = الدخل في الحضر

س٣ = ضريبة الدخل

ويمكننا أن نتوقع أن ب١ < ب٢ حيث أن الميل الحدي للاستهلاك في الحضر اعلا منه في الريف . والمطلوب تقدير معالم الدالة .

فاذا فرضنا أن الدخل يتساوى توزيعه في كل من الريف والحضر خلال الفترة الزمنية للبحث ، أي أن س١ = س٢ . وتحت هذه الظروف يكون من المتعذر الحصول على تقدير منفصل لكل من ب١ أو ب٢ نظرا لتغير س١ ، س٢ معـا . ويمكننا الآن احلال س١ محل س٢ لتصير الدالة بالشكل الآتـي :

س = ب + ب١ س١ + ب٢ س١ + ب٣ س٣ + ق

أو س = ب + (ب١ + ب٢) س١ + ب٣ س٣ + ق

بمعنى أنه اذا اسقطنا احد المتغيرين المتساوين أمكننا الحصول على تقدير لمجموع معامليهما ، وليس تقدير لكل من ب١ ، ب٢ على حـده . أي أننا سنحصل على (ب١ + ب٢) ويتعذر تمييز كل من ب١ ، ب٢ .

أما اذا كانت س ر على درجة من الارتباط أي أن (صفر < ر س١ س٢ < ١)

فان آثار الازدواج الخطي غير محدده ، كما يتضح ذلك سواء من الدراسات النظرية أو التطبيقية في الاقتصاد القياسي ، وذلك بالنسبه لقيم المعالم أو اخطائها المعيارية . وأن كانت هناك نقطتين يلزم ابرازهمـا :

<u>الاولـى</u> : هي أن تقديرات المعالم غير متحيزه أي أن ت (ب̂ ر) = ب ر حتى مع الارتباط القوي بين المتغيرات المفسره . فان خاصيه عدم التحيز لتقديرات طريقة المربعات الصغرى العادية لا تتطلب عدم ارتباط المتغيرات المفسره ، <u>والثانيـة</u> :

هى كبر الخطأ المعيارى للتقديرات بصفة عامة اذا ما تواجدت حالة الازدواج الخطى فى دالة ما . وهذه الحقيقة وأن كانت مقبولة من البعض الا أنها مرفوضة من البعض الآخر ، على اساس أن كل من البسط والمقام فى صيغة التباين ستتأثر بحدود تتضمن مجموع حواصل ضرب المتغيرات المفسرة بحيث أن الحجم النهائى لتباين المعالم لا يكون كبيرا .

ويوقعنا وجود الازدواج الخطى لدالة ما فى مشكلة خطأ التوصيف عندما نرفض متغير ما يبدو خطؤه المعيارى كبيرا،مادام حكمنا على اهمية المتغيرات المضافة سيتم على اساس الاخطاء المعيارية الى جانب المعايير الآخرى. فعلى سبيل المثال اذا فرضنا أن علاقة ما يكون توصيفها كما افترضتها النظرية فى الصورة :

ص = ب + ب١ س١ + ب٢ س٢ + ق .

وعند القياس يبدأ الباحث دراسته بالصيغة البسيطة المبدئية وهى :

ص = أ. + أ١ س١ + قَ . وغالبا ما يوصلنا هذا النموذج الى نتائج معنوية ولو أن المعلمة أ١ سيكون بها خطأ توصيف ناتج عن اغفال المتغير س٢ ، ويتحسن التوفيق عادة بأضافة هذا المتغير ، حيث أن المعادلة فى صورتها الجديدة تتفق والعلاقة الاصلية . ولكن اذا كان هناك ارتباط قوى بين س١ ، س٢ ، وكانت معالمها ذات اخطاء معيارية كبيرة ، فان الباحث يميل عادة الى حذف س٢ نظرا لكبر الخطأ المعيارى لمعلمتها . ولا شك أن حالة الازدواج الخطى ستؤدى وتقود الى خطأ فى توصيف العلاقة بحذف س٢ ، بالرغم من اهمية هذا المتغير حسب الفرض الاول .

ومن ناحية أخرى لا تظهر دائما الاخطاء المعيارية الكبيرة حتى فى الدوال التى بين متغيراتها المفسرة ارتباط قوى . فدوال الانتاج مثلا ، التى كان معامل الارتباط المتعدد فيها يزيد عن ٩٥ر. جاءت تقديرات معالمها على مستوى المأمونية المطلوبة ، بالرغم من أن معاملات الارتباط البسيطة بين العمالة ورأس المال كانت تتراوح بين ٨ر. ، ٩ر. ففى أغلب دوال كوب دوجلاس كانت معالم المتغيرات فيها اضعاف اخطائها المعيارية مما يؤكد معنويتها .

(٤) اختبارات الازدواج الخطــــى

أ ـ طريقــة فريش المعدله

تتوقف آثار الازدواج الخطى على درجة الارتباط بين المتغيرات المفسره ، وعلى درجة الارتباط المتعدد ، ومن هنا اقترح استخدام الاخطاء المعيارية ، ومعاملات الارتباط الجزئية ، ومعامل الارتباط المتعدد فى اختبار الازدواج الخطــى . هذا علما بأن واحدا من هذه المقاييس لا يعتبر مؤشرا كافيا يدل على الازدواج الخطى حيث أن :ــ

١ ـ الاخطاء المعيارية الكبيرة لا تظهر دائما مع حالة الازدواج الخطــــى ، هذا الى جانب أن هناك اسباب أخرى كثيرة تؤدى الى كبر الاخطاء المعياريـــــة بخلاف الارتباط الخطى بين المتغيرات المفسره .

٢ ـ أن الارتباط بين المتغيرات المفسره لا يلزم أن يكون قويا حتى يؤثر علـــى قيم المعالم واخطائها المعيارية ، بمعنى أن $r_{x_1 x_2}$ على حده ليست بالمقيـــاس المناســـب .

٣ ـ أن معامل الارتباط المتعدد قد يكون كبيرا ، والنتائج غير دقيقـــــة وغير معنوية ، فالاشارات خاطئه والاخطاء المعيارية كبيره .

ومعنى ذلك أن كل المقاييس السابقه لازمه لاختبار الازدواج الخطــــى . ومن هنا اقترحت الطريقة التى تعتمد فى جوهرها على طريقة خرائط الحزم لفريـــــشر . وتتلخص هذه الطريقة المعدله فى الخطوات التاليـــــة :

١ ـ الحصول على معادلات الانحدار البسيطة بين المتغير التابــــــع وكل من المتغيرات المفسره على حـــــده .

٢ ـ اختبار النتائج المتحصل عليها فى ضوء المعايير الاحصائية القبليه .

٣ ـ اختيار المعادله التى تكون نتائجها اكثر قبولا من بين هذه المعادلات .

٤ ـ وبلى ذلك اضافة المتغيرات مع اختبار آثارها على المعالم واخطائهـــا المعيارية ومعامل الارتباط المتعدد . فاذا زادت قيمة معامل الارتباط نتيجة اضافـــة

المتغير الجديد دون أن تتحول أى من المعالم الى معلمه غير مقبوله على اساس الاعتبارات القبليه ، كان هذا المتغير مفيدا ، وأضيف الى المعادلة كمتغير مفسر . أما اذا لم يطرأ تغيير على قيمة معامل الارتباط ، ولم يؤثر المتغير المضاف على قيم المعالم ، حذف هذا المتغير من بين المتغيرات المفسره . واذا أثر المتغير الجديد على اشارات وقيم المعالم فصارت غير مقبوله على اساس الاعتبارات النظرية القبليه ، دل ذلك على وجود الازدواج الخطى . فالمتغير الجديد له اهميته ، ولكن بسبب الارتباط بينه وبين المتغيرات المفسره الاخرى فلا يمكن اظهار أثره باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية . كما لا يعنى ذلك ضرورة حذفه من المعادلة حتى لا يصل بنا هذا الحذف الى توصيف خاطئ . ولتصحيح مثل هذا الوضع يمكننا اتباع احدى طرق معالجة الازدواج الخطى التى سنشرحها فيما بعد .

وتختلف هذه الطريقة عن طريقة فريش Confluence Analysis. فى أن الاخيره تهتم بقياس جميع معادلات الانحدار الممكنه بين المتغيرات الموجوده فى المعادله بجعل كل متغير على التعاقب كمتغير تابع يفسره باقى المتغيرات التى تضاف تدريجيا فى التحليل . ومن ذلك يتضح أن تحليل فريش يتطلب الكثير من الحسابات مما يصعب معه مقارنه النتائج فى النهاية .

مثال : فى الجدول التالى بيانات عن الانفاق على الملابس ، والدخل التصرفى ، والاصول السائله ، والرقم القياسى لاسعار الملابس ، والرقم القياسى العام للاسعار ، خلال الفترة من ٥٩ — ١٩٦٨ . والمطلوب قياس دالة الطلب على الملابس .

السنة	الانفاق (ص)	الدخل التصرفى ($س_1$)	الاصول السائلة ($س_2$)	الرقم القياسى لاسعار الملابس ($س_3$) ١٩٦٣ = ١٠٠	الرقم القياسى العام للاسعار ($س_4$) ١٩٦٣ = ١٠٠
١٩٥٩	٨ر٤	٨٢ر٩	١٧ر١	٩٢	٩٤
٦٠	٩ر٦	٨٨ر٠	٢١ر٣	٩٣	٩٦
٦١	١٠ر٤	٩٩ر٩	٢٥ر١	٩٦	٩٧
٦٢	١١ر٤	١٠٥ر٣	٢٩ر٠	٩٤	٩٧
٦٣	١٢ر٢	١١٧ر٧	٣٤ر٠	١٠٠	١٠٠
٦٤	١٤ر٢	١٣١ر٠	٤٠ر٠	١٠١	١٠١
٦٥	١٥ر٨	١٤٨ر٢	٤٤ر٠	١٠٥	١٠٤
٦٦	١٧ر٩	١٦١ر٨	٤٩ر٠	١١٢	١٠٩
٦٧	١٩ر٣	١٧٤ر٢	٥١ر٠	١١٢	١١١
١٩٦٨	٢٠ر٨	١٨٤ر٧	٥٣ر٠	١١٢	١١١

يمكن أن نفترض أن داله الطلب على الملابس تكون بالصوره التاليـــة التى تظهر فيها جميع المتغيرات الوارد بياناتها بالجدول السابق.

$$ص = ب + ب_1 س_1 + ب_2 س_2 + ب_3 س_3 + ب_4 س_4 + ق$$

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى فاننا نحصل على النتائج الآتيه :

$$ص = -٣ر١٣ + ٠٩٧ر٠ س_1 - ١٩٩ر٠ س_2 + ١٥٠ر٠ س_3 + ٣٤ر٠ س_4$$

$$(٧ر٩) \quad (٠٣ر٠) \quad (٠٩ر٠) \quad (٠٥ر٠) \quad (١٥ر٠)$$

$$ر^2 = ٩٩٨ر٠$$

$$مج \hat{ص}^2 = ١٥ر٢٨ \qquad مج ق'^2 = ٣٣ر٠$$

وبتطبيق اختبار تحليل التباين لاختيار المعنوية العامه للتوفيق نجد أن :

$$ف (المحسوبه) = \frac{مج \hat{ص}^2 \;/\; (ط - ١)}{مج ق'^2 \;/\; (ن - ط)}$$

$$= \frac{١٥ر٢٨ / ٤}{٠ر٣٣ / ٥} = ١٥ر٦$$

ولما كانت ف النظرية عند مستوى ٠٫٠٥ عند درجات حرية ٤ ، ٥ تساوى ٥ر١٩ ، فاننا نرفض فرض العدم ، ونقبل الفرض البديل بأن العلاقة بين الانفاق على الملابس وباقى المتغيرات المفسره علاقة معنوية .

وتؤكد قيم معاملات الارتباط البسيطة بين المتغيرات المفسره وجود الازدواج الخطى والمعاملات هى :

ر س١ س٣ = ٠ر٩٩٣ ر س١ س٢ = ٠ر٩٨٠

ر س١ س٤ = ٠ر٩٨٧ ر س٢ س٣ = ٠ر٩٦٤

ر س٣ س٤ = ٠ر٩٧٣ ر س٢ س٤ = ٠ر٩٩١

وللبحث عن آثار الازدواج الخطى ، تحسب معادلات الانحدار البسيطة بين الانفاق على الملابس وكل من المتغيرات المفسره على حده وفيما يلى نتائج هذه المعادلات :

المعادلة		ر٢	ى
(١) صَ = أ٠ + أ١ س١ = ـ ١ر٢٤ (٠ر٣٧)	+ ٠ر١١٨ س١ (٠ر٠٠٢)	٠ر٩٩٥	٢ر٦
(٢) صَ = ب٠ + ب١ س٢ = ـ ١ر٣٨ (٤ر٢٠)	+ ٠ر١٦ س٢ (٠ر٠٤)	٠ر٩٥١	٢ر٤

(٣) صَ = جَ + جَ١ س٣ = ١١ر٢ + ٣٢٧ر٠ س٣   ٩٦٧ر٠   ٤ر٠
(٨١ر٠)   (٠٢ر٠)

(٤) صَ = دَ + دَ١ س٤ = ـ ٦٥ر٥٣ + ٦٦٣ر٠ س٤   ٩٧٧ر٠   ١ر٢
(٦٣ر٣)   (٠٣ر٠)

وتكون الخطوه الاولى هى اختيار معادلة الانحدار الاولى ص = د (س١)، حيث أن الدخل التصرفى يعتبر اكثر المتغيرات المفسره اهمية خلال فترة الدراســــة، ثم نضيف المتغيرات الأخرى تدريجيــا فى المعادلـــة.

وفيما يلى نتا ـــج الاضافـــة:

	ب	ب١ (س١)	ب٢ (س٢)	ب٣ (س٣)	ب٤ (س٤)	ر٢	د
ص = د (س١)	ـ٢٤ر١	١١٨ر٠	—	—	—	٩٩٥ر٠	٦ر٢
	(٣٧ر٠)	(٠٠٢ر٠)					
ص = د (س١ ، س٢)	٤٠ر١	١٢٦ر٠	ـ٠٣٦ر٠	—	—	٩٩٦ر٠	٥ر٢
	(٩٢ر٤)	(٠١ر٠)	(٠٧ر٠)				
ص = د (س١ ، س٢ ، س٣)	٩٤ر٠	١٣٨ر٠	ـ٠٣٤ر٠	ـ٠٣٧ر٠	—	٩٩٦ر٠	١ر٣
	(١٧ر٥)	(٠٢ر٠)	(٠٦ر٠)	(٠٥ر٠)			
ص = د (س١ ، س٢ ، س٤)	ـ٧٦ر١٢	١٠٤ر٠	ـ١٨٨ر٠	—	٣١٩ر٠	٩٩٧ر٠	٥ر٣
	(٥٢ر٦)	(٠١ر٠)	(٠٧ر٠)		(١٢ر٠)		
ص = د (س١ ، س٢ ، س٣ ، س٤)	ـ٥٣ر١٣	٠٩٧ر٠	ـ١٩٩ر٠	٠١٥ر٠	٣٤ر٠	٩٩٨ر٠	٤ر٣
	(٥ر٧)	(٠٣ر٠)	(٠٩ر٠)	(٠٥ر٠)	(١٥ر٠)		

ويتضح من هذه النتائج أن الدخل له اهميته في شرح التغيرات في الانفاق على الملابس ، وباضافة $س_٢$ زادت قيمة $ر^٢$ قليلا ، وكانت اشارات المعالم صحيحه ، وأن كان الخطأ المعيارى للمعلمه $ب_٢$ يدل على عدم معنويتها الى جانب أن الارتباط القوى بين $س_١$ ، $س_٢$ لم يؤثر على معنوية المعلمة $ب_١$. أما اضافة $س_٣$ (الاصول السائله) فقد أثرت على تقديرات كل من $ب_٢$ ، $ب_٣$ فصارت غير مقبوله ، مما يدل على أن الارتباط القوى بين $س_٢$ ، $س_٣$ هو الذى أدى الى ذلك ، ولو أن $ب_١$ لم تتأثر بالرغم من الارتباط القوى بين $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$. ولذا كان من الافضل حذف $س_٣$. وباضافة $س_٤$ تحسنت النتائج اذ زادت $ر^٢$ قليلا ، وصارت جميع اشارات المعالم صحيحة ومعنوية احصائيا ، وبالرغم من الارتباط القوى بين المتغيرات المفسره فان الاخطاء المعيارية لمعالمها ليست كبيرة . وعندما حسب الانحدار بالمتغيرات الاربعة ، دلت النتائج على أن الازدواج الخطى لم يؤثر على كل من $ب_١$ ، $ب_٢$ ، بينما كانت $ب_٣$ غير معنوية ، مما يؤكد ضرورة حذف المتغير $س_٣$ ، الاصول السائلة ، وبذا يكون احسن شكل للداله هـو :

$$ص = د (س_١ ، س_٢ ، س_٤) .$$

ب – اختبار فارار – جلوبر Farrar - Glauber

يتضمن هذا الاختبار الذى ظهر حديثا ثلاثة اختبارات احصائية لاختبار الازدواج الخطى . والاول هو اختبار مربع كاى (Chi - Square) للتعرف على وجود الازدواج الخطى فى دالة بها العديد من المتغيرات المفسره . والثانى هو اختبار ف (F) لتحديد موضع الارتباط الخطى . والثالث هو اختبار ت (T) لتحديد نمط الازدواج الخطى ، بمعنى تحديد المتغيرات المسئولة عن هذا الازدواج .

(٥) معالجة الازدواج الخطى

تتوقف أساليب معالجة الازدواج الخطى ، اذا وجد فى احدى الدوال ، على درجة هذا الازدواج ، ومدى توفر البيانات . ، واهمية المتغيرات التى تسببت فى هذا الازدواج ، واخيرا الغرض من قياس الداله .

ويرى البعض امكان قبول هذه المشكله أن كان تأثيرها بسيطا على تقديرات المعالم ، ويقترح البعض الاخر حذف المتغيرات غير الهامه من الداله أن ظهر تأثيرها بسبب وجود الازدواج الخطى . اما اذا أثرت هذه المشكله على بعض المعالم دون البعض الاخر أمكن استخدام المعالم التى لم تتأثر فى اغراض التنبؤ أو صياغة السياسات التى تتطلب المعالم الهيكلية الدقيقة . هذا وأن كان من الممكن الاستفاده من جميع المعالم فى الاغراض التنبؤية بشرط أن تستمر ظاهرة الازدواج الخطى خلال فترة التنبؤ .

أما اذا كان للازدواج الخطى أثره الواضح على تقديرات معالم المتغيرات الهامه فلا بد من اتباع احدى الطرق الآتيه للتصحيح :-

أ - استخدام الطرق القياسية التى تعتمد على المعلومات الكمية الخارجية . ومن أهم هذه الطرق : طريقة المربعات الصغرى المقيده (Restricted) - طريقة الجمع بين بيانات القطاع المستعرض والسلاسل الزمنية ، وهى فى الواقع حاله خاصه من طريقة المربعات الصغرى المقيده - اسلوب ديوبن لتعميم المربعات الصغرى - طريقة التقدير المختلطة التى اقترحها شيل وجولد بيرجر ، وهى طرق عامه يمكن استخدامها بصرف النظر عن وجود العلاقات الخطية بين المتغيرات المفسره .

ب - زيادة حجم العينة حيث يؤدى ذلك الى تصغير التغايرات الكبيرة بين المعالم المقيسه فى المعادله ، لأن التغايرات تتناسب عكسيا مع حجم العينة . ويكون هذا صحيحا أن كان الازدواج الخطى راجعا الى

اخطاء القياس ، وكذلك في حالة وجود الارتباط بين بيانات العينة الاصلية للمتغيرات المفسره دون بيانات المجتمع.

جـ - احلال متغيرات ذات فترة تأخير محل بعض المتغيرات المفسره ، وقد اتجه كثير من الباحثين الى اتباع هذا الاسلوب في السنوات الاخيره . فانماط الاستهلاك للافراد مثلا تتوقف على كل من الدخل الحالي والسابق ، هذا وأن كانت مستويات الدخل الحاليه لها أثرها الكبير على قرارات الاستهلاك بخلاف مستويات الدخل في الماضي البعيد . وتكون الداله بالصوره :

$$ص_و = ب + ب_١ س_و + ب_٢ س_{و-١} + ب_٣ س_{و-٢} + \cdots + ق_و$$

ومن الواضح أن قيم $س_و$ ، $س_{و-١}$ ، $س_{و-٢}$ ، ... المتعاقبة لاى متغير مفسر يكون الارتباط بينها قويا . ويمكن معالجة الازدواج الخطي في هذه الحالة باستخدام اقتراح كويك (Koyck) باحلال قيم من ذات فترات التأخير بقيمة واحده للمتغير التابع بفترة تأخير أى أن :

$$ص_و = ب + ب_١ س_و + م ص_{و-١} + (ق_و - م ق_{و-١})$$

د - اضافة معادلات جديدة للنموذج تشرح العلاقات القائمة بين المتغيرات المفسره مع بعض المتغيرات الجديدة ، وهذا نحصل على نموذج من المعادلات الآتية . وفي حالة تمييز هذا النموذج يمكن تقدير معالمه بأحدى طرق التقدير المناسبة . فطريقة الصيغه المختزله يمكن أن تذلل مشكلة الازدواج الخطي للمعادلة الاصليه بشرط أن يكون النموذج الجديد مميزا .

(٦) الازدواج الخطي والتمييز

بين الازدواج الخطي وحالة عدم التمييز under-identification علاقة قوية ، بالرغم من أن الازدواج الخطي يهتم بقيم المتغيرات المفسره في عينه

ما ، بينما يهتم التميز بهيكل النموذج بصرف النظر عن حجم العينة ونوعهـــا ومحتوياتهـــا .

وفي كلتا الحالتين هناك علاقات عديدة بين المتغيرات تمنع تحديـد معالم العلاقة فالازدواج الخطي كعدم التميز يخلق الصعوبات عند التقديـر . فمن الملاحظ أن توصيف النموذج قد يكون صحيحا ، ولكن تقدير المعالـم الهيكلية يتأثر بوجود الازدواج الخطي وعدم تميز النموذج .

وعلى سبيل المثال فان دالة الاستهلاك يمكن توصيفها بالشكـل الآتـي من واقع النظرية الاقتصاديـة :

$$ر = ب + ب_١ س_١ + ب_٢ س_٢ + ق$$

حيث $س_١$ = دخل الفلاحين

$س_٢$ = دخل غير الفلاحين

$ب_١$ = الميل الحدي للاستهلاك في قطاع الزراعـة .

$ب_٢$ = الميل الحدي للاستهلاك في قطاع الحضـر .

فالتوصيف صحيح ، $ب_١ \neq ب_٢$ وغالبا ما تكون $ب_١ < ب_٢$ لان الميل الحدي للاستهلاك في الريف أقل منه في الحضر . أما اذا ارتبطت $س_١$ ، $س_٢$ بعلاقة ما كانت $س_١ = \frac{١}{٢} س_٢$ خلال فترة البحث صار من المتعذر قياس الدالة بسبب الازدواج الخطـي .

وبصفة عامة اذا تغير متغيرين أو اكثر بنفس نمط التغير ، أمكن اعتبارهـا وكأنها متغير واحد من وجهة النظر الاحصائية . فمثل هذه البيانات ليس بينهـا استقلال التغير الذي يمكننا من ابراز أثر كل متغير على حـده .

(٧) الازدواج الخطى وخطأ توصيف المتغيرات (تحيز التوصيف)

يعتبر الازدواج الخطى من أهم مصادر خطأ المعالم . ويعمد الباحثون عند بناء النماذج الى حذف المتغيرات من الدوال المختلفة بهدف تجنب نتائج الازدواج الخطى . ولا شك أن هذه الخطوة ستؤدى الى خطأ توصيف النموذج حيث أن حذف المتغيرات سيؤثر على قيم معالم المتغيرات الباقية . فقد يتجنب الباحث بحذف المتغيرات وجود الازدواج الخطى ، أو عدم التمييز ، ولكنه سيتعرض الى خطأ التوصيف فى المعالم .

وسنتعرض هنا الى نتائج خطأ التوصيف فى دالة بسيطة حذف منها متغير ما خطأ . اذا فرضنا أن الدالة الاصلية التى تشرح التغيرات فى ص هى :

$$ص = ب_١ س_١ + ب_٢ س_٢ + ق \qquad (١)$$

وسواء لجهلنا بالصورة الاصلية للعلاقة أو بسبب الازدواج الخطى يحذف المتغير $س_٢$ من الداله وتطبق طريقة المربعات الصغرى للمعادلة الجديدة :

$$ص = بَ_١ س_١ + قَ \qquad (٢)$$

من الواضح أن $بَ_١$ ستختلف عن $ب_١$. وللحصول على الفرق الحقيقى بين المعلمتين نتبع الآتى :

أ ـ باستخدام طريقة المربعات الصغرى فى تقدير معالم الدالة الجديدة (٢) التى اخطئ توصيفها فاننا نحصل على $بَ_١ = \frac{مج ص س_١}{مج س_١^٢}$

ب ـ وتكون المعادلات الاساسية للنموذج الاصلى (١) الصحيح التوصيف هى :

$$مج\ ص\ س_٢ = ب_١\ مج\ س_١\ س_٢ + ب_٢\ مج\ س_٢^٢$$

$$مج\ ص\ س_١ = ب_١\ مج\ س_١^٢ + ب_٢\ مج\ س_١\ س_٢$$

وبقسمة المعادلة الاولى على $مج\ س_١^٢$ نحصل علـــى :

$$\frac{مج\ ص\ س_١}{مج\ س_١^٢} = ب_١ + ب_٢\ \frac{مج\ س_١\ س_٢}{مج\ س_١^٢}$$

ولما كانت $ب^*_١ = \frac{مج\ ص\ س_١}{مج\ س_١^٢}$ ، وكانت $\frac{مج\ س_١\ س_٢}{مج\ س_١^٢}$ هى ميل انحدار

$س_٢$ على $س_١$ ، أى المعامل $(أ_١)$ فى الدالة : $س_٢ = أ_١\ س_١$

ويدل ذلك على أن $(ب^*_١)$ فى المعادلة الجديدة (٢) التى اخطـــئ توصيفها يختلف عن $(ب_١)$ معامل المعادلة (١) الصحيحة التوصيف ، ويكون خطـــأ التوصيف هـــو :

$$(ب^*_١ - ب_١) = (ب_٢)\ (أ_١)$$

ومن تعريف النموذج الاصلى الصحيح نعلم أن $ب_٢ \neq$ صفر . ومعـــنى ذلك أن $ب^*_١ = ب_١$ اذا كانت $أ_١$ = صفر ، أى اذا كانت $س_١$ ، $س_٢$ غير مرتبطـــة على الاطلاق أى اذا كانا متعامدين . ولكننا لا نتوقع ، فى الحقيقة ، وجـــود متغيرات متعامدة فى نموذج اقتصادى نظرا لتشابك المتغيرات الاقتصادية . مـــما يدل على أن حذف المتغيرات من الدالة سيوصلنا الى تقديرات متحيزة للمعالـــم المتغيرات بالمعادلـــة .

ويمكن تطبيق ما سبق على الدوال التي بها عديد من المتغيرات المفسره كالتي تظهر في المعادلة التاليـــــة :

$$\text{ص} = \text{ب}_1 \text{س}_1 + \text{ب}_2 \text{س}_2 + \text{ب}_3 \text{س}_3 + \text{ق}$$

فاذا حذف المتغيرين س_2 ، س_3 خطأ ، فاننا سنحصل على تقدير ب^*_1 :

$$\text{ب}^*_1 = \frac{\text{مجـ ص س}_1}{\text{مجـ س}_1^2}$$

الذي سيكون متحيزا تحيز التوصيف بالمقـــدار :

$$\text{التحيز} = (\text{ب}^*_1 - \text{ب}_1) = \text{ب}_2 \frac{\text{مجـ س}_1 \text{س}_2}{\text{مجـ س}_1^2} + \text{ب}_3 \frac{\text{مجـ س}_1 \text{س}_3}{\text{مجـ س}_1^2}$$

$$= \text{ب}_2 . \text{أ}_1 + \text{ب}_3 . \text{أ}_2$$

حيث أ_1 = معامل انحدار س_2 على س_1

أ_2 = معامل انحدار س_3 على س_1

وبصفة عامة فان التحيز الموجود في تقدير احد المعالم عن نتيجة حـــــذف بعض المتغيرات المفسره انما يتوقف على معالم المتغيرات المحذوفة والعلاقات بـــــين المتغيرات الموجوده والمحذوفة، فهو مجموع حواصل ضرب معالم المتغيرات المحذوفـــــة في معالم معادلات انحدار المتغيرات المفسره المحذوفة على المتغيرات المفسره الموجوده .

كما أن حذف المتغيرات المفسره المناسبه له تأثير آخر يتضح في ظهـــــور تباين البواقي ، $\text{مجـ ق}^2 / \text{ن} - \text{ط}$ ، بتقدير أكبر من الحقيقة ، وما ينتج عن ذلـــــك

من أن تكون الاخطاء المعيارية للمعالم أكبر من حقيقتها . ويؤدى ذلك الى عـــدم دقة تقديرات معالم المتغيرات الموجوده بالمعادلـــه .

ويجدر أن ننوه هنا الى أن اضافة متغيرات غير مناسبه للداله لا يؤدى الى ظهور تحيز فى تقديرات المعالم ، وأن كان تباين هذه التقديرات سوف لا يكـــون دقيقـــا .

ثالثا ـ التميز   Identification

(١) نماذج المعادلات الآنيه   imultanecus – equation odcls.

يحدر بنا قبل الكلام عن مشكلة التميز أن نعرف باختصار نماذج المعادلات الآنيه في صورتها الهيكلية ، والمختزله .

اذا كانت العلاقة القائمه بين متغيرين ص ، س بالصوره ص = د (س) ، س = د (ص) ايضا ، كان من الضرورى أن تعرض هذه العلاقة في صورة نموذج تتعدد معادلاته حيث تظهر كل من ص ، س كمتغيرات داخلية ، الى جانب متغيرات اخرى مفسره . ويسمى النموذج في هذه الحاله بنموذج المعادلات الآنيـه .

وفيما يلى شرح مبسط للصورتين الهيكلية والمختزله .

أ ـ النماذج الهيكلية

النموذج الهيكلى هو عباره عن المجموعة الكامله من المعادلات التى تشرح هيكل العلاقات الخاصه بالمتغيرات الاقتصادية . وتشرح المعادلات الهيكلية المتغيرات الداخلية كدوال لمتغيرات داخليه أخرى ولمتغيرات محدده وكذا للاخطاء وهى متغيرات عشوائية .

والمثال التالى لنموذج بسيط لاقتصاد مغلق :

$$\text{ص}_{\text{و}} = \text{أ}_{0} + \text{أ}_{1}\,\text{ى}_{\text{و}} + \text{ق}_{1}$$

$$\text{س}_{\text{و}} = \text{ب}_{0} + \text{ب}_{1}\,\text{ى}_{\text{و}} + \text{ب}_{2}\,\text{ى}_{\text{و}-1} + \text{ق}_{2}$$

$$\text{ى}_{\text{و}} = \text{ص}_{\text{و}} + \text{س}_{\text{و}} + \text{ح}_{\text{و}}$$

والمعادلة الأولى هى معادلة الاستهلاك، والثانية معادلة الاستثمار، والثالثة هى معادلة تعريفيه . والنموذج متكامل حيث أنه يتكون من ثلاث معادلات في ثلاث متغيرات داخلية $\text{ص}_{\text{و}}$ ، $\text{س}_{\text{و}}$ ، $\text{ى}_{\text{و}}$ ، كما يحتوى النموذج على متغيرين محددين

هما الانفاق الحكومى ع ، والدخل ذو فترة التأخير (ى و ـ ١) .

والمعالم الهيكلية هى بصفة عامة الميول التى تستخدم فى حساب المرونات وغير ذلك من المعالم الاقتصادية . وتعبر المعلمة الهيكلية عن الاثر المباشر لكل متغير مفسر على المتغير التابع ، أما الأثر غير المباشر فيمكن حسابه بحل النموذج الهيكلى ، كما أن العوامل التى لا تظهر صراحة فى أى دالة قد يكون لها أثر غير مباشر على المتغير التابع فى هذه الداله . وعلى سبيل المثال فان التغير فى الاستهلاك يؤثر بطريقة غير مباشرة على الاستثمار ، حيث أن الاستهلاك أنما يتغير تبعا لتغير الدخل ، ذلك الدخل الذى يحدد الاستثمار . ولذا فان أثر الاستهلاك على الاستثمار لا يقاس مباشرة من المعالم الهيكلية وأنما يتم خلال حل معادلات النموذج آنيا .

ويعبر عن المعالم الهيكلية عادة بالرمز (β) اذا اتصلت بالمتغيرات الداخلية ، وبالرمز (γ) اذا اتصلت بالمتغيرات المحدده . كما أن المتغيرات الداخلية يرمز لها بالرمز (ص) ، والمتغيرات الخارجية بالرمز (س) . وباستخدام هذه الرموز واهمال الثابت فان النموذج السابق يصير كالآتى :

$$ص_1 = \beta_{21}ص_3 + ق_1$$

$$ص_2 = \beta_{22}ص_3 + \gamma_{12}س_1 + ق_2$$

$$ص_3 = ص_1 + ص_2 + س_2$$

حيث $ص_1 = $ ض ، $ص_2 = $ س ، $ص_3 = $ ى

$س_1 = ى_{و-1}$ ، $س_2 = $ ع

وبنقل كل المتغيرات المشاهده الى الطرف الايمن فاننا نحصل على الجدول التالى للمعالم الهيكلية :

$$ص_1 + صفر\, ص_2 - \beta_{21}ص_3 + صفر\, س_1 + صفر\, س_2 = ق_1$$

$$صفر\, ص_1 + ص_2 - \beta_{22}ص_3 + \gamma_{12}س_1 + صفر\, س_2 = ق_2$$

$$-ص_1 - ص_2 + ص_3 + صفر\, س_1 - س_2 = صفر$$

المعلمات الهيكلية

١	صفر	−أ١	صفر	صفر
صفر	١	−ب١	−ب٢	صفر
−١	−١	١	صفر	−١

المعلمات الهيكلية بالرموز المفروضة

١	صفر	$-\beta_{21}$	صفر	صفر
صفر	١	$-\beta_{21}$	γ_{22}	صفر
−١	−١	١	صفر	−١

ويمكن الحصول على المعالم الهيكلية باستخدام بيانات العينة لمتغيرات النموذج وتطبيق أنسب الطرق القياسية ·

ب ـ النماذج المختزلـــــة Reduced form Models

النموذج المختزل هو النموذج الذى تكون فيه المتغيرات الداخليـــة دالة فى المتغيرات المحدده فقط · ويمكن الحصول على الصيغه المختزلة بأحــــــدى طريقتين :ـ

الاولـــى : بأن نعبر عن المتغيرات الداخلية مباشرة كداله فى المتغيرات المحدده

$$\text{ص}_{\text{ر}} = \pi_{\text{ر}1}\,\text{س}_1 + \pi_{\text{ر}2}\,\text{س}_2 + \cdots + \pi_{\text{رط}}\,\text{س}_{\text{ط}} + \text{ف}'_1$$

حيث ر = ١ ، ٢ ، ··· ، ن)

ونستكمل بعد ذلك تقدير المعالم فى المعادلة باستخدام الطريقـــــة المناسبة وتكون الصيغه المختزلـــة بالنسبه للنموذج الهيكلى السابق هى :

$$\text{ص}_{\text{و}} = \pi_{11}\,\text{ى}_{\text{و}-1} + \pi_{12}\,\text{ع}_{\text{و}} + \text{ف}'_1$$

$$\text{س}_{\text{و}} = \pi_{21}\,\text{ى}_{\text{و}-1} + \pi_{22}\,\text{ع}_{\text{و}} + \text{ف}'_2$$

$$\text{ى}_{\text{و}} = \pi_{31}\,\text{ى}_{\text{و}-1} + \pi_{32}\,\text{ع}_{\text{و}} + \text{ف}'_3$$

والثانيـة : تتلخص في حل النموذج الهيكلي واظهار المتغيرات الداخليـة بدلالة المتغيرات المحدده والمعالم الهيكلية والبواقي . وتكـون الصيغـة المختزلة للنموذج الهيكلي السابق هـي :

$$\text{ص}_{\text{و}} = \frac{\text{أ}_1 \, \text{ب}_2}{1 - \text{أ}_1 - \text{ب}_1} \, \text{ى}_{\text{و}-1} + \frac{\text{أ}_1}{1 - \text{أ}_1 - \text{ب}_1} \, \text{ع}_{\text{و}}$$

$$+ \frac{\text{ف}_1 + \text{أ}_1 \, \text{ف}_2 - \text{ب}_1 \, \text{ف}_1}{1 - \text{أ}_1 - \text{ب}_1}$$

$$\text{س}_{\text{و}} = \frac{\text{ب}_2 \, (1 - \text{أ}_1)}{1 - \text{أ}_1 - \text{ب}_1} \, \text{ى}_{\text{و}-1} + \frac{\text{ب}_1}{1 - \text{أ}_1 - \text{ب}_1} \, \text{ع}_{\text{و}}$$

$$+ \frac{\text{ف}_2 + \text{ب}_1 \, \text{ف}_1 - \text{أ}_1 \, \text{ف}_2}{1 - \text{أ}_1 - \text{ب}_1}$$

$$\text{ى}_{\text{و}} = \frac{\text{ب}_2}{1 - \text{أ}_1 - \text{ب}_1} \, \text{ى}_{\text{و}-1} + \frac{1}{1 - \text{أ}_1 - \text{ب}_1} \, \text{ع}_{\text{و}}$$

$$+ \frac{\text{ف}_1 + \text{ف}_2}{1 - \text{أ}_1 - \text{ب}_1}$$

ومن الواضح أنه حتى تتسق الصيغتين فان العلاقات الآتيه بين المعالم (π) والمعالم الهيكلية لابد وأن تتحقق وهـي :

$$\pi_{11} = \frac{\text{أ}_1 \, \text{ب}_2}{1 - \text{أ}_1 - \text{ب}_1} \quad ، \quad \pi_{21} = \frac{\text{أ}_1}{1 - \text{أ}_1 - \text{ب}_1}$$

$$\text{س}_{١٢} = \frac{\text{ب}_٢ \ (١ - \text{أ}_١)}{١ - \text{أ}_١ - \text{ب}_١} \qquad \text{س}_{٢٢} = \frac{\text{ب}_١}{١ - \text{أ}_١ - \text{ب}_١}$$

$$\text{س}_{١٢} = \frac{\text{ب}_٢}{١ - \text{أ}_١ - \text{ب}_١} \qquad \text{س}_{٢٢} = \frac{١}{١ - \text{أ}_١ - \text{ب}_١}$$

ونورد فيما يلي استنتاج معالم الصيغه المختزلـــه :

(أ) باحلال كل من ص‌و ، س‌و في المعادله الهيكلية الثالثة من النموذج تكون :

$$\text{ى}_\text{و} = (\text{أ}_١ \ \text{ى}_\text{و} + \text{ق}_١) + (\text{ب}_١ \ \text{ى}_\text{و} + \text{ب}_٢ \ \text{ى}_{\text{و}-١} + \text{ق}_٢) + \text{ع}_\text{و}$$

وباعادة ترتيب الحدود نحصل علـــى :

$$\text{ى}_\text{و} = \frac{\text{ب}_٢}{١ - \text{أ}_١ - \text{ب}_١} \ \text{ى}_{\text{و}-١} + \frac{١}{١ - \text{أ}_١ - \text{ب}_١} \ \text{ع}_\text{و} + \frac{\text{ق}_١ + \text{ق}_٢}{١ - \text{أ}_١ - \text{ب}_١}$$

وهى الصيغه المختزله للمعادلة الهيكلية الثالثـــه .

(ب) باحلال ى‌و في دالة الاستهلاك نحصل علـى :

$$\text{ص}_\text{و} = \text{أ}_١ \left(\frac{\text{ب}_٢}{١ - \text{أ}_١ - \text{ب}_١} \ \text{ى}_{\text{و}-١} + \frac{١}{١ - \text{أ}_١ - \text{ب}_١} \ \text{ع}_\text{و} + \frac{\text{ق}_١ + \text{ق}_٢}{١ - \text{أ}_١ - \text{ب}_١} \right) + \text{ق}_١$$

أى أن :

$$\text{ص}_\text{و} = \frac{\text{أ}_١ \ \text{ب}_٢}{١ - \text{أ}_١ - \text{ب}_١} \ \text{ى}_{\text{و}-١} + \frac{\text{أ}_١}{١ - \text{أ}_١ - \text{ب}_١} \ \text{ع}_\text{و} + \frac{\text{ق}_١ + \text{أ}_١ \ \text{ق}_٢ - \text{ب}_١ \ \text{ق}_١}{١ - \text{أ}_١ - \text{ب}_١}$$

وهى دالة الاستهلاك المختزلـــة .

(جـ) باحلال $ى_و$ في دالة الاستثمار فان :

$$س_و = ب_١ \left(\frac{ب_٢}{١ - أ_١ - ب_١} ى_{و-١} + \frac{١}{١ - أ_١ - ب_١} ع_و + \frac{ق_١ + ق_٢}{١ - أ_١ - ب_١} \right) + ب_٢ ى_{و-١} + ق_٢$$

أى أن :

$$س_و = \frac{ب_٢ (١ - أ_١)}{١ - أ_١ - ب_١} ى_{و-١} + \frac{ب_١}{١ - أ_١ - ب_١} ع_و + \frac{ق_٢ + ب_١ ق_١ + أ_١ ق_٢}{١ - أ_١ - ب_١}$$

وهى الصيغه المختزله لدالة الاستثمار.

وتقيس معالم الصيغه المختزله الاثر الكلى ، المباشر وغير المباشـر ، للتغير في المتغير المحدد على المتغيرات الداخلية ، بعد أن نأخذ في الاعتبـار الآثار المتداخله بين المتغيرات الداخلية المتجاوبه ، بينما تدل المعالم الهيكليـة على الاثر المباشر في نطاق قطاع واحد للاقتصاد . وعلى سبيل المثال فان ($\Pi_{١٢}$) تقيس أثر زيادة وحده واحده في $ى_{و-١}$ على قيمة الاستثمار.

ويتكون هذا الاثر من جزئين : الاول وهو الاثر المباشر على الاستثمار من خلال المعلمه $ب_٢$ التى جاءت في معادلة الاستثمار الهيكلية ، والثانى عباره عـن الاثر الاضافي الذى يرجع الى أن الزيادة في $ى_{و-١}$ تؤثر على $س_و$ ، وأن ($س_و$) تؤثـر على ($ى_و$) الذى يؤثر بدوره على ($س_و$) ، وفى النهاية فان ($ى_و$) تؤثر على ($ص_و$) الذى يؤثر بدوره على ($ى_و$) وبالتالى على ($س_و$) . ومعنى ذلك أن الاثر الكلـى ، الذى يقاس بالمعلمه $\Pi_{١٢}$ ، للتغير $ى_{و-١}$ على $س_و$ يمكن تجزئته الى الاجـزاء التاليـه :

$$\Pi_{١٢} = \frac{ب_٢ (١ - أ_١)}{١ - أ_١ - ب_١} = ب_٢ \left(١ + \frac{ب_١}{١ - أ_١ - ب_١} \right)$$

$$= \text{ب}_2 + \frac{\text{ب}_2 \ \text{ب}_1}{1 - \text{أ}_1 - \text{ب}_1}$$

الاثر الكلى = الاثر المباشر + الاثر غير المباشر

ومن أجل ذلك فان معاملات الصيغه المختزله تستخدم فى التنبؤ وفى وضع الاسس التحليلية للسياسات الاقتصادية حيث تعبر عن الاثر الكلى للتغير فى المتغيرات الخارجية على المتغير التابع.

ومن التعريفين السابقين للنموذج المختزل يمكننا الحصول على تقديرات لمعالم الصيغه المختزله بطريقتين :

الاولى : التقدير المباشر

ويمكن الحصول عليه باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية بعد عرض كل المتغيرات الداخلية كدوال فى المتغيرات المحدده فى النموذج . وتسمى طريقة التقدير فى هذه الحاله للحصول على قيم (Π) بطريقة المربعات الصغرى دون قيود (L S N R) حيث أنها لا تأخذ فى الاعتبار اية معلومات عن المعالم الهيكلية بمعنى أنها تستخدم اية قيود يمكن أن يفرضها شكل النموذج الهيكلى . وعلى سبيل المثال فان المعلومات الخاصه بكون بعض معالم المعادلات الهيكلية تصير مساويه الصفر اذا كانت متغيراتها لم تدخل فى المعادلة لا تأخذها طريقة المربعات الصغرى دون قيود فى الاعتبار . ومعنى ذلك أن هذه الطريقة لا تتطلب معلومات كاملة عن النموذج الهيكلى وانما كل ما تتطلبه هو بعض المعلومات عن المتغيرات المحدده التى تظهر فى النموذج .

الثانيــة : التقدير غير المباشــر

لاحظنا مما سبق أن هناك علاقة محدده بين معالم الصيغه المختزلـــة ومثيلاتها الهيكلية ، ومعنى ذلك أنه يمكننا الحصول أولا على تقديرات للمعالـــم الهيكلية باستخدام طريقة التقدير المناسبه ثم احلال هذه التقديرات فى العلاقـــات المشار اليها للحصول بطريقة غير مباشرة على قيم (π) ، أى أن هذه الطريقـــة تتم فى ثلاث خطـــوات :

ـ حل نموذج المتغيرات الداخلية بحيث تحتوى كل معادلة فقـــط على المتغير المحدده المفسره ، ويتم ذلك بالاحلال المستمر للمتغيرات حـــتى نصل الى الصيغه المختزله لجميع المعادلات فنحصل فى النهاية على المعادلات الـــتى توضح العلاقة بين معالم π ، β ، γ .

٢ ـ الحصول على تقديرات للمعالم الهيكلية باستخدام اية طريقة تقديـــر قياسى مناســـبه .

٣ ـ احلال قيم β ، γ فى المعادلات التى تربط بين المعالـــم ، والتى أمكن الوصول اليها فى الخطوة الاولى للحصول على تقديرات معالم الصيغـــة المختزلـــة .

وهذه الطريقـــة وأن كانت معقده بعض الشئ الا انها تتميز عن طريقـــة التقدير المباشر دون قيـود (L S N R) من حيث كفاءة التقدير ، وأمكـــان أخذ التغيرات الهيكلية التى تتم باستمرار على مر الزمن ، فى الاعتبار عند التقدير .

(٢) تعريف مشكلة التميز

التميز مشكلة تهتم بصياغة النموذج وليس بتقديره أو تقييمه • فيقال أن النموذج متميز اذا كانت صيغته الاحصائية وحيده • وتمكننا من الحصول على تقديرات وحيده لمعالمه • واذا كان النموذج غير متميز فان تقديرات معالم العلاقات المقيسه من العينات يمكن أن تنسب للنموذج موضوع الدراسة • أو لنموذج آخر • أو لخليط من النماذج •

ويصاغ النموذج القياسي غالبا في شكل مجموعه من المعادلات الآنيه • ويسمى النموذج كاملا اذا احتوى على عدد من المعادلات المستقله بعدد المتغيرات الداخلية على الاقل • والمقصود بالاستقلال هنا هو عدم امكانية استنتاج معادلة اخرى تحتوى على نفس المتغيرات الموجوده في المعادلة المطلوب تميزها. ولتميز النموذج لابد وأن يكون هذا النموذج كاملا • وأن تتميز كل معادلة من معادلاته •

وليزداد تصورنا لمعنى مشكلة التميز نأخذ مثالا من نظرية توازن السوق • نفترض النموذج التالي البسيط لسوق احدى السلع :

ط = ب + ب١ ع + ق١

ص = أ٠ + أ١ ع + ق٢

ط = ص

حيث ط = الكمية المطلوبة • ص = الكمية المعروضة

ع = السعر

والمعادلة الاولى هي دالة الطلب • والثانية هي دالة العرض • والثالثة هي شرط توازن السوق • ويعتبر هذا النموذج كاملا حيث انه يتركب من ثلاثة معادلات لثلاث متغيرات داخليه هي ط • ص • ع •

والسؤال الآن هل كل معادلة مميزه •

وللحصول على تقديرات لكل من ب ، جـ ، وهي معالم معادلة الطلب ، تستخدم عادة السلاسل الزمنية للكميات المشتراه من السلعة ، علما بأن الكميات المشتراه تساوى الكميات المباعة عند سعر معين . وتسجل بيانات السوق فقط توازن العرض والطلب عند السعر السائد في السوق في نقطة زمنية معينة . وتدل السلاسل الزمنية على عينة من بيانات الكميات المطلوبة (ط) ، والكميات المعروضة (ض) في نفس الوقت عند السعر السائد في السوق . واذا استخدمت هذه البيانات في التقدير فان الدالة التي نسعى الى قياس معالمها هي في الحقيقة الدالة ك = د (ع) . وهذه الدالة قد تكون دالة الطلب أو دالة العرض . اذن كيف نتأكد أي الدالتين هي موضوع القياس ، بمعنى أنه اذا ادعى باحث أن الدالة المقيسة هي دالة الطلب ، وادعى آخر انها دالة العرض فأيهما يكون على حق من دعواه . من الواضح أنه لابد لنا من معايير تعاوننا على التحقق من أن المعالم المقيسة تنتمي الى احدى الدالتين وليست الى الاخرى . هذه المعايير هي شروط التمييز التي سيأتي شرحها فيما بعد . ومن ناحية اخرى وربما يساعدنا شكل الانتشار في بعض الاحيان على حل هذه المشكلة . فان تجمعت النقط حول خط هابط نحو اليمين كانت البيانات لمنحنى طلب ، وإن اقتربت من خط صاعد دلت البيانات على أنها لمنحنى عرض ، أما اذا كانت النقط مبعثرة ما كانت لهذا أو لذاك . ونظرا لان هذا الحل ليس بالضرورة صحيحا ، كان ولابد من التعرف على العوامل الاخرى التي تؤثر على العرض والطلب . أن أي نموذج ، كالسابق ذكره ، والذي تظهر فيه بعض المتغيرات المفسرة في كل معادلة ، يستحيل قياسه احصائيا . ولما كان العرض والطلب يتحددان عن طريق عدد من العوامل الاخرى بخلاف السعر ، وتسبب التغيرات في هذه العوامل في انتقال المنحنيات ، فإن من الضروري توافر المعلومات عن انتقال هذه المنحنيات حتى يمكن تمييز معالم هذه العلاقات . ويصبح من السهل الآن أن نرى أن شكل الانتشار الذي تجمعت فيه النقط المشاهدة للمنحنيين ، في نحو خط هابط لا يشير بالضرورة الى دالة طلب ، بالرغم من الارتباط

القوى بين ك ، ع حيث أن بيانات هذين المتغيرين قد تولدت نتيجة تقاطع منحنيات العرض والطلب المتنقلـــة .

أن استخدام مثل هذه البيانات لقياس العلاقة بين ك ، ع أن للدالـة ك = د (ع) سيوصلنا الى ارتباط سالب قوى ، ومعلمه سالبه ، والى دالة طلـب غير حقيقية . أن الدالة المقيسه في هذه الحاله هي خليط من قوى العرض والطلب ، وتكون معالمها خليط ايضا من معالم الدالتين . كل ذلك نتيجة اغفال العوامـل الاخرى التى تسببت في انتقال دوال العرض والطلب.

أما اذا توافرت المعلومات عن العوامل الاخرى المحدده لانتقـال منحنيات العرض والطلب لامكن تمييز الداله التى تخصها البيانات . والمثال علـى ذلك حالة ظهور منحنى الطلب مستقرا الى حد ما خلال فترة البحث ، نظـرا لان العوامل الاخرى التى تؤثر فيه ، كالدخل والاذواق والاسعار البديلـه بقيت ثابته تقريبا ، بينما يكون انتقال العرض واضحا بسبب التغير في العوامـل الاخرى المؤثره كالظروف الجوية مثلا . أن مثل هذه الظروف ستجعل البيانـات مميزه لدالة الطلب . وتنطبق هذه الحاله على أغلب السلع الزراعية التى يتأثـر المعروض منها بتقلبات الجو الشديده ، بينما الطلب عليها لا ينتقل كثيرا على مـر الزمن . فمن الملاحظ انخفاض مرونة الدخل ، وعدم تغير اذواق المستهلكـين للسلع الزراعية . ويظهر ذلك في الشكل التالى (جـ) .

ومن ناحية اخرى قد يكون العرض مستقرا بينما ينتقل الطلـب بوضوح بسبب تغير الاذواق والدخول . وتحت هذه الظروف فان البيانات المتولـده عن تقاطع قوى العرض والطلب ستميز دالة العرض ، كما هو واضح في الشكل التالـى (ب) .

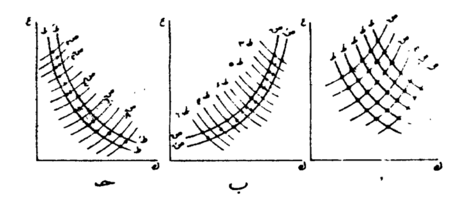
أما اذا انتقل كل من العرض والطلب بشكل ملحوظ أدى ذلك الـى حصولنا على نقط مبعثره في شكل الانتشار كما يتضح في الشكل (أ) . وبالرغم مـن ذلك فقد يكون من الممكن تمييز كل من الدالتين أو احداها اذا ما توصلنا الـى العوامل المتسببه في هذا الانتقال . فاذا انتقل الطلب نتيجة تغير الدخـل ،

وانتقل العرض نتيجة تغير الظروف الجوية وصار النموذج بالصوره التاليه :

ط = د (ع ، ى)

ص = د (ع ، س)

أمكن تمييز كل من الدالتين بالرغم من بعثرة البيانات فى شكل الانتشار .



ونخلص من ذلك كله أنه اذا رغب الباحث فى قياس دالة معينة من نموذج المعادلات الآنيه ، فان الداله لابد وأن تكون مستقره نوعا ما خلال فترة البحث ، بمعنى أن انتقالها يكون فى حدود ضيقه بالنسبه الى العلاقات الاخرى فى نفس النموذج . فيكون من الممكن اذن قياس دالة الطلب اذا كانت مستقره نوعا ما ، بينما دالة العرض تظهر تغيرا واضحا . ويتحقق هذا الشرط اذا تغيرت بعض العوامل التى لم تتضمنها دالة الطلب بشكل ملحوظ ، مما يتسبب عنه انتقال دالة العرض أو اية دوال اخرى . بمعنى أنه لتمييز دالة الطلب لابد من تغير بعض العوامل التى غابت عنها ، وظهرت فى دالة العرض خلال فترة البحث . وبالمثل لتمييز دالة العرض لابد من تغير العوامل التى غابت عنها ولكنها تؤثر على دالة الطلب . وهذا يكون اساس مفهوم التمييز هو : يتوقف تمييز داله ما على المتغيرات الغائبة منها ، بينما تكون هذه المتغيرات فى نفس الوقت مؤثره على الداله أو الدوال الاخرى فى النموذج ، بمعنى أنه يمكننا تمييز دالة ما بالمتغيرات التى لم تظهر فيها .

وزيادة في توضيح المشكلة نسوق الآن مثالا لدالة معينة تتميز دالة ما تنتمي الى مجموعة من المعادلات الآتيه اذا كانت هذه الدالة لها صيغة احصائية وحيده ، أي اذا لم يوجد بالنموذج معادلة اخرى ، أو أي معادلة يمكن الحصول عليها جبريا من المعادلات الاخرى بالنموذج ، وتحتوى على نفس المتغيرات التي تظهر في المعادلة المطلوب تمييزها . ولتصوير هذا التعريف نعرض نموذج السوق لاحدى السلع ومعادلاته هى :

ط = ب + ب$_1$ ع + ق$_1$ (١)

ص = أ$_0$ + أ$_1$ ع + ق$_2$ (٢)

ط = ص (٣)

والسؤال الآن : هل التقديرات التي سنحصل عليها باستخدام بيانات عن الكميات المطلوبة والسعر يمكن تمييزها كمعالم حقيقية للطلب ب ، ب$_1$. اذا عوضنا في المعادلة الاخيره عن الكميات ص فاننا نحصل على :

ط = أ$_0$ + أ$_1$ ع + ق$_2$ (٤)

ومعنى ذلك حصولنا على معادلتين الاولى والرابعه لهما نفس الصياغة الاحصائية مع احتوائها على نفس المتغيرين ط ، ع وأن ظهرت معالم الطلب ب ، ب$_1$ في الاولى ، وظهرت معالم العرض أ$_0$ ، أ$_1$ في الرابعة . ومعنى ذلك انه اذا ما استخدمت بيانات ط ، ع للحصول على انحدار ط على ع لما تأكد لدينا أن التقديرات التي نحصل عليها هى حقيقة ب ، ب$_1$ أو أ$_0$ ، أ$_1$. معادلة الطلب لم تكن لها صيغه احصائية وحيده ولذا فان معالمها غير مميزه احصائيا .

وبالطرق الجبريه يمكننا ايضا الحصول على عديد من المعادلات التي لها نفس الصيغه الاحصائية كدالة الطلب . فاذا ضربنا المعادلة (١) في ثابت م$_1$ والمعادلة (٤) في ثابت آخر م$_2$ فاننا نحصل على :

م$_1$ ط = م$_1$ ب + م$_1$ ب$_1$ ع + م$_1$ ق$_1$

م$_2$ ط = م$_2$ أ$_0$ + م$_2$ أ$_1$ ع + م$_2$ ق$_2$

وبالجمع نحصل على :

$$(م_1 + م_2)\ ط = (م_1 ب + م_2 أ_\cdot) + (م_1 ب_1 + م_2 أ_1) ع + (م_1 ق_1 + م_2 ق_2)$$

وبقسمة طرفي المعادلة على $م_1 + م_2$ تصبح المعادلة هي :

$$ط = \left(\frac{م_1 ب + م_2 أ_\cdot}{م_1 + م_2}\right) + \left(\frac{م_1 ب_1 + م_2 أ_1}{م_1 + م_2}\right) ع + \frac{م_1 ق_1 + م_2 ق_2}{م_1 + م_2}$$

والمعادلة الاخيرة تمثل العلاقة بين ط ، ع ويمكن كتابتها بالصورة :

$$ط = أ'_\cdot + أ'_1 ع + ق^*$$

$$\text{حيث } أ'_\cdot = \frac{م_1 ب + م_2 أ_\cdot}{م_1 + م_2}$$

$$أ'_1 = \frac{م_1 ب_1 + م_2 أ_1}{م_1 + م_2}$$

$$ق^* = \frac{م_1 ق_1 + م_2 ق_2}{م_1 + م_2}$$

وبها نفس المتغيرات التي ظهرت في المعادلة الهيكلية الاولى من النموذج ولكن معالمها خليط من معالم دالة الطلب ودالة العرض مع الثابتين الافتراضين ($م_1$ ، $م_2$).

ومعنى ذلك أنه باستخدام الاساليب الجبرية على المعادلات الهيكلية للنموذج امكن الحصول على معادلة لا هي بدالة طلب ولا بدالة عرض ، وانما هي خليط من كليهما وأن كانت صيغتها الاحصائية كدالة الطلب . ولذا فان دالة الطلب تكون غير مميزة ، أو بمعنى أدق فان معالم دالة الطلب تكون

غير مميزه ، حيث أن استخدام عينه من المشاهدات ، تحت هذه الظروف ، في قياس الداله ط = د (ع) سيؤدي الى حصولنا على تقديرات يستحيل تمييزها فهل هي ب ، ب١ أم آ. ، آ١ أم آ. ، آ١ .

ونخلص من كل ما سبق : أ — أن تمييز النموذج يعني تمييز كل معادلة من معادلاته . ب — يتحقق تمييز معالم اية معادلة اذا كانت صيغتها الاحصائية وحيده unique . وهناك شرطان اساسيان لتمييز العلاقات هما : شرط الدرجة order condition وشرط الرتبه rank condition

والحالات الممكنه للتمييز هي أن تكون المعادلة غير مميزه underidentified أو مميزه identified . وفي حالة كونها مميزه فقد تكون مميزه تماما Exactly identified . أو اكثر من مميزه overidentified

والمعادلة غير المميزه هي المعادله التي صيغتها الاحصائية غير وحيده . والنموذج غير المميز هو النموذج الذي تكون معادله أو اكثر من معادلاته غير مميزه . أما اذا كانت المعادلة ذات صيغه احصائية وحيده أمكن وصفها بأنها مميزه . ويكون النموذج مميزا أن كانت جميع معادلاته مميزه .

ويجدر بنا أن ننوه هنا أن مشاكل التمييز أنما تظهر بالنسبه للمعادلات التي بها معالم يجب تقديرها احصائيا . ولذا فان المعادلات التعريفيه والمتطابقات ، أو شروط التوازن ، لا يتطلب الامر تمييزها ، حيث أنها لا تحتاج الى قياس . فالتمييز يرتبط تماما بتقدير معالم النموذج . فاذا لم تتميز معادلة أو نموذج استحال تقدير معالمها بأحدى طرق القياس . أما المعادلة المميزه فيمكن بصفه عامه تقدير معالمها احصائيا : فالمميزه تماما يكون أنسب طرق التقدير لها هي طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة (ILS) ، أما الاكثر من مميزه فأفضل الطرق لتقدير معالمها هي طريقة المربعات الصغرى ذو المرحلتين (2SLS) ، أو طريقة الامكان الاكبر .

(٣) شـــروط التمـــيز

يتم التميز اما باختبار توصيف النموذج الهيكلى ، أو باختبــــار الصيغه المختزله للنموذج . وأن كان التميز غالبا ما يتم عن طريق الصيغــــــه المختزله ، حيث أن اصطلاح التميز قد استخدم أصلا للدلاله عن امكانيــــة استنتاج قيم لمعالم العلاقات الهيكلية من معلوماتنا عن معالم الصيغــــــــة المختزله . وسنعمل على شرح التميز بالنسبه للصيغتين الهيكلية والمختزلـــــه، علما بأنه عند تطبيق شروط التميز علينا أن نتجاهل وجود الثابت في المعادلة .

أ ــ تميز الصيغه الهيكلية للنموذج

هناك شرطان لابد من تحقيقهما لتميز المعادله :

١ ــ شـرط الدرجـــــة order condition

يعتمد هذا الشرط على قاعده عد المتغيرات التى تظهر، والتى لـــم تظهر، في المعادلة وهو شرط ضرورى وليس كافيا لتميز المعادلة، بمعنى انـــــه قد يتحقق بالنسبه لمعادلة ما ولكنها لا تزال غير مميزه . ويستلزم الشـــــرط لتميز معادله ما أن يكون عدد المتغيرات الكلية (الداخلية والخارجيـــــة) التى لم تظهر فيها مساويا أو اكبر من عدد المتغيرات الداخلية في النمــــوذج مطروحا منها الواحد الصحيح . وحيث انه في النموذج الكامل يكون عـــــدد المتغيرات الداخلية مساويا عدد معادلات النموذج، فان شرط الدرجة يمكـــن صياغته بالصوره الآتيه : لتميز معادله ما يجب أن يكون عدد المتغيرات الكليــة التى لم تظهر في المعادلة، ولكنها ظهرت في باقى معادلات النموذج، مساويـــا على الاقل عدد المعادلات مطروحا منه الواحد الصحيح .

بمعنى أن ك ــ ل ≥ م ــ ١

(عدد المتغيرات التى لم تظهر في المعادلة وظهرت في باقى النموذج) ≥ عدد المعادلات ــ ١

حيث ك = عدد المتغيرات الكلية في النموذج ، داخليه ومحدده .

ل = عدد المتغيرات ، داخليه وخارجية ، والتي تظهر في المعادلة المطلوب تمييزها .

م = عدد معادلات النموذج = عدد المتغيرات الداخلية

فإن احتوى نموذج على ١٠ معادلات بها ١٥ متغيرا : عشرة منها داخلية وخمسه خارجية . فالمعادلة التي يظهر بها ١١ متغيرا لا تكون مميزه بينما تتميز معادلة اخرى بها خمسة متغيرات . بتطبيق شرط الدرجة نجد أنه بالنسبه للمعادلة الاولى

(ك ــ ل) ≷ (م ــ ١)

(١٥ــ١١) > (١٠ــ١)

أي أن شرط الدرجة لم يتحقق فالمعادلة غير مميزه .

أما بالنسبه للمعادلة الثانية فيتحقق الشرط حيث أن :

(١٥ــ٥) < (١٠ــ١)

٢ ــ شرط الرتبه

وهو شرط ضروري وكافي وينص على أنه : في النموذج الذي يحتوى على م من المعادلات ، تتميز معادلة ما اذا أمكن الحصول على الاقل على محدد غير صفرى من الدرجه (م ــ١) من معالم المتغيرات التي لم تظهر في المعادلة المطلوب تمييزها ، ولكنها تظهر في باقي معادلات النموذج وعددها م ــ١ . أي اذا كانت المصفوفة التي يمكن تركيبها من معالم كل المتغيرات (الداخلية والمحدده) التي لم تظهر في المعادلة المراد تمييزها ، من الرتبة (م ــ١)

وتتلخص خطوات اختبار تمييز معادلة هيكلية ما في الآتي :

أ ــ تكتب معالم جميع معادلات النموذج في جدول منفصل مع ملاحظة أن معلمة المتغير الذي لم يظهر في المعادلة تساوى الصفر .

وعلى سبيل المثال اذا كان النموذج الهيكلي بالصوره الآتيه :

$$ص_١ = ٣ص_٢ - ٢س_١ + س_٢ + ق_١$$

$$ص_٢ = ص_٣ + س_٣ + ق_٢$$

$$ص_٣ = ص_١ - ص_٢ - ٢س_٢ + ق_٣$$

حيث ص هى المتغيرات الداخلية ، س المتغيرات المحدده فيعاد كتابة النمودج بالصورة الآتيــــه :

$$- ص_١ + ٣ ص_٢ + صفر ص_٣ - ٢ س_١ + س_٢ + صفر س_٣ + ق_١ = صفر$$

$$صفر ص_١ - ص_٢ + ص_٣ + صفر س_١ + صفر س_٢ + س_٣ + ق_٢ = صفر$$

$$ص_١ - ص_٢ - ص_٣ + صفر س_١ + صفر س_٢ - ٢ س_٣ + ق_٣ = صفر$$

وباهمال المتغير العشوائى فى المعادلات فان يمكن ترتيب معالم النموذج كالآتــى :

المعادله	المتغـــــيرات					
	$ص_١$	$ص_٢$	$ص_٣$	$س_١$	$س_٢$	$س_٣$
الاولـــى	ـ١	٣	صفـر	ـ٢	١	صفـر
الثانيـــة	صفر	ـ١	١	صفـر	صفـر	١
الثالثـة	١	ـ١	ـ١	صفـر	صفـر	ـ٢

ب ـ نشطب صف معالم المعادلة المطلوب تميزها ، فاذا اردنا تمييز المعادلة الثانيــة مثلا ، شطبنا الصف الثانى من جدول المعالم السابق .

حـ ـ نشطب الاعمدة التي تظهر فيها المعالم غير الصفرية بالمعادلة المطلوب تمييزها . ونشطب الصف والاعمدة المشار اليها . يتبقى لدينا معالم المتغيرات التي لم تظهر في المعادلة المطلوب تمييزها وانما ظهرت في المعادلات الاخرى من النموذج . وعلى سبيل المثال اذا اردنا اختبار تمييز المعادلة الثانية من النموذج . فنشطب الاعمدة التي ترتيبها الثاني والثالث والسادس في الجدول السابق .

وفي النهاية نحصل الجداول التاليـــة :ـ

جدول المعالم الهيكلية

	ص١	ص٢	ص٣	س١	س٢	س٣
(١)	ـ١	٢	صفر	ـ٢	١	صفر
(٢)	صفر	[illegible]	[illegible]	صفر	صفر	[illegible]
(٣)	١	٢	ـ١	صفر	صفر	ـ١

جدول معالم المتغيرات التي لم تظهر في المعادلة المطلوب تمييزها

ص١	س١	س٣
ـ١	ـ٢	١
١	صفر	صفر

د ـ نحصل على المحددات التي من الدرجة (م ـ١) ونحصل على قيمها . فاذا كانت احدى هذه المحددات على الاقل غير صفرية كانت المعادلة مميزة . أما اذا كانت جميع المحددات من الدرجة (م ـ ١) صفرية كانت المعادلة غير مميزة .

ففي المثال السابق ـ حيث المعادلة الثانية هي المعادلة المطلوب تمييزها يمكن الحصول على ثلاث محددات من الدرجة (م ـ١) = ٣ ـ١ = ٢ . والمحددات هي :

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 1 & \text{صفر} \end{vmatrix} \neq \text{صفر} \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ \text{صفر} & \text{صفر} \end{vmatrix} = \text{صفر} \qquad \Delta_3 = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & \text{صفر} \end{vmatrix} \neq \text{صفر}$$

ومنها يتضح انه امكن الحصول على محددين غير صفريين من الدرجة (م ـ١) = ٣ ـ١ = ٢ . ومعنى هذا أن المعادلة الثانية مميزة .

هـ ـ وللتعرف عما اذا كانت المعادلة مميزة تماما أو اكثر من مميزه نستخدم شرط الدرجة (ك ـ ل) ≷ (م ـ ١)٠

فاذا كانت (ك ـ ل) = (م ـ ١) كانت المعادلة مميزه تماما

واذا كانت (ك ـ ل) > (م ـ ١) كانت المعادلة اكثر من مميزه

وفى حالة المعادلة الثانية نجد أن م = ٢ ، ك = ٦ ، ل = ٣٠

وبالتعويض يكون (٦ ـ ٣) > (٢ ـ ١) ، أى أن المعادلة اكثر من مميزة٠

مثــــال (١)

اذا كان لدينا نموذج يصف سوق احدى الحاصلات الزراعية ٠ نعلم من نظرية التوازن الجزئى أن سعر السوق يتحدد بقوى العرض والطلب ، فالعوامل التى تحدد الطلب هى سعر السلعة ، واسعار السلع الاخرى ، والدخل واذواق المستهلكين ٠ وبالمثل فالعوامل التى تحدد العرض هى سعر السلع والاسعار الاخرى ، والتكنولوجيا ، واسعار عناصر الانتاج والظروف الجوية٠ وشرط التوازن هو تساوى العرض والطلب٠

ويمكن صياغة ما سبق فى صيغة النموذج الرياضى التالى :

ط = أ. + أ١ ع١ + أ٢ ع٢ + أ٣ ى + أ٤ ت + ق١

ض = ب. + ب١ ع١ + ب٢ ع٢ + ب٣ س + ب٤ ت + ق٢

ط = ض

حيث ط = الكمية المطلوبة ض = الكمية المعروضة

ع١ = سعر السلعة ع٢ = اسعار السلع الاخرى

ى = الدخل س = رقم قياسى لاسعار عناصر الانتاج

ت = اتجاه الزمن وهو الاذواق فى دالة الطلب والتكنولوجيا فى دالة العرض٠

والنموذج السابق كامل انه يتكون من ثلاث معادلات بها ثلاث متغيرات داخلية ط ، ض ، ع١ ٠ أما المتغيرات الاخرى = ى ، ع٢ ، س ، ت فهى متغيرات خارجية٠

فالسؤال الآن هل دالة العرض مميزة ؟ علينا اذن أن نطبق شرطي التمييز .

١ ـ شرط الدرجـــه (ك ـ ل) ≤ (م ـ ١)

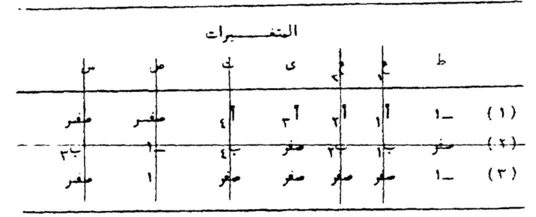
في المثال السابق ك = ٧ ، ل = ٥ ، م = ٣

أي أن (٧ ـ ٥) = (٣ ـ ١) = ٢

وبالتالي فان المعادلة الثانية ، معادلة العرض ، تحقق الشرط الاول للتمييز .

٢ ـ شرط الرتبـــه

وفيما يلي جدول النموذج الهيكلـــــي



المتغـــــيرات

	ط	ع١	ع٢	ى	ك	ص	س
(١)	ـ١	أ١	أ٢	أ٣	أ٤	صفـر	صفر
(٢)	صفر	ب١	ب٢	صفر	ب٤	ـ١	ب٣
(٣)	ـ١	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر

فاذا شطبنا الصف الثاني والاعمده التي ترتيبها الثاني والثالث والخامس والسادس والسابع حصلنا في النهاية على الجدول التالي لمعالم المتغيرات الـــــتي لم تظهر في المعادلة الثانيـــــه .

ـ١	أ٣
ـ١	صفـر

ومن هذا الجدول يمكن الحصول على محدد واحد غير صفري من الدرجة (م ـ ١) = (٣ ـ ١) = ٢

Δ | ـ١ أ٣ | = (ـ١ × صفر) ـ (ـ١ × أ٣)

  | ـ١ صفر | = أ٣

وتكون قيمة المحدد غير صفرية بشرط كون أ٣ ≠ صفـر

ومن ذلك يتضح أن الشرطين قد تحققا ، أى أن المعادلة الثانية فى النموذج مميزه . كما نجد أنها مميزه تماما حيث أن من شرط الدرجة نجـــد أن (٧ ـ ٥) = (٣ ـ ١) = ٢ .

مثـال (٢)

فيما يلى نموذج كينز البسيط لتحديد الدخـــل :

دالة الاستهلاك = $ك_و$ = أ. + أ١ $ى_و$ ـ أ٢ ص + ق١

دالة الاستثمار = $س_و$ = ب + ب١ $ى_{و-1}$ + ق٢

دالة الضرائب = $ص_و$ = جـ + حـ١ $ى_و$ + ق٣

دالة تعريفية = $ى_و$ = $ك_و$ + $س_و$ + ع

حيث ك = الاستهلاك ى = الدخـل

ص = الضرائب س = الاستثمار

ع = الانفاق الحكومى

والنموذج كامل حيث أنه يتكون من معادلات بعدد المتغيرات الداخلية ، وهى اربعة متغيرات داخلية هى ك ، س ، ص ، ى ، ومتغيرين محددين همـــا $ى_{و-1}$ ، والانفاق الحكومى ع .

المعادلة الاولى = دالة الاستهلاك غير مميزه

١ ـ شرط الدرجة = (ك ـ ل) ≥ (م ـ ١)

ك = ٦ ، ل = ٣ ، م = ٤

(٦ ـ ٣) = (٤ ـ ١) = ٣

أى أن شرط الدرجة قد تحقق .

٢ ـ شرط الرتبــه

الجدول التالى هو جدول المعالم الهيكليـــة :

	المتغيرات					
	ل	ى	ص	س	ى‑١	ع
(١)	ـ١	١	١	صفر	صفر	صفر
(٢)	صفر	صفر	صفر	ـ١	ب١	صفر
(٣)	صفر	حـ	ـ١	صفر	صفر	صفر
(٤)	٢	ـ١	صفر	١	صفر	١

وبحذف السطر الاول والاعمده الثلاثه الاولى ، نحصل على جدول معالـــــم المتغيرات التى لم تظهر وصورته هـــى :

ـ١	ب١	صفر
صفر	صفر	صفر
١	صفر	١

ويتضح من هذا الجدول أن قيمته تساوى الصفر حيث أن الصف الثانى لا يحتوى الا على اصفار ، أى أنه لا يمكن الحصول على محدد غير صفرى من الدرجـــــة (م ـ ١) = ٣ ومعنى ذلك أن شرط الرتبه لا يتحقق.

والنتيجة هى أن دالة الاستهلاك غير مميزه بالرغم من تحقق شرط الدرجه.

المعادلة الثانية : دالة الاستثمار اكثر من مميزه.

١ ـ شـرط الدرجة

يتحقق هذا الشرط حيث أن (ك ـ ل) ≥ (م ـ ١)

ك = ٦ ، ل = ٢ م = ٤

(٦ ـ ٢) ٤ ≥ (٤ ـ ١)

٢ – شرط الرتبـــــة

بحذف الصف الثاني والعمودين الرابع والخامس من جدول

المعالم الهيكلية نحصل على جدول معالم المتغيرات التي لم تظهر وصورته :

١–	$أ_١$	$أ_٢$	صفر
صفر	$حـ_١$	١–	صفر
١	١–	صفر	١

وتكون قيمة المحدد الاول ٣×٣ من معالم المتغيرات التي لم تظهر هـــــي :

$$ف_١ = -١ \begin{vmatrix} حـ_١ & -١ \\ -١ & صفر \end{vmatrix} - أ_١ \begin{vmatrix} صفر & -١ \\ ١ & صفر \end{vmatrix} + أ_٢ \begin{vmatrix} صفر & حـ_١ \\ ١ & -١ \end{vmatrix}$$

$$= ١ + أ_١ - أ_٢ \; حـ_١ \neq صفر$$

$$بشرط أ_١ - أ_٢ \; حـ_١ \neq -١$$

وبذا يتحقق شرط الرتبة • ومن شرط الدرجة يتبين أن دالة الاستثمار أكثر من مميزه •

والمعادلة الثالثة : دالة الضرائب يسهل تمييزها باتباع نفس الاسلـــــوب ٥

وتطبيق الشرطين السابقين •

ب – تمييز الصيغة المختزلة للنموذج

هناك ايضا شرطان لتمييز الصيغة المختزلة للنموذج : شرط الدرجة

وشرط الرتبة • والشرط الاول هو نفس الشرط الوارد في حالة النموذج الهيكلـــــي •

أما شرط الرتبة فيرجع الى قيمة المحدد الذى يتكون من بعض معالم الصيغة المختزلة•

ويتلخص هذا الشرط في الآتـــي :

اذا فرضنا أن $ج_١$ = عدد المتغيرات الداخلية في معادلة معينـــــة •

فان شرط الرتبة في هذه الحالة يكون : تتميز معادلة ما تحتوى على $ج_١$ من المتغيـــــيرات

الداخلية اذا كان من الممكن الحصول على محدد غير صفرى واحد على الاقل من الدرجة (م–١) من معالم المتغيرات الخارجية (المحدده) التى لم تظهر فى المعادلة بصيغتها المختزله .

وفيما يلى الخطوات المتبعة عند التمييز :

١ ـ نحصل على الصيغة المختزله للنموذج الهيكلى الذى يمكن أن نفترضه فى الصوره :

$$\text{ص}_1 = \text{ب}_{21}\,\text{ص}_2 + \gamma_{11}\,\text{س}_1 + \gamma_{21}\,\text{س}_2 + \text{ق}_1$$

$$\text{ص}_2 = \text{ب}_{32}\,\text{ص}_3 + \gamma_{22}\,\text{س}_3 + \text{ق}_2$$

$$\text{ص}_3 = \text{ب}_{13}\,\text{ص}_1 + \text{ب}_{23}\,\text{ص}_2 + \gamma_{33}\,\text{س}_3 + \text{ق}_3$$

وهذا النموذج الهيكلى كامل، اذ يتركب من ثلاث معادلات لثلاث متغيرات داخلية هى ص١ ، ص٢ ، ص٣، وبالنموذج ايضا ثلاث متغيرات خارجية هى س١ ، س٢ ، س٣.

وتكون الصيغة المختزله للنموذج هى :

$$\text{ص}_1 = \pi_{11}\,\text{س}_1 + \pi_{21}\,\text{س}_2 + \pi_{31}\,\text{س}_3 + \text{ف}'_1$$

$$\text{ص}_2 = \pi_{12}\,\text{س}_1 + \pi_{22}\,\text{س}_2 + \pi_{32}\,\text{س}_3 + \text{ف}'_2$$

$$\text{ص}_3 = \pi_{13}\,\text{س}_1 + \pi_{23}\,\text{س}_2 + \pi_{33}\,\text{س}_3 + \text{ف}'_3$$

حيث نجد أن المعالم (π) دوال فى المعالم الهيكلية.

٢ ـ نحصل من المعادلات المختزله على جدول المعالم المختزله للمتغيرات الخارجية.

	المتغيرات الخارجية		
	س١	س٢	س٣
(١)	π_{11}	π_{21}	π_{31}
(٢)	π_{12}	π_{22}	π_{32}
(٣)	π_{13}	π_{23}	π_{33}

ثم نشطب الصفوف التي تناظر المتغيرات الداخلية التي لم تظهر في المعادلـــة المطلوب تمييزها ، وكذلك كل الاعمدة الخاصة بالمتغيرات الخارجية الموجـودة في الصيغة الهيكلية لهذه المعادلة. ويتبقى بعد ذلك معالم الصيغـــــــة المختزلة للمتغيرات الخارجية التي لم تظهر في المعادلة الهيكلية.

عند تمييز المعادلة الثانية مثلا ، علينا أن نشطب الصـــــف الاول ، حيث أن ص١ لم تظهر في المعادلة الثانية ، ونشطب العمـــود الثالث ، حيث أن س٣ موجودة في المعادلة . وتكون معالم الصيغة المختزلـــة للمتغيرات الخارجية التي لم تظهر هـــي :

π_{11}	π_{12}
π_{31}	π_{32}

٣ — نختبر درجة المحددات التي نحصل عليها من جدول معالم (π) السابق ، فاذا كانت درجة اكبر محدد غير صفرى هي (م − ١) كانت المعادلـــة مميزة ، والا فالمعادلة غير مميزة .

مثـال :

اذا كان لدينا النموذج الهيكلي التالـــــى :

ص١ = ٣ ص٢ − ٢ س١ + س٢ + ق١

ص٢ = ص٣ + س٣ + ق٢

ص٣ = ص١ − س١ − ٢ س٣ + ق٣

ولتمييز كل من المعادلات الهيكلية باستخدام الصيغ المختزلة نحصل أولا على الصيغة المختزلة للنموذج وهـــــى :

ص١ = ٤ س١ − ٢ س٢ + ٣ س٣

ص٢ = ٢ س١ − س٢ + س٣

ص٣ = ٢ س١ − س٢

المعادلة الأولـــى :

١ — شـرط الدرجـــة

(ك — ل) ≮ (م — ١)

ك = ٦ ل = ٤ م = ٣

(٦ — ٤) = (٣ — ١) = ٢

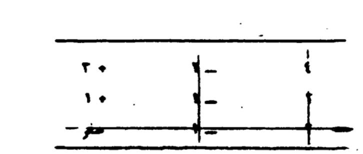
وهذا يتحقق الشرط الضرورى للتمييز .

٢ — شـرط الرتبـــة

المتغير الداخلي الذى لم يظهر : ص٣

المتغيرات الخارجية التى ظهرت : س١ ، س٢

جدول كل معالم الصيغة المختزلة



٤	٢ —	٢٠
٢	٢ —	١٠
	—	— صفر

معالم الصيغة المختزلة للمتغيرات الخارجية التى لم تظهر

٣
١

ويتضح من جدول معالم الصيغة المختزلة للمتغيرات الخارجية التى لـم تظهر أنه يمكن الحصول على محدد من غير صفرين من الدرجة ١×١ . ولما كانت م = ٢ ، حيث أن المعادلة الأولى بها متغيرين داخليين ، فإن درجة المحدد ستكون (م — ١) = ١ . وهذا يتحقق شرط الرتبة وتكون المعادلة مميزة .

ومن شرط الدرجة نجد أن المعادلة الاولى مميزه تماما (exactly) .

المعادلة الثانيـــة :

١ — شـرط الدرجـــة

ك = ٦ ، ل = ٣ ، م = ٢

(٦ — ٣) ≮ (٢ — ١)

وبذا يتحقق شرط الدرجة

٢ ـ شرط الرتبة

المتغير الداخلى الذى لم يظهر : ص١

المتغير الخارجى الذى ظهر : س٢

جدول	٣	
٤		٠
٢		٠
٢	١−	صفر

س٣ المتغيرات الخارجية التى لم تظهر	
٢	١−
٢	١−

والمحدد الذى يمكن الحصول عليه رتبته ٢ × ٢ وقيمته = صفر . اذن فان أعلى محدد غير صفرى يمكن الحصول عليه من المعالم (س٣) رتبته ١ × ١ ولما (أعلى) كانت المعادلة الثانية بها متغيرين داخليين $م = ٢$. فان درجة محدد غير صفرى هى $(م − ١) = ١$

وبالتالى فان المعادلة الثانية مميزة . ومن شرط الدرجة يتضح أن هذه المعادلة اكثر من مميزة overidentified

المعادلة الثالثة :

١ ـ شرط الدرجة

ك = ٦ ل = ٤ م = ٣

(٦ − ٤) = (٣ − ١) = ٢

وبذا يتحقق شرط الدرجة .

٢ ـ شرط الرتبة

المتغيرات الداخلية ظهرت جميعها .

المتغير الخارجى الذى ظهر : س٢

جـــدول ٣

٤	٢ــ	١
٢	١ــ	١+
٢	١ــ	صفر

٣ للمتغيرات الخارجية التي لم تظهر

٤	٢ــ
٢	١ــ
٢	١ــ

أن رتبة أعلى محدد غير صفري هي ١ × ١ حيث أن :

$$\Delta \begin{vmatrix} ٤ & ٢ــ \\ ٢ & ١ــ \end{vmatrix} = \text{صفر} ، \quad \Delta \begin{vmatrix} ٢ & ١ــ \\ ٢ & ١ــ \end{vmatrix} = \text{صفر}$$

ولما كانت المعادلة تحتوي على ثلاث متغيرات داخلية أي أن م = ٣ ، فان درجة أعلى محدد غير صفري < م ــ ١ ، وهذا لا يحقق شرط الرتبة لهــــــذه المعادلة .

ومعنى ذلك أن المعادلة الثالثة غير مميزه بالرغم من تحقق الشـــــرط الاول لهـــا .

(٤) التمييز والازدواج الخطــي

هناك كثير من أوجه الشبه بين التمييز والازدواج الخطــي التي يمكن تلخيصها في الآتــــــي :ــ

أ ــ يترتب على كلا المشكلتين ــ الازدواج الخطي والتمييز ــ بعـــض مشاكل التقدير ، فقبل البدء في تقدير معالم النموذج لابد من التأكد مـــــن تمييز المعادلات وعدم وجود الازدواج الخطي ، وان كان هذا الشرط لا ينطبـــق على سلامة النموذج من الناحية النظرية والتي يحكم عليها بقدرته على وصـــــف العلاقات الاقتصادية ، أي أن سلامة توصيف النموذج من ناحية المتغــــيرات وصيغته الرياضية لا تعتمد على التمييز أو الازدواج الخطي للمتغيرات المفسره ، فالنموذج قد يكون سليما من الناحية النظرية بالرغم من المعوقات التي يواجههـــا الباحث للحصول على تقديرات لمعالم المتغيرات من بيانات العينة .

والمثال على ذلك النموذج النظرى لتحديد الدخل ، والذى يتضمن دالـــــة الاستهلاك بالصورة : ك = د (ى ، س)

حيث ى = الدخل ، س = الاصول السائلة

اذا كانت ى ، س بينهمـــا ارتباط قوى ، فان تقديرات المعالم الهيكلية ســـوف لا تكون دقيقة . وبالمثل اذا كان الدخل مستقرا نسبيا خلال فترة البحـــــث تعذر تقدير الميل الحدى للاستهلاك من بيانات العينة . ومعنى ذلك انـــــه بالرغم من صعوبات التقدير فان دالة الاستهلاك مميزة من الناحية النظريــــة . وفى الحقيقة أن اجراء التعديلات اللازمة لتذليل صعوبات التقدير الناشئ عن الازدواج الخطى للمتغيرات المفسرة أو عدم التميز ، سوف يجعل النموذج فى صورتـــــه الجديدة اقل تصويرا للواقع النظرى كما عرضته الصورة الاصلية .

ب ــ يوجد فى كلتا الحالتين ، حالة عدم التميز والازدواج الخطـــى بين متغيرات النموذج علاقات عديدة لا تسمح بالتغير المستقل لهذه المتغـــــيرات ، مما يؤدى الى أن أثرها سيعود على المتغيرات الداخلية لا يمكن تقديره احصائيا .

حـ ــ يمكن اعتبار الازدواج الخطى حالة خاصة من عدم التميـــــيز أو التميز الضعيف . فاذا كانت بعض المتغيرات بينها ازدواج خطى قوى فهـــــى متماثلة فى الحقيقة من وجهة النظر الاحصائية اذ أن أى متغير يمكن أن يحـــــل محل الآخر . واذا بنى التميز على اساس المتغيرات الغائبة التى بينهـــــا ازدواج الخطى فلابد وأن ينظر الى التميز بحذر حيث أن التميز سوف لا يكـــــون حقيقيـــا .

(٥) التميز واختيـــار طريقة القيـــاس

يحدد التميز اساسا اختيار الطريقة القياسية التى يتم بها تقدير معالم النموذج . اذا كانت العلاقة غير مميزة ، تعذر تقدير معالمها احصائيا بأيـــة طريقة من الطرق القياســـية . أما اذا كانت مميزة فان أنسب طرق القياس هـــــى طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة (I L S) فى حالة ما اذا كانت المعادلـــة

اكثر من ميزه فهناك عدة طرق قياسية يمكن استخدامها بخلاف طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة التى لا تعطينا تقديرات وحيده للمعالم الهيكليـة ٠

وقبل أن نختتم الكلام عن مشكلة التمييز نود أن نوضح أصل المشكـــلة عندمـا تولى ويركنج E.J.Working صياغتها بوضوح فى عام ١٩٢٧ ، ثـم جـاء ايزيكـل Ezekiel فى عام ١٩٢٨ وسجل أمكان حل هـــــــذه المشكلة بالنسبه لمعظم السلع الزراعية حيث أن المعروض من أى سلعــــــة ما فى سنه معينة أنما يتأثر بسعر هذه السلعة فى فترة سابقه وليس فى الفـــترة الحاليـــــه ٠

وحاول هافلمو Haavelmo فى عام ١٩٤٣ حل مشكلـــــــة التمييز باسلوب يعتمد على النظرية الحديثة للاحتمالات ٠ ويسمى هـــــــذا الاسلوب بطريقة الصيغ المختزله Method of Reduced Forms كما جاء شرحها فيما ســبق ٠

الفصل السادس

طرق القياس

أولا — التبعية الآنية للمتغيرات الاقتصادية

يفترض عادة عند استخدام طريقة المربعات الصغرى في تقدير معالم نموذج المعادلة الواحدة Single-equation model — ضمن الافتراضات الاخرى — أن المتغيرات المفسرة هي من خارج الهيكل الاقتصادي وأن السببية تكون في اتجاه واحد بين المتغير التابع (ص) والمتغيرات المفسرة ($س_ر$). فإذا لم يتحقق ذلك وكانت المتغيرات $س_ر$ تتحدد في نفس الوقت عن طريق المتغير ص فإن أحد فروض طريقة المربعات الصغرى العادية (   ) سوف لا يتحقق ألا وهو أن ت($س_ر$ ق) ≠ صفر. ونتيجة لذلك فإن استخدام هذه الطريقة سيؤدي الى الحصول على تقديرات متحيزة وغير متسقة.

أما اذا كانت السببية في الدالة من الاتجاهين ، بمعنى أن هذه الدالة لا يمكن معالجتها معاملة نموذج المعادلة الواحدة ، وأن هذه الدالة أنما تنتمي الى مجموعة من المعادلات تشرح لنا العلاقات القائمة بين المتغيرات المناسبة. مثلا اذا كانت ص = د(س) وأن س = د(ص) أيضا ، فلا يجوز لنا أن نستخدم نموذج المعادلة الواحدة لشرح العلاقتين ص ، س وكان لزاما علينا أن نستخدم النموذج متعدد المعادلات الذي يحتوي على معادلات تظهر فيها كل من ص ، س كمتغيرات داخلية ، وأن كانت قد تظهر أيضا كمتغيرات مفسرة في معادلات اخرى من النموذج . ويسمى النموذج الذي يشرح لنا التبعية المشتركة للمتغيرات نموذج المعادلات الآنية.

ونعرض فيما بعد الامثلة التي توضح معنى العلاقات الآنية بعدم تحقيق الفرض السابق ذكره من فروض طريقة المربعات الصغرى العادية وما يترتب على ذلك من وقوع تحيز المعادلات الآنيـــة .

مثـال ١ :

حالة تقدير الطلب على الطعام . نعلم جميعا من النظرية الاقتصادية أن الطلب على أى سلعة ما أنما يتوقف على سعر هذه السلعة (س) واسعـار السلع الاخرى (ع) والدخل (ى) فتكون معادلة الطلب على الطعام هى :

ص = ب + ب١ س + ب٢ ع + ب٣ ى + ن

حيث ص = الكمية المطلوبة

س = سعر الطعـام

ع = سعر السلع الاخرى

ى = الدخـــل

ن = المتغير العشوائى

واذا استخدمنا طريقة المربعات الصغرى لتقدير معالم هذه الدالـــة فاننا نحصل على تقديرات متحيزة لكل من ب ، ب١ حيث أن كلا من س ، ى غير مستقلين . أن الطلب على أى سلعة دالة في سعرها ، وفي نفس الوقت فان سعر السوق يتأثر بالكمية المطلوبة منها . ونتيجة لذلك فان المعادلة السابقة لا يمكن اعتبارها من نماذج المعادلة الواحدة ، بل لابد من وجود معادلة اضافيـــة على الاقل في النموذج تصور العلاقة بين س ، ص على الصورة :

س = جـ + جـ١ ص + جـ٢ ك + نَ

حيث ك = الرقم القياسى للظروف الجويـــة

وبالتعويض بقيمة م في هذه المعادلة نحصل علـــــى :

س = جـ. جو (ب + ب١ ص + ب٢ ع + ب٣ ى + ق) + جو ط + ق

من الواضح أن جميع المتغيرات وبالتالي فان الشرط السابق لطريقة المربعات الصغرى لا يتحقق ، بالاضافة الى أن السعر س ليس متغيرا خارجيا في دالة الطلب .

مثال ٢ : -

حالة تقدير عرض النقود ، وهذا أمر تحدده الحكومة بهدف مقاومة التضخم . ومن أجل ذلك يمكننا القول أن المحدد الاساسي لقرار الحكومة بشأن عرض النقـــود هو مستوى الدخل الحقيقي ، ولذا فان دالة العرض للنقود يمكن أن تأخذ الصـــورة الآتيـــة :

س = ب + ب١ ى + خ

حيث س = عرض النقـــود
ى = مستوى الدخل الحقيقي

- كما أن مستوى الدخل الحقيقي يتأثر بدوره بعرض النقود ، وغير ذلـــك من القوى الحقيقية الاخرى مثل القرارات التي يتخذها رجال الاعمال بشأن الاستثمارات وكسياسة الحكومة المالية ، وبالتالي فان معادلة عرض النقود لا يمكن معاملتهـــا كنموذج المعادلة الواحدة ، ولما كانت (ى) ليست متغيرا خارجيا ، وأن هنـــاك تبعية مشتركة بين (س) ، ى ، فانه من الضروري اذن بناء نموذج معادلات آنيـــة يضم المعادلة التاليـــة :

ى = أ . + أ١ س + أ٢ ث + ... + قَ

بالاضافة الى المعادلة السابقة ، وبالتعويض عن س في هذه المعادلة نحصل على :

ى = أ. + أ١ (ب. + ب١ ى + ق) + أ٢ ث + ... + قَ

ومن الواضح أن ى = د (ق) وبالتالي فان المتغير المفسر (ى) في معادلة عرض النقود ليس مستقلا عن المتغير العشوائي ق.

والتحيز الناتج عن استخدام طريقة المربعات الصغرى لمعادلة تنتمى الى نموذج علاقات آنية يسمى تحيز المعادلات الآنية . وهذا التحيز ينجم من تبعية المتغيرات والمتغير العشوائي (ت (ق س) ≠ صفر).

وأولى المشاكل التي تترتب على ذلك هي مشكلة تمييز معالم كل معادلة ، وثانيها الحصول على تقديرات متحيزة وغير متسقة مما يستلزم اختيار طريقة التقدير المناسبة .

اذا فرضنا أن لدينا النموذج البسيط للدخل :

س = ب. + ب١ ى + ق　　　　ت (ق) = صفر

ى = س + ث　　　　ت (ق٢) = σ^2

ت (قر قط) = صفر

ر ≠ ط

حيث ث = الاستثمار

والنموذج السابق متكامل رياضيا حيث يحتوى على معادلتين لمتغيرين داخليين س ، ى . أما الاستثمار (ث) فهو متغير خارجي يتحدد بمعرفة الحكومة.

وبالتعويض عن س في المعادلة الثانية نحصل على :

ى = ب. + ب١ ى + ث + ق

أى أن

$$ى = \frac{ب.}{1 - ب_1} + \frac{1}{1 - ب_1} ث + \frac{1}{1 - ب_1} ق$$

$$= \frac{ب. + ث + ق}{1 - ب_1}$$

ومن ذلك يتضح أن بين الدخل (ى) والمتغير العشوائي (ق) علاقة ، وأن الدخل ليس متغيرا خارجيا في دالة الاستهلاك . كما يمكن اثبات أن تغاير الدخل (ى) والمتغير العشوائي (ق) لا يساوي الصفر أي أن (تغاير (ى ق) ≠ صفر .

<u>الاثبات</u> : من التعريف أن تغاير ق ، ى هو :

$$\text{تغاير (ق ى)} = \text{ت}\left\{ \left(\text{ق} - \text{ت(ق)}\right)\left(\text{ى} - \text{ت(ى)}\right) \right\}$$

ولكن ت (ق) = صفر ،

$$\therefore \text{تغاير (ى ق)} = \text{ت}\left\{ \text{ق}\left(\text{ى} - \text{ت(ى)}\right) \right\}$$

واذا كان الدخل $\text{ى} = \dfrac{\text{ب}_{.} + \text{ث} + \text{ق}}{1 - \text{ب}_{1}}$ ،

وأن الاستثمار (ث) يتحدد خارجيا

$$\therefore \text{ت(ى)} = \frac{\text{ب}_{.}}{1 - \text{ب}_{1}} + \frac{1}{1 - \text{ب}_{1}}\,\text{ث}$$

$$\text{تغاير (ق ى)} = \text{ت}\left[\frac{\text{ق}}{1 - \text{ب}_{1}} \left\{ \text{ب}_{.} + \text{ث} + \text{ق} - (\text{ب}_{.} + \text{ث}) \right\} \right]$$

$$= \text{ت}\left[\text{ق} \left(\frac{1}{1 - \text{ب}_{1}}\,\text{ق} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{1 - \text{ب}_{1}}\,\text{ت}(\text{ق}^{2}) \neq \text{صفر}$$

ونتيجة لذلك اذا استخدمنا طريقة المربعات الصغرى في تقدير معالم دالة الاستهلاك فإن المعالم ستكون متحيزة وغير متسقة . وتفاديا لذلك كان من الواجب

استخدام طرق تقدير اخرى تعطينا تقديرات أفضل وأكثر الطرق استخداما في هذه الحالة هي :

(١) طريقة الصوره المختزله أو طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة (I L S)

(٢) طريقة المتغيرات المساعده (Instrumental variables)

(٣) طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين (2 S L S)

(٤) طريقة الامكان الاكبر للمعلومات المحدوده (L I M L)

(٥) طريقة التقدير المختلط (Mixed estimation)

(٦) طريقة المربعات الصغرى على ثلاث مراحل (3 S L S)

(٧) طريقة الامكان الاكبر للمعلومات الكاملة (F I M L)

وتسمى الطرق الخمسه الاولى طرق المعادلة الواحده حيث أنه يمكن استخدامها لمعادله واحدة في النموذج ، أما الطريقتين الاخيرتين تسمى طرق النظام حيث أنها تستخدم لحل جميع معادلات النموذج آنيا .

ثانيا - استخدام طريقة المربعات الصغرى العاديه

(١) مقدمة

نود أن نوضح هنا بالرغم مما سبق ذكره ، بعض الامثلة من قطاعات الاغذية والزراعة ، التي لها اهميتها من حيث امكانية استخدام طريقة المربعات الصغرى في تقدير معالم علاقاتها ، نظرا لان أغلب نماذجها من النوع المتكوبي أو التراجعي ، حتى ولو كانت بياناتها سنوية . ولعله من الملاحظ أن البيانات الاقتصادية لم تستخدم في صورتها الربع سنوية الا في قليل من البحوث القياسية وذلك حتى بداية الخمسينيات حيث لم يعرف بعض امثلة من النماذج التراجعية . ولهذا فان موضوع النظام الآتي ، الذي تعرض له الاقتصاديون القياسيون في الاربعينيات والخمسينيات ، قد بني على

اساس افتراض أن أغلب بيانات السلاسل الاقتصادية الهامه المتاحه وقتئذ كانت سنوية . هذا وأن كانت البيانات الربع سنوية قد فتحت الباب أمام النماذج التراجعية فلا شك أن البيانات الشهرية سيكون لها نصيب أكبر في هذا المجال .

والآن علينا أن نشرح امكانية استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية في تقدير معالم أحدى المعادلات الهيكلية ، كالطلب الاستهلاكي على احدى السلع الغذائية في الصوره :

$$ص = ب + ب_١ س + ب_٢ ى + ق$$

حيث س = سعر التجزئه ص = الاستهلاك الفردى من السلعه

ى = الدخل الفردى التصرفى ق = الخطأ العشوائى

وذلك على أساس أن الاخطاء العشوائية مستقله عن المتغيرات المفسره ، الاستهلاك ، والدخل التصرفى . واذا تحقق ذلك أمكن اعتبار هذين المتغيرين المفسرين كمتغيرين محددين . ولما كان الخطأ العشوائى ينعكس على سعر التجزئه ، فان دالة الطلب يجب أن تقدر بالسعر فيها متغير تام . ودالة الطلب التى لها مثل هذه الخصائص يمكن أن تسمى بالنموذج الكامل وحيد المعادله . uniequational complete model

ويدل اسمه على وجود متغير داخلى واحد به مع أمكان تقدير المعادلة بطريقة المربعات الصغرى العادية . وما نسعى الى ايضاحه الآن هو أن دوال الطلب على عدد من السلع الغذائية تنطبق عليها ، على وجه التقريب ، الخصائص الاحصائية للنموذج الكامل وحيد المعادله . ومن ناحية أخرى فلاشك أنه من الصعب أن نعلم بكون الاخطاء العشوائية في حالة ما مستقله عن المتغيرات المفسره ، حيث أن الاخطاء حسب تعريفها ليست مشاهده ، ولهذا فانه من الممكن أن يرتبط متغير غير اقتصادى ، كدرجه الحراره في الصيف ،

والتى تؤثر على الطلب الاستهلاكى لليمون ، بالاخطاء العشوائية التى تنشأ عن بعض العوامل الاقتصادية قليلة الاهميـة .

ومن المؤكد أنه لا نتوقع سببا معلوما لاستقلال الاخطاء عـن المتغيرات استقلالا بمعناه الاحتمالى . ولكن يمكننا اعتبار أن المتغيرات الـتى تتحدد قيمها مسبقا أو خارج نطاق النموذج ، يمكن استخدامها كمتغيرات مفسره فى تقدير دوال الطلب بطريقة المربعات الصغرى . ومن هنا فان استقـــــلال الاخطاء عن المتغيرات سؤال لم تتم الاجابه عليه ، ونكتفى بالسؤال الآخـــــر الخاص باعتبار بعض المتغيرات التى تدخل فى دوال الطلب على السلـــــــع الغذائيه كمتغيرات محدده ، وأمكان استخدامها كمتغيرات مفسره دون الوصـــول الى تحيز شديد فى تقديرات مرونات الطلــــب .

ونضرب هنا مثالا بتقدير دوال الطلب على اللحوم . ففى الجـــدول التالى السلاسل الزمنية للمتغيرات التى تدخل فى تقدير النموذج السابـــــق ، وهى لسعر التجزئه (ع) ، والاستهلاك الفردى (ك) ، والدخل التصرفى الفـــردى (ى) ، والعوامل المحدده فى الانتاج (ص) . والبيانات المستخدمه هى الفـــروق الاولى للوغاريتمات البيانات السنوية خلال الفترة من ٢٢ ـ ١٩٤١ .

السنة	البيانات الاصلية				العروق الاولى للوغاريتمات			
	مو	كو	ىو	صو	مو	كو	ىو	صو
١٩٢٢	٢٦ر٨	٦٥ر٧	٥٤١	٧٤ر٠	—	—	—	—
٢٣	٢٥ر٣	٧٤ر٢	٦١٦	٨٤ر٧	ـ٠ر٠٢٥	٠ر٠٥٢	٠ر٠٥٧	٠ر٠٥٩
٢٤	٢٥ر٣	٧٤ر٠	٦١٠	٨٠ر٢	ر	ـ٠ر٠٠١	ـ٠ر٠٠٥	ـ٠ر٠٢٤
٢٥	٣١ر١	٦٦ر٨	٦٣٦	٦٩ر٩	٠ر٠	ـ٠ر٠٤٤	٠ر٠١٨	ـ٠ر٠٦٠
٢٦	٣٣ر٣	٦٤ر١	٦٥١	٦٦ر٨	٠ر٠٢٩	ـ٠ر٠١٨	٠ر٠١١	ـ٠ر٠١٩
٢٧	٣١ر٢	٦٧ر٧	٦٤٥	٧١ر٦	ـ٠ر٠٢٨	٠ر٠٢٤	ـ٠ر٠٠٤	٠ر٠٣٠
٢٨	٢٩ر٥	٧٠ر٩	٦٥٣	٧٣ر٦	ـ٠ر٠٢٤	٠ر٠٢٠	٠ر٠٠٥	٠ر٠١٢
٢٩	٣٠ر٣	٦٩ر٦	٦٨٢	٧١ر٢	٠ر٠١١	ـ٠ر٠٠٨	٠ر٠١٩	ـ٠ر٠١٥
٣٠	٢٩ر١	٦٧ر٠	٦٠٤	٦٩ر٦	ـ٠ر٠١٧	ـ٠ر٠١٧	ـ٠ر٠٥٣	ـ٠ر٠٠٩
٣١	٢٣ر٧	٦٨ر٤	٥١٥	٦٨ر٠	ـ٠ر٠٨٩	٠ر٠٠٩	ـ٠ر٠٦٩	ـ٠ر٠١٠
٣٢	١٥ر٦	٧٠ر٧	٣٩٠	٧٤ر٨	ـ٠ر١٨٢	٠ر٠١٤	ـ٠ر١٢١	٠ر٠٤١
٣٣	١٣ر٩	٦٩ر٦	٣٦٤	٧٣ر٦	ـ٠ر٠٥٠	ـ٠ر٠٠٦	ـ٠ر٠٣٠	ـ٠ر٠٠٧
٣٤	١٨ر٨	٦٣ر١	٤١١	٧٠ر٢	٠ر١٣١	ـ٠ر٠٤٣	٠ر٠٥٣	ـ٠ر٠٢١
٣٥	٢٧ر٤	٤٨ر٤	٤٥٩	٤٦ر٥	٠ر١٦٤	ـ٠ر١١٥	٠ر٠٤٨	ـ٠ر١٧٩
٣٦	٢٦ر٩	٥٥ر١	٥١٧	٥٧ر٦	ـ٠ر٠٠٨	٠ر٠٥٦	٠ر٠٥١	٠ر٠٩٣
٣٧	٢٧ر٧	٥٥ر٨	٥٥١	٥٨ر٧	٠ر٠١٢	٠ر٠٠٦	٠ر٠٢٨	٠ر٠٠٩
٣٨	٢٤ر٥	٥٨ر٢	٥٠٦	٥٨ر٠	ـ٠ر٠٥٣	٠ر٠١٨	ـ٠ر٠٣٧	ـ٠ر٠٠٦
٣٩	٢٢ر٢	٦٤ر٧	٥٣٨	٦٧ر٢	ـ٠ر٠٤٣	٠ر٠٤٦	٠ر٠٢٧	٠ر٠٦٤
٤٠	١٩ر٣	٧٣ر٥	٥٧٦	٧٣ر٧	ـ٠ر٠٦٠	٠ر٠٥٥	٠ر٠٢٩	٠ر٠٤٠
٤١	٢٤ر٧	٦٨ر٤	٦٩٧	٦٦ر٥	٠ر٠١٧	ـ٠ر٠٣١	٠ر٠٨٣	ـ٠ر٠٤٤

وكانت نتائج الصيغه المختزله للمعادلتين هـــــي:ـ

ع̂ = ـ١٠١ر٠ + ٠٨١٣ر١ ى ـ ٨٣٢٠ر٠ ص   ر^٢ ٨٩٣ر٠
(١٣٣٩ر٠)   (١١٥٩ر٠)

ك̂ = ٠٠٢٦ر٠ ـ ٠٠١٨ر٠ ى + ٦٨٣٩ر٠ ص   ٨٩٨ر٠
(٠٦٧٣ر٠)   (٠٥٨٢ر٠)

ومن النتائج السابقه يمكن الحصول على معادلتى العرض والطلب الهيكليتين وهى :

دالة الطلب : ك = ـ ٠٠٦٣ر٠ ـ ٨٢٢٠ر٠ ع + ٨٨٧٠ر٠ ى + ق

دالة العرض : ك = ٠٠٢٦ر٠ ـ ٠٠١٧ر٠ ع + ٦٨٢٥ر٠ ص + قَ

كما يمكن حساب الاخطاء المعيارية للمعالم التى لم تظهر فى النتائج السابقه • وحساب نسبه نيومان لاختبار الارتباط الذاتى بين بواقى المعادلتين يتضح عدم وجود هذا الارتباط •

والآن نحن مقارنة النتائج المتحصل عليها لدالة الطلب بنظائرهـا المقدره بطريقة المربعات الصغرى • وقد تم قياس دالة الطلب فى صيغتين : اذا كانت ك المتغير التابع مره واذا كانت ع المتغير التابع مره أخرى • ففى الحالة الاولى كانت النتائج كالآتـي :ـ

المربعات الصغرى : ك̂ = ـ ٠٠٤٩ر٠ ـ ٧٢٠٥ر٠ ع + ٧٦٤٦ر٠ ى   ر^٢ = ٩٠٢ر٠
(٠٥٦٤ر٠)   (٠٦٦٧ر٠)

المعادلة الهيكلية: ك = ـ ٠٠٦٣ر٠ ـ ٨٢٢٠ ر٠ع + ٨٨٧٠ر٠ ى + ق

وفى الحالة الثانية حيث ع المتغير التابع كانت النتائج هـي :ـ

المربعات الصغرى : ع̂ = ـ٠٠٧٠ر٠ ـ ٢٥١٨ر١ ك + ٠٧٥٤ر١ ى   ر^٢ = ٩٥١ر٠
(١٠٣٢ر٠)   (٠٨٦١ر٠)

والمعادلة الهيكلية يمكن الحصول عليها بقسمه المعادلة على معامل (ع) بدون اشارة ونقل ع ، ك كل منهما محل الآخـر

ع = ـ٠٠٧٧ر٠ ـ ٢١٦٥ر١ ك + ٠٧٩١ر١ ى + (ق / ٨٢٢٠ر٠)

ومن الملاحظ أن معالم المعادلتين الاخيرتين متماثلة ، ولا شك أن نتائج دالة الطلب التى تظهر ع فيها كمتغير تابع ، والمقدره بطريقة المربعات الصغرى العادية ، تعطى تقريب كبير جدا لداله الطلب الهيكلية ، هذا الى جانب أن منطق طريقة المعادلات الآنيه يؤيد اختيار السعر كمتغير تابع فى حالة استخدام المربعات الصغرى لتقدير دالة الطلب اذا لم تكن هناك استجابة آنية من العرض للسعر ٠

ويتضح مما سبق أن دالة الطلب فى النموذج السابق قد تشابهت نتائجها المقدره سواء باستخدام طريقة المربعات الصغرى أو فى الصيغة الهيكلية كما يؤكد ذلك التفسير النظرى والاحصائى ٠

وقد اتضح بعد مقارنة نتائج دالة العرض المقدره بطريقة المربعات الصغرى ونظيرتها الهيكلية تشابه النتائج ، وأن حوالى ٩٠٪ من التغير فى الانتاج انما يرجع الى متغير محدد له الخصائص الاحصائية للمتغيرات المحدده ، عندما دلت هذه النتائج على عدم معنوية السعر ، وحذفه من المعادله كانت النتيجة هى :

ك = ٠٠٢٥ر٠ + ٦٨٤١ر٠ ع $ر^{٢}$ = ٨٩٨ر٠
(٠٨٥٢ر٠)

ومن هنا يستند بعض الاقتصاديون القياسيون على اتساق دالة الطلب التى يظهر (ع) فيها كمتغير تابع والتى تقدر معالمها بطريقة المربعات الصغرى ، مع طريقة المعادلات الآنية ٠

والتبرير لظهور الاستهلاك كمتغير مستقل هو التقارب الشديد بين بيانات الاستهلاك والناتج ، هذا الى جانب أن الناتج انما تحدده المتغيرات الاقتصادية ذات فترات التأخير الى جانب المتغيرات الخارجية

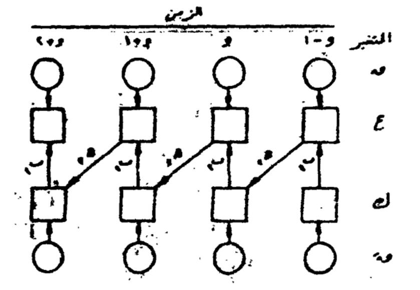
الجارية كالظروف الجوية.

ولنضرب الآن مثالا لنموذج بسيط يوضح لنا ما سبق. ويظهر في هذا النموذج فترة تأخير في دالة الإمداد يتحدد المعروض ($ك_و$) بالسعر في السنة السابقة $ع_{و-1}$ وذلك بالصورة :

$$ع_و = ب_1 ك_و + ف_و$$

$$ك_و = \beta_1 ع_{و-1} + ف'_و$$

والشكل التالي قد يساعد على تفهم اتجاهات تفاعل المتغيرات الاقتصادية مع بعضها البعض:



والاسهم التى تتحدر جانبيا من ج-١ الى ك و ومن ج و الى ك و+١ ومن ج و+١ الى ك و+٢ تدل على دالة العرض . أما دالة الطلب فتدل عليها الاسهم الصعودية من ك و الى ج و ومن ك و+١ الى ج و+١ ومن ك و+٢ الى ج و+٢ واذا كانت ق و مرتبطة مع ق و أمكن توفيق دالة العرض بطريقة المربعات الصغرى على أن يظهر (ج و) كمتغير تابع ، كما يمكن ايضا توفيق دالة الطلب على حدة بطريقة المربعات الصغرى على أن يظهر (ج و) فيها كمتغير تابع .

(٢) النماذج التراجعية Recursive Models

يتضح من الشكل السابق أن أثر ج-١ على ك و ، وأثر ك و على ج و تتصل ببعضها فى صورة سلسلة تراجعية سببية . فيوصف النموذج بأنه تراجعى اذا رتبت معادلاته الهيكلية بحيث أن المعادلة الاولى تكون فيها المتغيرات المحددة فقط فى الطرف الايمن ، وفى المعادلة الثانية تكون المتغيرات المحددة والمتغير الداخلى الاول ، الذى ظهر فى المعادلة الاولى ، فى الطرف الايمن وهكذا أى أن :

$$ص_١ = د(س_١ ، س_٢ ، \ldots\ldots ، س_ر ، ق_١)$$

$$ص_٢ = د(س_١ ، س_٢ ، \ldots\ldots ، س_ر ، ص_١ ، ق_٢)$$

$$ص_٣ = د(س_١ ، س_٢ ، \ldots\ldots ، س_ر ، ص_١ ، ص_٢ ، ق_٣)$$

وهكذا .... مع افتراض أن المتغيرات العشوائية مستقلة .

أن أهم خصائص هذا النموذج أن معادلاته يمكن أن يتم قياسها بطريقة المربعات الصغرى العادية كل على حدة دون وقوع تحيز .

وزيادة فى الايضاح نعيد صياغة النموذج السابق بصورته الكاملة .

اذا فرضنا أن لدينا ن من المتغيرات الداخلية ، ط من المتغيرات الخارجية في النموذج وكانت معادلاته هـــــى :

$$ص_1 = \gamma_{11} س_1 + \gamma_{21} س_2 + \dots + \gamma_{ط1} س_ط + ق_1$$

$$ص_2 = \gamma_{12} س_1 + \gamma_{22} س_2 + \dots + \gamma_{ط2} س_ط + \beta_{12} ص_1 + ق_2$$

$$ص_3 = \gamma_{13} س_1 + \gamma_{23} س_2 + \dots + \gamma_{ط3} س_ط + \beta_{13} ص_1 + \beta_{23} ص_2 + \dots$$

$$ص_ن = \gamma_{1ن} س_1 + \gamma_{2ن} س_2 + \dots + \gamma_{طن} س_ط + \beta_{1ن} ص_1 + \beta_{2ن} ص_2 + \dots$$

وباستخدام البيانات المتاحه عن المتغيرات الخارجية (س) ، وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية (O L S) للمعادلة الاولى فاننا نحصل على قيمــــة ص التقديرية ($\hat{ص}_1$) للمتغير الداخلى الاول . وبالتالى تستخدم القيم المحسوبــــة للمتغير المفسر ($\hat{ص}_1$) فى المعادلة الثانية مع تطبيق نفس طريقة التقدير طالمــــا أن المتغيرات الخارجية (س) مستقله عن الأخطاء العشوائية $ق_2$ ، وكذلــــك $\hat{ص}_1$ مستقل عن $ق_2$ حيث أن الخطأ العشوائى الوحيد المرتبط بالمتغير $ص_1$ هـــو $ق_1$ ، وبافتراض أن الخطأين العشوائيين $ق_1$ ، $ق_2$ مستقلين فان $ص_1$ ، $ق_2$ مستقلين .

وتسمى هذه النماذج ايضا بالنماذج المثلثيه Triangular لان معالم المتغيرات الداخلية (β) تشكل ترتيبا مثلثيا يكون قطره الرئيسى يســـاوى الوحده كما لا تظهر أية معالم فوق هذا القطر . فاذا فرضنا على سبيل المثـــال أن لدينا نموذجا به أربعة متغيرات داخلية وخمسة متغيرات محدده كالآتـى :

$$ص_1 = \gamma_{11} س_1 + \gamma_{21} س_2 + ق_1$$

$$ص_2 = \beta_{12} ص_1 + \gamma_{12} س_1 + \gamma_{22} س_2 + \gamma_{32} س_3 + ق_2$$

$$\text{ص}_3 = \beta_{31}\,\text{ص}_1 + \beta_{32}\,\text{ص}_2 + \gamma_{31}\,\text{س}_1 + \gamma_{34}\,\text{س}_4 + \text{ق}_3$$

$$\text{ص}_4 = \beta_{41}\,\text{ص}_1 + \beta_{42}\,\text{ص}_2 + \beta_{43}\,\text{ص}_3 + \gamma_{44}\,\text{س}_4 + \gamma_{45}\,\text{س}_5 + \text{ق}_4$$

والتأكد عما اذا كان هذا النموذج من النوع التراجعي علينا اختبار شكل ترتيب معالم β ، فان كانت مثلثيه كان النموذج من هذا النوع . وللتأكد يعاد كتابة النموذج بالشكل الآتي :

$$\text{ص}_1 - \gamma_{11}\,\text{س}_1 - \gamma_{12}\,\text{س}_2 = \text{ق}_1$$

$$\text{ص}_2 - \beta_{21}\,\text{ص}_1 - \gamma_{21}\,\text{س}_1 - \gamma_{22}\,\text{س}_2 - \gamma_{23}\,\text{س}_3 = \text{ق}_2$$

$$\text{ص}_3 - \beta_{31}\,\text{ص}_1 - \beta_{32}\,\text{ص}_2 - \gamma_{31}\,\text{س}_1 - \gamma_{34}\,\text{س}_4 = \text{ق}_3$$

$$\text{ص}_4 - \beta_{41}\,\text{ص}_1 - \beta_{42}\,\text{ص}_2 - \beta_{43}\,\text{ص}_3 - \gamma_{44}\,\text{س}_4 - \gamma_{45}\,\text{س}_5 = \text{ق}_4$$

ويوضح الجدول التالي المعالم الهيكلية في النموذج السابق

معالم (β) للمتغيرات الداخلية				معالم (γ) للمتغيرات الخارجية				
ص_1	ص_2	ص_3	ص_4	س_1	س_2	س_3	س_4	س_5
١	صفر	صفر	صفر	$-\gamma_{11}$	$-\gamma_{12}$	صفر	صفر	صفر
$-\beta_{21}$	١	صفر	صفر	$-\gamma_{21}$	$-\gamma_{22}$	$-\gamma_{23}$	صفر	صفر
$-\beta_{31}$	$-\beta_{32}$	١	صفر	$-\gamma_{31}$	صفر	صفر	$-\gamma_{34}$	صفر
$-\beta_{41}$	$-\beta_{42}$	$-\beta_{43}$	١	صفر	صفر	صفر	$-\gamma_{44}$	$-\gamma_{45}$

ونلاحظ في الجدول السابق أن معالم (β) قد رتبت بشكل مثلث فقيم معالم القطر هي الواحد الصحيح ، وقيم المعالم التي تعلو كلهـا أصفار ، مما يدل على أن النموذج تراجعي (recursive) ، وأن معادلات يمكن قياسها بطريقة المربعات الصغرى العادية التي تعطينا تقديرات متسقة احصائيا بشرط أن يتم القياس للمعادلة الاولى ثم الثانية وهكذا .

ونلجأ الى مثال آخر عن النموذج التراجعي زيادة في الايضاح يمثل هيكل العرض والطلب على البطاطس . نفترض أن متغيرات النموذج هي :

$س_1$ = العوامل الجوية

$س_2$ = دخل الفرد النقدي

$س_3$ = التغير في الخدمات التسويقية

$ص_1$ = الناتج

$ص_2$ = المستهلك

$ص_3$ = سعر التجزئة

$ص_4$ = سعر المزرعة في السنة الحالية

$س_4$ = سعر المزرعة في السنة السابقة .

وتعتبر المتغيرات الاربعة ($س_ر$) متغيرات خارجية والمتغيرات الاربعة $ص_ر$ متغيرات داخلية . ويمكن أن تظهر هذه المتغيرات و معادلات النموذج بالصورة التالية :

$$ص_1 = د (س_4 ، س_1) + ق_1$$

$$ص_2 = د (ص_1) + ق_2$$

$$ص_3 = د (ص_2 ، س_2) + ق_3$$

$$ص_4 = د\,(ص_3 ،\ س_3) + ق_4$$

وبافتراض أن الدوال خطية ، وأن المتغيرات تظهر فى صورة انحرافات عن أوساطها الحسابية ، وأن المتغيرات العشوائية $ق_1$ ، $ق_2$ ، $ق_3$ ، $ق_4$ ليست مرتبطة ببعضها البعض ، صار من الممكن كتابة النموذج بالصورة التاليـــــة :

$$ص_1 - \gamma_{41}\,ص_4 - \gamma_{11}\,س_1 = ق_1$$

$$ص_2 - \beta_{12}\,ص_1 = ق_2$$

$$ص_3 - \beta_{23}\,ص_2 - \gamma_{23}\,س_2 = ق_3$$

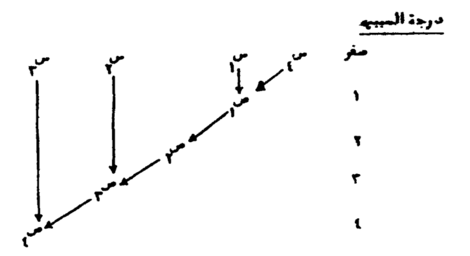
$$ص_4 - \beta_{24}\,ص_3 - \gamma_{24}\,س_3 = ق_4$$

ويمكن ترتيب المعالم بالشكل الآتـــــى :

معالم المتغيرات الخارجية				معالم المتغيرات الداخلية					المتغيرات العشوائية			
$س_1$	$س_2$	$س_3$	$س_4$	$ص_1$	$ص_2$	$ص_3$	$ص_4$		$ق_1$	$ق_2$	$ق_3$	$ق_4$
$-\gamma_{11}$			$-\gamma_{41}$	١					١			
				$-\beta_{12}$	١			=		١		
	$-\gamma_{23}$				$-\beta_{23}$	١					١	
		$-\gamma_{24}$				$-\beta_{24}$	١					

من الملاحظ عدم وجود معالم فوق قطر مصفوفة المعالم التى تربط المتغيـــرات الداخلية ببعضها البعض ، ولذا فهى مثلثية ، ومن هنا نستنتج أن النموذج تراجعى .

ومن الواضح ايضا أن القيم الحالية للمتغيرات الداخلية الاربعة انما تتحدد بطريقة منطقية متتابعة ، أى بدرجات من السببية ، ينعكس فى ظهور مصفوفة المعاملات بشكل مثلثى يمكن عرضه فى الشكل التالى :



ويتضح من الشكل أن درجات السببية بين المتغيرات الخارجية يساوى الصفر ، حيث أنها لا تتحدد داخل النموذج ، وانما كلها قد تحددت ببيانات يمكن استخدامها فى شرح المتغيرات الداخلية.

واذا كان المتغير الداخلى داله فى المتغيرات الخارجية فقط كانت درجة السببية تساوى (١)، ويتضح هذا فى النموذج السابق حيث نجد أن الناتج (ص١) انما يحدده سعر المزرعة فى السنة السابقة (س٤)، والمواصل الجوية (س١). وهنا تتحدد قيم خمسة متغيرات — الاربعة متغيرات الخارجية والمتغير الداخلى ص١ . وبالحصول على قيمة ص١ تتحدد قيمة ص٢ وتكون درجة السببية له يساوى (٢). وتتحدد قيمة ص٣ فى المرحلة التالية للسببية حيث أنها داله فى ص٢ ، س٢ . وأخيرا تتحدد قيمة ص٤ فى المرحلة الاخيرة بمعلومية كل من ص٣ ، س٣ .

واذا كانت الاخطاء العشوائية قر فى المعادلات الاربعة مستقلة (أى غير مرتبطة) من بعضها البعض ، أمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى

لتقدير معالم كل معادلة . أما في حالة عدم استقلال الاخطاء العشوائية فانه من الممكن اتباع الخطوات التالية : (١) نحصل على انحدار ص على س ، (٢) انحدار ص على س بعد تقديرها من معادلة الانحدار الاولى ، (٣) انحدار ص على س ، ص المقدر من معادلة الانحدار الثانية . (٤) واخيرا انحدار ص على س ، ص ، ص المقدر من معادلة الانحدار الثالثة . ولما كانت المتغيرات ص ، ص ، ص دالة في المتغيرات الخارجية فهي تستقل عن الاخطاء العشوائية وتعتبر متغيرات تابعة لاثبات معادلات المربعات الصغرى الناتجة . هذا علما بأن هذا الاسلوب التتابعى المبنى على السببية يتشابه تماما مع طريقة المربعات الصغرى ذو المرحلتين (2 S L S) .

ثالثا ـ طريقة الصورة المختزلة أو المربعات الصغرى غير المباشرة (I L S)

(١) تعريف الطريقة

طريقة الصورة المختزلة هي احدى طرق المعادلة الواحدة . single equation بمعنى امكان استخدامها لكل معادلة من معادلات النموذج على حدة ، وتلائم هذه الطريقة المعادلات الهيكلية التي تحتوى على المتغيرات المحددة والداخلية ضمن مجموعة المتغيرات المفسرة ، بشرط أن تكون معادلات النموذج مميزة تماما .

وتعرف هذه الطريقة أيضا باسم "المربعات الصغرى غير المباشرة" (I L S) . وتتلخص خطواتها في الآتي :

١ ـ الحصول على الصيغة المختزلة من الصيغة الهيكلية باعادة كتابة المعادلات بحيث تكون المتغيرات الداخلية دالة في المتغيرات المحددة . في الصيغة المختزلة تكون المتغيرات المفسرة متغيرات خارجية أو داخلية بفترة تأخير . ومن هنا نلاحظ أنه قد أمكن تجنب موقعة التحيز في التقديرات بالنسبة للمتغيرات التي تظهر في المعادلة الواحدة .

٢ ـ استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية لتقدير معالم كل معادلة من معادلات النموذج في صورته المختزله ، وذلك بشرط تحقق الشروط المعروفة الخاصة بالخطأ العشوائي في معادلات الصورة المختزلة . ويرمز عادة لمعالم معادلات الصيغة المختزله بالرمز (٦٢) ، وقد سبق لنا شرح العلاقة بينها وبين معالم المعادلات الهيكلية .

٣ ـ استخدام تقديرات معالم الصورة المختزله (٦٢) ، التي أمكن الحصول عليها في الخطوة السابقة ، في حساب المعالم الهيكلية عن طريق مجموعة العلاقات الداليه بين المعالم في الصورتين المختزله والهيكلية وتكون هذه التقديرات وحيده اذا كان النموذج الهيكلي مميز تماما .

وتوضيحا للشرح السابق نضرب مثالا من نظرية تحديد السعر ، اذا فرضنا أن سوق احدى السلع يمكن وصفه بنموذج المعادلات الآتيه :

$$ط = أ_. + أ_١ ع + أ_٢ ى + ق_١$$

$$س = ب + ب_١ ع + ب_٢ س + ق_٢$$

$$ط = ص$$

حيث ط = الكمية المطلوبة ص = الكمية المعروضة

ع = السعر ى = الدخل

س = الرقم القياسي للظروف الجوية .

والنموذج السابق كامل ، حيث به ثلاث متغيرات داخلية ط ، ص ، ع ، وثلاث معادلات . كما يحتوى النموذج ايضا على متغيرين خارجيين : الدخل (ى) والظروف الجوية (س) . والنموذج مميز تماما حيث يمكن اثبات أن كل معادلة سلوكية فيه مميزه تماما .

وفيما يلي النموذج بصورته المختزله ، حيث نجد المتغيرات الداخلية داله في المتغيرات الخارجية ، ويمكننا الحصول عليه بالطرق السابق شرحها :

$$\text{ط} = \frac{\text{أ}_{.}\,\text{ب}_{٢} - \text{أ}_{١}\,\text{ب}}{\text{ب}_{٢} - \text{أ}_{١}} + \frac{\text{أ}_{٢}\,\text{ب}_{٢}}{\text{ب}_{٢} - \text{أ}_{١}}\,\text{ى} + \frac{-\text{أ}_{١}\,\text{ب}_{٣}}{\text{ب}_{٢} - \text{أ}_{١}}\,\text{س} + \text{ق}'_{١}$$

$$\text{ع} = \frac{\text{أ}_{.} - \text{ب}}{\text{ب}_{٢} - \text{أ}_{١}} + \frac{\text{أ}_{٢}}{\text{ب}_{٢} - \text{أ}_{١}}\,\text{ى} + \frac{-\text{ب}_{٣}}{\text{ب}_{٢} - \text{أ}_{١}}\,\text{س} + \text{ق}'_{٢}$$

أى أن : $\text{ط} = \pi_{١٠} + \pi_{١١}\,\text{ى} + \pi_{١٢}\,\text{س} + \text{ق}'_{١}$

$\text{ع} = \pi_{٢٠} + \pi_{٢١}\,\text{ى} + \pi_{٢٢}\,\text{س} + \text{ق}'_{٢}$

حيث $\pi_{١٠} = \frac{\text{أ}_{.}\,\text{ب}_{٢} - \text{أ}_{١}\,\text{ب}}{\text{ب}_{٢} - \text{أ}_{١}}$ وهكذا ...

وباستخدام بيانات العينة المشاهدة بالنسبة للمتغيرات ط ، ع ، ى ، س في معادلات الصيغة المختزلة ، وتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية لكل معادلة على حدة ، فإننا نحصل على تقديرات للمعالم (π) .

ومن ثم نعوض عنهم (π) في مجموعة العلاقات بين معالم الصورة المختزلة والصورة الهيكلية ، وهذه العلاقات هي :-

$\text{أ}_{.} = \pi_{٢٠}\left(\frac{\pi_{١٠}}{\pi_{٢٠}} - \frac{\pi_{٢١}}{\pi_{٢٢}}\right)$ ، $\text{أ}_{١} = \frac{\pi_{٢١}}{\pi_{٢٢}}$ ،

$\text{أ}_{٢} = \pi_{١٢}\left(\frac{\pi_{١١}}{\pi_{١٢}} - \frac{\pi_{٢١}}{\pi_{٢٢}}\right)$

$\text{ب} = \pi_{٢٠}\left(\frac{\pi_{١٠}}{\pi_{٢٠}} - \frac{\pi_{١١}}{\pi_{١٢}}\right)$ ، $\text{ب}_{٢} = \frac{\pi_{١١}}{\pi_{١٢}}$ ،

$\text{ب}_{٣} = \pi_{٢٢}\left(\frac{\pi_{٢١}}{\pi_{٢٢}} - \frac{\pi_{١١}}{\pi_{١٢}}\right)$

وحيث أن المعادلات الهيكلية مميزه تماما ، فان العلاقات السابقة ستوصلنا الى قيم وحيده unique للمعالم (ب) . وتكون مجموعة علاقات المعالم السابقة من سته معادلات بها سته مجاهيل ، وهى المعالم الهيكلية أ ، $أ_1$ ، $أ_2$ ، ب ، $ب_1$ ، $ب_2$. وبحل هذه المجموعة من المعادلات نحصل على تقديرات المعالم الهيكلية .

مثـال :

فيما يلى بيانات نموذج سوق أحد ى السلع السابق فرضه :

	الكمية المطلوبة = المعروضة ط = ص	السعر ع	الدخل ى	الجو (الرقم القياسى للامطار) س
(١)	١٢٩١٧	٢٢٦٠	١٠٨٩	١٠٠
(٢)	١٧٩٢٠	٢١٥٠	١١٦٩	١١٠
(٣)	١٨٤٢٥	١٩٧٠	١٢٨١	١١٠
(٤)	٢٨١٨٠	١٦٢٠	١٣٣٥	١١٢
(٥)	٢٦٣٣٠	١٣٨٠	١٣٨٨	١٠٥
(٦)	٣١٠٢٩	١٢٠٠	١٤٥٢	١٠٧
(٧)	٤١٤٣٠	١٣١٠	١٥١٦	١١٠
(٨)	٤٨٩٢٤	١٠٨٠	١٥٣٦	١٠٠
(٩)	٥٢٧٣٩	١١٨٠	١٥٥٨	١٠٥
(١٠)	٥٥٠٠٩	١٣٩٠	١٥٨٧	١٠٥
(١١)	٥٠١٠٠	١٣٤٠	١٦٢٥	٩٨
(١٢)	٦٧٥٥٩	١٣٥٠	١٦٩٣	١٠٥
(١٣)	٦١٩٨٦	١٣٦٠	١٧٧٤	٩٥
(١٤)	٥٥٩٨٦	١٢٥٠	١٨٢٦	٨٨
(١٥)	٦٠٣١١	١٢١٠	١٨٩٩	٩٥

وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية للمعادلة الاولى من الصيغه المختزله :

$$ط = \pi_{10} + \pi_{11} ى + \pi_{12} س + ق_1$$

فاننا نحصل على تقديرات المعالم فى المعادلة السابقة وهـــــى :

$\hat{\pi}_{10}$ = ١٠٨٨٤٦,٨١ ، $\hat{\pi}_{11}$ = ٧٧,٤٧ ، $\hat{\pi}_{12}$ = ٣٢٥,١٥

حيث كانت ر^{2} = ٠,٨٧٥

ثم نطبق طريقة المربعات الصغرى العادية للمعادلة الثانية من معادلات الصيغة المختزلة وهـــــى :

ع = π_{20} + π_{21} ى + π_{22} س + ق$_{2}$

ونحصل على التقديرات الآتيـــــة :

$\hat{\pi}_{20}$ = ٥٤٩٩,٠٩ ، $\hat{\pi}_{21}$ = –١,٠٤ ، $\hat{\pi}_{22}$ = –١٦,٣٨

حيث كانت ر^{2} = ٠,٦٧٦

وبالتعويض بهذه القيم فى العلاقات السابقة فاننا نحصل على قيم المعالم الهيكلية التاليـــــة :

$\hat{أ}_{0}$ = ٥٤٩٩ ($\frac{-١٠٨٨٤٦}{٥٤٩٩}$ – $\frac{٣٢٥,١٥}{-١٦,٣٨}$) ≈ ١٤٩,١٩

$\hat{أ}_{1}$ = $\frac{٣٢٥,١٥}{-١٦,٣٨}$ = ١٩,٨٥

$\hat{أ}_{2}$ = –١,٠٤ ($\frac{٧٧,٤٧}{-١,٠٤}$ – $\frac{٣٢٥,١٥}{-١٦,٣٨}$) ≈ ٤٦,٩٠

$\hat{ب}$ = ٥٤٩٩ ($\frac{-١٠٨٨٤٦}{٥٤٩٩}$ – $\frac{٧٧,٤٧}{-١,٠٤}$) ≈ ٢٦٢,٣٧٦

$$\hat{\text{ب}}_{١٢} = \frac{\text{٣٢ر٤٧}}{\text{ـ ١ر٥٤}} = \text{ـ ٢١ر٠٥}$$

$$\hat{\text{ب}}_{٢} = \text{ـ ١٦ر٣٨} \left(\frac{\text{٣٢٥ر١٥}}{\text{ـ ١٦ر٣٨}} - \frac{\text{١٧ر٤٧}}{\text{ـ ١ر٥٤}} \right) = \text{٤٩٨ر١}$$

(٢) الفــــروض

تبنى طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة على أساس الفروض الاربعة التاليـــــــة :

أ ــ أن تكون المعادلات الهيكلية مميزه تمــــاما ٠

لقد سبق أن أشرنا الى استحالة تقدير معالم النمـــــوذج الهيكلي اذا كانت معادلات غير مميزه ٠ ومع ذلك فانه من الممكن تقدير الصيغـــــــة المختزلة لنموذج غير مميز ، مع استخدام المعالم (π) للتنبؤ ووضـــــــع السـياسيات ، ولكنه من غير الممكن الحصول على تقديرات للمعالم الهيكليـــــة لهذا النموذج ، حيث أن مجموعة العلاقات الداليه بين معالم الصيغتين ستكـــون أقل عدديا من عدد المعالم الهيكلية المجهوله ٠ واذا كان النموذج الهيكلـــــى أكثر من مميز فان تطبيق طريقة الصيغه المختزله سوف لا توصلنا الى تقديرات وحيـــده للمعالم ، حيث أن عدد العلاقات الداليه سيكون أكبر من عدد المعالم الهيكليـــة المجهولـــه ٠

ب ــ أن تتحقق الفروض العشوائية الستة لطريقة المربعات الصغــــرى العادية بالنسبه للخطأ العشوائي في معادلة الصيغه المختزله ، حيث أن طريقـــة المربعات الصغرى العادية (O L S) ستستخدم للحصول على تقديرات معالـــم الصيغه المختزله (π) ٠ والخطأ العشوائي لمعادلات الصيغه المختزلــــة (ق َ) ، له الخصائص التاليه : أنه عشوائي ، ومتوسطه يساوى الصفر : ت (قَ ر) = صفر ، وتباينه ثابت :

ع (ق$^{٢}_{ر}$) = σ$^{٢}_{ر}$ ، قَ مستقله سلسليا [ع (قَر قَرا) = صفر]

للقيم ر ≠ ط ، قَ موزعه توزيعا معتدلا ، واخيرا أن قَ مستقله عن المتغيرات

المستقله للنموذج • [ع (قَر س‌را) ≠ صفر]

فاذا تحققت الفروض العشوائية فان تقديرات معالم الصيغه المختزلـه

ستتمتع بخصائص الخطيه والاحسن وعدم التحيز (best,linear, unbiased)•

أما اذا لم تتحقق ، فان التقديرات ستكون بها اخطاء سوف تنتقل الى تقديـرات

المعالم الهيكلية (ب$_{ر}$) وأخطائها المعيارية•

حـ ـ ألا تكون المتغيرات الخارجية مرتبطة ببعضها البعض ارتباطـا

تاما • د ـ أن تكون المتغيرات الاجمالية مجمعه تجميعا صحيحـا •

ومما سبق يتضح أن طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة مبنيه علـى

نفس شروط طريقة المربعات الصغرى العاديه بالاضافة الى شرط تميز النمـوذج

تميزا تامـا •

(٣) خصائص تقديرات طريقة (I L S) للمعالم الهيكلية

يتضح مما سبق أنه اذا تحققت فروض طريقة المربعات الصغـرى

غير المباشرة فان تقديرات المعالم المختزله بخصائص الخطية والاحسن وعدم التحـيز•

ومع ذلك فانه يمكن اثبات أن تقديرات المعالم الهيكلية المتحصل عليها من المعالـم

المختزله تكون متحيزه للعينات صغيره الحجم ، ولكنها تكون متسقه ، بمعـنى

أن تحيزها يؤول الى الصفر كلما كبر حجم العينه ، أما تقديرات المربعات الصغـرى

العاديه فتكون غير متسقه•

ومعنى ذلك أن طريقة المربعات الصغرى غير المباشره توصلنـا

الى تقديرات غير متحيزه ومتسقه للمعالم المختزله (π) ، ومتحيزه ولكنها متسقـه

للمعالم الهيكلية (ب) • وبصفه عامه فان تقديرات المعالم الهيكلية لا تكون بالكفاءة

اللازمه أى أن تباين المعالم (ب) لا يكون أقل ما يمكن • واخيرا فان الطريقـة

غير المباشرة تفضل الطريقة العاديه لاتساق تقديراتها ، ولبساطتها اذا ما قورنـت

بطرق التقدير الاخرى التى تعطى تقديرات متسقة.

رابعا – طريقة المتغيرات المساعدة Instrumental variables

(١) تعريف الطريقة

هى ايضا احدى طرق المعادلة الواحدة ، وقد أمكن التوصل اليها كحل لمشكلة تمييز المعادلات الآنية ، كما أنها تناسب النماذج الاكثر من مميزة (overidentified) وتهدف طريقة المتغيرات المساعدة الى الاقلال من التبعية بين المتغير العشوائى (ق) والمتغيرات المفسرة باستخدام المتغيرات الخارجية المناسبة كمتغيرات مساعدة ، والتقديرات المتحصل عليها تتصف بالاتساق للعينات الكبيرة ولكنها متحيزة للعينات الصغيرة ، وبالرغم من عدم شيوع استخدام هذه الطريقة فى البحوث الاقتصادية القياسية الا أنها لا تقل أهمية عن بعض طرق القياس الاخرى.

وتتلخص الطريقة فى الخطوات الآتية :–

الخطوة الاولى :

اختيار المتغيرات المساعدة المناسبة والتى ستحل محل المتغيرات الداخلية لتظهر كمتغيرات مفسرة فى الطرف الايمن من المعادلة الهيكلية. والمتغير المساعد هو متغير خارجى يكون موجودا ضمن نموذج المعادلات الهيكلية ، وتتحقق فيه الشروط الآتية :–

أ – أن يكون بينه وبين المتغير التابع فى المعادلة المذكورة ارتباط قوى.

ب – أن يكون بينه وبين المتغير الداخلى ، الذى سيحل محله فى المعادلة الهيكلية ، ارتباط قوى.

جـ – أن يكون متغيرا خارجيا فعليا من خارج نطاق الهيكل الاقتصادى حتى لا يكون بينه وبين المتغير العشوائى للمعادلة الهيكلية ارتباط.

د ـ ألا يكون بينه وبين المتغيرات الخارجية ، التي تظهر في المعادلة الهيكلية المذكوره ، ارتباط قوى تفاديا لمشاكل الازدواج الخطى .

هـ ـ اذا استخدم اكثر من متغير مساعد في نفس المعادلة الهيكلية كان من الواجب أن يكون الارتباط بينها ضعيفا ، منعا لظهور مشكلة الازدواج الخطي .

ومن أجل ذلك كان من الواجب اختيار عدد من المتغيرات المساعدة بعدد المتغيرات الداخلية التي تظهر كمتغيرات مفسرة في المعادلة الهيكلية المعينه . فاذا احتوت هذه المعادله على متغيرات خارجية استخدمت هذه المتغيرات كمتغيرات مساعده .

الخطـوة الثانيـة :

تضرب المعادلة الهيكلية بكل من المتغيرات المساعده ، فنحصل في النهاية على عدد من المعادلات الخطية بعدد المعالم المجهولة . بحل هذه المعادلات نحصل على المعالم الهيكلية .

ونورد فيما يلي بعض الامثلة البسيطة توضيحا لخطوات هذه الطريقة :

مثال (١) :

اذا فرضنا أن المعادلة الهيكلية تحتوى على متغير مفسر واحد ($س_١$) ، يرتبط بالخطأ العشوائي (ق) ، حيث أن $س_١$ متغير داخلي في النموذج فان تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية للمعادلة التاليـة :

$$ص = ب + ب_١ س_١ + ق$$

يعطينا تقديرات متحيزه وغير متسقه . وتفاديا لهذه المشكلة نفترض أن هناك في معادلة ما بالنموذج ، الذي يتضمن المعادلة السابقة ، متغير خارجي (ع) تتحقق فيه الشروط السابقه ، بمعنى أنه يرتبط بكل من ص ، $س_١$ ارتباطا قويا ، ولكنه لا يرتبط بالخطأ العشوائي (ق) . ولذا فانه من الممكن استخدام (ع) كمتغير مساعد ، لتحل محل $س_١$ في المعادلة السابقه . وربما كان من الافضل في هذه المرحله أن تظهر متغيرات المعادلة الهيكلية في صورة انحرافات حتى لا يظهر

الثابت ب . تكون المعادلة هـــــي :

$$ص_م = ب_١ \, س_{م١} + ق$$

حيث $ص_م = (ص - \bar{ص})$ ، $س_م = (س_١ - \bar{س})$. وتكون الخطوة التاليه هي ضرب المعادلة الهيكلية بالمتغير المساعد ، ثم الجمع لجميــــع بيانات العينة أى أن :

$$مج (ص_م ع) = ب \, مج (س_م ع) + مج (ق ع)$$

ولما كانت ع ، ق غير مرتبطة فرضا فان ت (مج ق ع) = صفر ، فلــــذا يكون من الممكن حذف الحد الاخير من المعادلة وتصير المعــادلة بالصــــورة :

$$مج (ص_م ع) = \hat{ب}_١ \, مج (س_م ع) .$$

$$\therefore \quad \hat{ب}_١ = \frac{مج \, ص_م ع}{مج \, س_{م١} ع}$$

مثــال (٢) :

نفترض أن المعادلــة الهيكلية تحتوى على متغيرين مفسرين $س_١$ ، $س_٢$ ، وهما متغيرين داخليين فى نموذج المعادلات الهيكلية ، ولذا فهما مرتبطين بالخطأ العشوائى ق . فاذا كان النموذج الاصلـــــى :

$$ص = ب + ب_١ \, س_١ + ب_٢ \, س_٢ + ق$$

وفى صورة الانحرافات يكون هـــــو :

$$ص_م = ب_١ \, س_{م١} + ب_٢ \, س_{م٢} + ق$$

حيث $ت (س_{م١} ق) \neq صفر$ ، $ت (س_{م٢} ق) \neq صفر$.

ولتفادى تحيز المربعات الصغرى فى التقدير ، نفترض أن هذه المعادلة هـــــى جزء من نموذج أكبر من المعادلات الآتيه التى بها المتغيرين الخارجيين $ع_١$ ، $ع_٢$ اللذين يتحقق فيهما شروط المتغيرات المساعدة . ولذا نضرب جميع متغيرات المعادلـــــة

الهيكلية فى كل من المتغيرين المساعدين ، ثم نجمع بالنسبة لمشاهدات العينة لنحصل على المعادلتين الآتيتين :

مج ص ع١ = ب١ مج س١ ع١ + ب٢ مج س٢ ع٢ + مج ع١ ق

مج ص ع٢ = ب١ مج س١ ع٢ + ب٢ مج س٢ ع٢ + مج ع٢ ق

والحد الاخير فى المعادلتين يمكن حذفها حيث أن قيمها المتوقعة تساوى الصفر . وحل المعادلتين فى صورتيهما الجديدتين يمكن الحصول على التقديرات التالية للمعلمتين ب١ ، ب٢ باستخدام اسلوب المحددات .

ب*١ = [(مج ص ع١) (مج س٢ ع٢) — (مج ص ع٢) (مج س٢ ع١)] ÷ [(مج س١ ع١) (مج س٢ ع٢) — (مج س١ ع٢) (مج س٢ ع١)]

ب*٢ = [(مج ص ع٢) (مج س١ ع١) — (مج ص ع١) (مج س١ ع٢)] ÷ [(مج س١ ع١) (مج س٢ ع٢) — (مج س١ ع٢) (مج س٢ ع١)]

وكما سبقت الاشارة ، اذا كان أحد المتغيرات المفسره ، س١ مثلا ، متغير خارجى أمكن استخدامه كمتغير مساعد ، أى كانت ع١ = س١ مع اتباع نفس الخطوات التاليه .

وما قيل عن المعادلات التى بها متغير أو متغيرين مفسرين يمكن أن ينطبق على المعادلات التى بها أى عدد من المتغيرات المفسره .

ويمكنا هنا أن نضرب مثالا اقتصاديا بمعادلة الاستهلاك البسيطة التى يظهر فيها الانفاق الاستهلاكى (ص) دالة فى الدخل (س١) فى الصورة :

ص = ب + ب١ س١ + ق

ومن المعروف أن الدخل (س١) والخطأ العشوائى (ق) مرتبطين ، كما نعلم ايضا أن الاصول السائلة (ع) تظهر فى أحدى معادلات النموذج كمتغير مفسر خارجى يرتبط ارتباطا قويا بكل من الدخل (س١) والانفاق الاستهلاكى

(ص) . ولذا كان من الممكن استخدام الاصول السائلة كمتغير مساعد ليحل محل الدخل في المعادلة الهيكلية .

وفي النهاية فانه من الواضح أن هذه الطريقة تعمل على معالجة تبعية المتغيرات المفسره والمتغير العشوائي ، أحد الفروض الهامة اللازم تحقيقها قبل استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية . ولذا نرى أنه اذا تمكنا من تحويل المعادلة الهيكلية بطريقة ما لنستبعد منها تبعية المتغيرات المفسرة والخطأ العشوائي لكانت طريقة المربعات الصغرى العادية طريقة مناسبة للتقدير .

ومن ناحية أخرى نرى أن استخدام المتغير المساعد المناسب يحول المعادلة الهيكلية الى الصوره :

مجـ صم ع = ب١ مجـ س م ع + مجـ ع ق

حيث نجد أن المتغير المفسر الجديد (س م ع) يحتوى على س١ أى أنه مازال مرتبطا بالخطأ العشوائي الجديد (ع ق) . ونتيجة لذلك فان تقديرات المعالم ستكون متحيزه في العينات الصغيرة . ولما كان الارتباط بين المتغير المفسر والخطأ العشوائي في المعادلة المحوله ضعيف فاننا نتوقع أن الحد الاخير في المعادلة السابقة سيؤول الى الصفر كلما كبر حجم العينة ، ولذا كان من الممكن حينئذ باستخدام طريقة المربعات الصغرى في تقدير معالم المعادلة المحولة ومتى تقديرات متسقة للعينات الكبيرة ، وأن كانت متحيزه للعينات الصغيرة .

(٣) عيوب الطريقة

أ ـ اختيار المتغيرات المساعدة غالبا ما يكون اعتباطيا وباختلاف المتغير ستختلف قيمة التقدير .

ب ـ تجاهل تأثير المتغيرات الخارجية التي لا تظهر في المعادلة لا لسبب الا لانه لم يقع اختيارنا الاعتباطي عليها كمتغيرات مساعدة .

هذا علما بأن كل متغير خارجى يؤثر فى جميع المتغيرات الداخلية بالنموذج سواء كان هذا التأثير تأثيرا مباشرا أو غير مباشر٠

حـ ـ صعوبة اختيار المتغير المساعد المناسب حيث أن المتغيرات الخارجية غالبا ما تكون مرتبطة ببعضها البعض٠

د ـ صعوبة التأكد من استقلال ق والمتغير المساعد ٠

هذا وأن كان عيب الاعتباطية فى اختيار المتغير المساعد المناسب يمكن علاجه الى حد ما باستخدام مجموعات من المتغيرات المساعده بدلا من استخدام كل على حده ، كما سيأتى شرح ذلك فى طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين ٠

خامسا ـ طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين (2SLS)

(١) تعريف الطريقة

هى أحدى طرق المعادلة الواحدة التى ابتكرها شيل Theil ، وكذا باسمان Basmann ، وقد أعطت هذه الطريقة نتائج طيبه لتقديرات المعالم الهيكلية ، ولذا فهى اهم طريقة من طرق المعادلة الواحدة لتقدير النماذج الاكثر من مميزه٠

وتعتبر هذه الطريقة امتدادا لطريقتى المربعات الصغرى غير المباشرة (I L S) ، والمتغيرات المساعدة (I V)٠ كما سيتضح ذلك فيما بعد ٠ وتهدف هذه الطريقة الى التخلص من تحيز المعادلات الآنيه ما أمكن ٠ وقد اتضح أن مصدر هذا التحيز هو وجود المتغيرات الداخلية ضمن المتغيرات المفسره فى الدالة ٠ وتتركب هذه المتغيرات الداخليه من جزء منتظم تحدده المتغيرات المحدده (الخارجية) فى النموذج ، وجزء آخر عشوائى ٠ وهذا الاخير هو الذى يتسبب فى التبعية بين المتغير المناسب والخطأ العشوائى (ق) فى المعادلة الهيكلية ٠ وبصفه عامه نلاحظ فى معادلات الصيغة المختزله أن كل متغير داخلى قد ظهر كدالة فى جميع المتغيرات المحدده،

وفى المتغير العشوائى (قَ) . فالجزء المنتظم (غير العشوائى) يتركب من حدود المتغيرات الخارجية ومعالمها المختزلة ، أما الجزء العشوائى قَ فهو دالة فى المتغيرات العشوائية للمعادلات الهيكلية (ق) ، وفى المعالم الهيكلية (ب ، Y) أى أن

قَ = د (ق١ ، .... قم ، ب١ ، .... بم ، Y١ ، ....Yط)

حيث م = عدد المتغيرات الداخلية فى النموذج .
ط = عدد المتغيرات المحددة .

ومن الواضح اذن أن الجزء العشوائى هو الذى يتسبب فى ظهور تحيز المعادلة الآنيه فى تقديرات المربعات الصغرى ، حيث أنها مرتبطة والمتغيرات العشوائية (ق) فى المعادلات الهيكلية . فاذا علمنا قَ أمكن طرح الجزء العشوائى من صر ونكتفى باستخدام الجزء الباقى (المنتظم) فى المعادلة الهيكلية . ولما كانت قَ غير مشاهدة فان الجزء المنتظم للمتغير صر يكون غير معلوم . ولذا يمكننا الحصول على تقدير لهذا الجزء بتقدير انحدار صر على جميع المتغيرات المحددة فى النموذج ، ثم الحصول على تقدير صْر ، واستخدامه كمتغير مفسر فى المعادلة الاصليه بدلا من صر .

ومن ذلك يتضح أن طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين انما تتبلور فى استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية فى مرحلتين :

الاولى : تطبق طريقة المربعات الصغرى على معادلات الصيغه المختزلة للحصول على تقدير لكل من الجزءين المنتظم والعشوائى للمتغيرات الداخليه .

صر = صْر + قَر

حيث صْر = Πْر١ س١ + Πْر٢ س٢ + ... + Πْرط سط

الثانيه : تحل المتغيرات الداخلية التى تظهر فى الطرف الايمن من المعادلة بقيمها المقدره ، صْر = صر — قَر ، ثم تطبق طريقة المربعات الصغرى العادية

للمعادلة الاصليه المحوله للحصول على تقديرات للمعالم الهيكليـــــة .

وإذا فرضنا أن المعادلة الهيكلية الرائية فى صيغتها العامه هـــــى :ــ

$$ص_ر = ب_{ر١} ص_١ + ب_{ر٢} ص_٢ + \cdots + ب_{رم} ص_م + \gamma_{ر١} س_١ + \cdots + \gamma_{رط} س_ط + ق_ر$$

حيث $ص_ر$ = المتغيرات الداخلية (ر = ١ ، ٢ ، ... ، م)

$س_ر$ = المتغيرات المحدده (ر = ١ ، ٢ ، ... ، ط)

ب = معالم المتغيرات الداخليـــة

γ = معالم المتغيرات المحدده

ففى الخطوه الاولى نطبق طريقة المربعات الصغرى العادية لمعادلات الصيغه المختزله للحصول على تقديرات معالمها (π) التى تظهر فى المعادلات :ــ

$$ص_١ = \pi_{١١} س_١ + \pi_{٢١} س_٢ + \cdots + \pi_{ط١} س_ط + ق'_١$$

$$ص_٢ = \pi_{١٢} س_١ + \pi_{٢٢} س_٢ + \cdots + \pi_{ط٢} س_ط + ق'_٢$$

$$\vdots$$

$$ص_م = \pi_{١م} س_١ + \pi_{٢م} س_٢ + \cdots + \pi_{طم} س_ط + ق'_م$$

وباستخدام معالم الصيغة المختزلة المقدره يمكن حساب قيم المتغيرات الداخلية $\hat{ص}_١$ ، $\hat{ص}_٢$ ، ... ، $\hat{ص}_م$. ونلاحظ هنا أنه لاداعى لمعرفة العلاقـــات الداخلية بين المعالم المختزلة (π) والمعالم الهيكليـة (ب ، γ) حيـــث اننا سوف لا نقدر المعالم الاخيرة كما هو الحال فى طريقة المربعات الصغــــرى غير المباشرة . وانما ستستخدم المعالم المختزلة لحساب قيم ($\hat{ص}$) المقدره . وما علينـا أن نوفره من بيانات هى البيانات الخاصه بجميع المتغيرات المحدده التى تظهـــر فى المعادلات الهيكلية للنموذج .

وفى الخطوة الثانية نحل قيم $\hat{ص}$ فى المعادلة الهيكلية للحصول علـــى الدوال المحولـــة :

$$ص_ر = ب_{ر١} \hat{ص}_١ + ب_{ر٢} \hat{ص}_٢ + \cdots + ب_{رم} \hat{ص}_م + γ_{ر١} س_١ + \cdots + γ_{رط} س_ط + ق^*_ر$$

حيث $ق^*_ر = ق_ر + ب_{ر١} \acute{ق}_١ + ب_{ر٢} \acute{ق}_٢ + \cdots + ق_{رم} \acute{ق}_م$

علما بأن $ص_١ = \hat{ص}_١ + \acute{ق}_١$ ، $ص_٢ = \hat{ص}_٢ + \acute{ق}_٢$ ، ..... ، $ص_م = \hat{ص}_م + \acute{ق}_م$

التى تستخدم للتعويض بقيمها فى المعادلة الاصليه مع اعادة ترتيب الحدود لنحصل فى النهاية على الدالة المحولـــــه .

وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على المعادلة الهيكلية المحولة ، نحصل على تقديرات المعالم الهيكلية بطريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين .

فاذا فرضنا أن بالمعادلة متغيرين مفسرين كانت المعادلة الاصليه فى الصوره :

$$ص_١ = ب_٢ ص_٢ + γ_١ س_١ + ق$$

وتكون المعادلة المحوله هــــــى :

$$ص_١ = ب_٢ \hat{ص}_٢ + γ_١ س_١ + (ق + ب_٢ \acute{ق}_٢)$$

وتكون المعادلات الاساسية هــــــى :

$$مج ص_١ ص_٢ = \hat{ب}_٢ مج \hat{ص}^٢_٢ + \hat{γ}_١ مج س_١ \hat{ص}_٢$$

$$مج ص_١ س_١ = \hat{ب}_٢ مج س_١ \hat{ص}_٢ + \hat{γ}_١ مج س^٢_١$$

وتقدر معالم المعادلات الآتيه باستخدام اسلوب المحددات .

$$\hat{ب}_٢ = \frac{(مج ص_١ \hat{ص}_٢)(مج س^٢_١)}{(مج \hat{ص}^٢_٢)(مج س^٢_١) - (مج س_١ \hat{ص}_٢)^٢}$$

$$\hat{γ}_١ = \frac{(مج \hat{ص}^٢_٢)(مج ص_١ س_١)}{(مج \hat{ص}^٢_٢)(مج س^٢_١) - (مج س_١ \hat{ص}_٢)^٢}$$

ومن الممكن أثبات أن تقديرات هذه الطريقة تشابه تقديرات طريقة المتغيرات المساعده اذا استخدمنا القيم المقدره ىٌو لتحل محل قيم ى الاصليه ، وكــــــذا المتغيرات المحدده الوارده فى الدالة ، كمتغيرات مساعدة .

مثـــــال :

وزيادة فى الايضاح سنضرب المثال التالى لتطبيق طريقة المربعات الصغــرى ذات المرحلتين فى تقدير دالة اكثر من مميزه . اذا فرضنا نموذج كينز البسيط لتحديد الدخـــــل :

$$ص_و = ب_. + ب_١ ى + ب_٢ ص_{و-١} + ق$$

$$س_و = أ_. + أ_١ ى_{و-١} + أ_٢ ى_و + قَ$$

$$ى_و = ص_و + س_و + ع_و$$

حيث ى$_{و-١}$ ، ص$_{و-١}$ ، ع متغيرات خارجية . ومن السهل اثبات أن معادلة الاستهلاك فى هذا النموذج اكثر من مميزه .

وفيما يلى بيانات المتغيرات النموذج لاستخدامها فى تمامــــــة بتطبيق طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين للفترة ١٩٤٨ ــ ١٩٦٨ علمــــا بأن ى$_{١٩٤٧}$ = ٢٠٠١٥ ، ص$_{١٩٤٧}$ = ١٣٢٠٥ .

نحصل أولا على قيمة الصوره المختزله للمتغير الداخلى (ى) الذى يظهر فى المعادلة :

$$ى_و = \pi_. + \pi_١ ع_و + \pi_٢ ى_{و-١} + \pi_٣ ص_{و-١} + قَ$$

وكانت النتيجة هــى : ىٌو = ــ ٩ر١٣٢٥١ + ٠ر٢٢٧١ عو + ٠ر٠٨٧ ى$_{و-١}$ + ١ر١٣٤٦٠ ص$_{و-١}$

ثم تحل قيم الدخل المحسوبة من هذه المعادلة محل قيم ى الاصلية ، لتصير معادلة الانحدار هــــىَ :

$$ص_و = بٌ_. + بٌ_١ ىٌ_و + بٌ_٢ ص_{و-١} + قٌ$$

	ص و	ك و	ص و	ع و
٤٨	١٣٨٤٤	٢٠٤٣٦	٢٢٨٥	٣٨٩٠
٤٩	١٤٠٩٨	٢٠٩٩٩	٢٤٩٨	٤١١٢
٥٠	١٤٤٩٣	٢١٧٧٧	٢٦٣٢	٤١٠٣
٥١	١٤٣٠٠	٢٢٤١٨	٢٦٤٣	٤٤١٠
٥٢	١٤٢١٩	٢٢٣٠٨	٢٦٥٤	٤٨٤٥
٥٣	١٤٨٦٢	٢٣٣١٩	٢٩٤٢	٤٩٧٢
٥٤	١٥٤٧٢	٢٤١٨٠	٣١٩٢	٤٩٥٢
٥٥	١٦١٠٢	٢٤٨٩٣	٣٣٧٢	٤٨٠١
٥٦	١٦٢٣٦	٢٥٣١٠	٣٥٢٦	٤٧٦١
٥٧	١٦٥٨١	٢٥٧٩٩	٣٧١٤	٤٦٨٧
٥٨	١٧٠٠٨	٢٥٨٨٦	٣٧٣٧	٤٥٧٢
٥٩	١٧٧٣٦	٢٦٨٦٨	٤٠٢٥	٤٦٦٨
٦٠	١٨٤١٨	٢٨١٣٤	٤٤١٨	٤٧٧٠
٦١	١٨٨٤٦	٢٩٠٩١	٤٨٤٧	٤٩٤٥
٦٢	١٩٢٥٨	٢٩٤٥٠	٤٨٢٩	٥١٠٠
٦٣	٢٠١٢٥	٣٠٧٠٥	٤٩٦٦	٥١٨٤
٦٤	٢٠٨١٩	٣٢٣٧٢	٥٧١٧	٥٢٧٢
٦٥	٢١١٦٩	٣٣١٥٢	٥٩٤٩	٥٤٢٠
٦٦	٢١٦١٧	٣٣٧٦٤	٦٩٠٢	٥٥٦١
٦٧	٢٢٠٣٩	٣٤٤١١	٦٥٢٥	٥٨٢٥
٦٨	٢٢٥٦٢	٣٥٤٢٩	٦٧٩١	٥٨٥١

وكانت المعادلة المقدره هـــــى :

ص = ــ٧٥٠٩٢ + ٠,٨٤٦ ك̂و + ١,١٦٤٣ ص و ــ١

(٤٣٦,٩) (٠,٢١) (٠,٣٤)

والمقارنة حسبت معادلة الاستهلاك باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية

وكانت نتائجهـا هـــــى :

ص*و = ٣٨٠٩ر٠ + ٠١٨ر٠ ك و + ٢٥٩ر٠ ص و-١

(٣٥١ر٠) (١٢ر٠) (٢١ر٠)

ر² = ٩٩٤ر٠ ك = ٩ر١٠

(٢) الفـــروض

تتلخص فروض هذه الطريقة فى الآتـــــى :-

أ - أن يحقق المتغير العشوائى فى المعادلات الهيكلية الاصلية الفروض العشوائية المعروفة ، والا لما حققت المتغيرات العشوائية فى الصيغـــة المختزلة الخصائص الاحصائية المعروفة ، وبالتالى لانهـارت الطريقـة مـــن اساسهـــا .

ب - أن يحقق المتغير العشوائى فى المعادلات المختزلة الفروض العشوائية.

حـ - الا تكون المتغيرات المفسرة مرتبطة ببعضها ارتباطا تامـــا . وأن تكون جميع المتغيرات الاجمالية مجمعة تجميعا سليمـــا .

د - أن يكون توصيف النموذج سليما وخاصة البلدنا بجميـــع المتغيرات الخارجية.

هـ - أن يكون حجم العينة كبيرا ، وعلى الاخص أن يزيـــــد عدد المشاهدات عن المتغيرات المحدده فى النموذج الهيكلى . واذا كان حجـــم العينة صغيرا اضطر الباحث الى الاقلال من عدد المتغيرات الخارجيـــة .

(٣) خصائص التقـــديرات

أ - تكون التقديرات متحيزه اذا كان حجم العينة صغيرا .

ب - اذا كبر حجم العينة (ن ← ∞) فان التحيز يؤول الـــى الصفــــر .

حـ - تكون التقديرات متسقة .

د - التقديرات ايضا خاصية الكفاءة بشرط تحقق الفروض الخاصــــة

بتوزيع الاخطاء العشوائيــــة .

وفى النهاية فان هذه الطريقة هى انسب الطرق لقياس المعادلات الاكثر مـن ميزه . أما المعادلات المميزه تماما فمن الممكن اثبات أن تقديرات هذه الطريقـــــة لمعالم هذه المعادلات تشابه تماما تقديرات طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة . ولعله من المشاهد ايضا أن طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين (2 S L S) لا تتميز عن طريقة المربعات الصغرى العادية فى حالة النماذج التراجعية . ولكنهـــا تتميز بتقديراتها المتسقه التى تفشل طريقة المربعات الصغرى فى تحقيقها فى حالـــــة المعادلات الاكثر من ميزة .

وتتميز ايضا بكونها اعم من طريقة المتغيرات المساعده ، اذ تأخذ فـــــى اعتبارها اثر جميع المتغيرات المحدده فى النموذج على المتغير التابع ، فى حين أن طريقة المتغيرات المساعدة تهتم بعدد من المتغيرات المحدده كمتغيرات مساعـــــده وتتجاهل اثر باقى المتغيرات الخارجيـــــة .

هذا وأن كنا نلاحظ بعض الخطأ فى تقديرات هذه الطريقة ، ومصـــــدره حساسيتها لاخطاء التوصيف ، الامر الذى يتعذر تجنبه لما نعلمه من تعقد الظواهــــر الاقتصادية ، واحتمال وجود خطأ التوصيف فى المتغيرات المحدده .

واخيرا فان هذه الطريقة وأن كانت تتطلب عددا كبيرا من المشاهـــــدات الا أنها تتميز ببساطة الحســـــاب .

سادسا — طرق التقدير المختلط Mixed Estimation Methods

أن طرق التقدير المختلطة هي الطرق التي تجمع بين بيانات العينة وبيانات معلومه مسبقا ومتوافره عن قيم بعض أو كل المعالم . والمقصود بالبيانات المعلومه تلك البيانات التي يمكن الحصول عليها من أي مصدر خارجي بخلاف العينة التي تستخدم بياناتها في تقدير العلاقة . وهذه المصادر قد تكون النظرية الاقتصادية أو القوانين التنظيمية ، أو الدراسات القياسية . والامثله على ذلك ما تفترضه النظرية الاقتصادية من أن السلع الضرورية ليس لها بدائل ، ومروناتها السعرية والدخليه منخفضه ، فيكون الطلب عليها غير مرن . وكذا ما تحدده القوانين الضرائبيه على سعر سلعة ما من ضريبة كنسبه مئوية من سعرها . هذا الى جانب معلوماتنا ايضا عن العلاقة بين المعالم في دالة ما ، كما نرى ذلك في حالة دالة كوب — دوجلاس للانتاج حيث نجد أن مجموع ب١ ، ب٢ قد تساوى الواحد الصحيح أو تزيد عنه أو تقل ، وذلك وفقا لحالات تساوى غلة الحجم وزيادتها او نقصها على التوالي اذا كانت الدالة بالصوره :

$$ص = ب . ع^{ب_1} . س^{ب_2} . ق$$

حيث ص = الناتج ، ع = العمل ، س = رأس المال .

وقد تتوافر لنا المعلومات عن عدم تحيز تقديرات بعض المعالم ، وذلك من واقع دراسات قياسية تمت في نفس مجال الدراسة . كما قد تتوافر البيانات عن قطاع مستعرض cross section ، الى جانب بيانات العينة ، وهي السلاسل الزمنية للمتغيرات ، وهذا ما يعبر عنه باسلوب الجمع بين بيانات القطاع المستعرض والسلاسل الزمنية

(١) طريقة المربعات الصغرى ذات القيود Restricted Least Squares.

يمكن أن تطبق هذه الطريقة في الحالات السابقة ولكنها تكون أكثر ملاءمة اذا ما توفرت لدينا المعلومات عن قيمة معلمة أو اكثر ،

أو من العلاقة بين هذه المعالـــم .

وتتلخص خطوات هذه الطريقة في الآتـــــي :ـ

اذا فرضنا أن الداله هـــــي :

$$ص_ه = ب_١ س_ه١ + ب_٢ س_ه٢ + ق$$

وأن لدينا معلومات عن قيمـة $ب_١$ ، أى كانت $ب_١ = ب^*_١$. فتحل $ب^*_١$ محل $ب_١$ في الدالة ، ونطبق طريقة المربعات الصغرى على الداله المحولة وهي :

$$(ص_ه - ب^*_١ س_ه١) = ب_٢ س_ه٢ + ق$$

ثم توضع $ص^*_ه$ في الداله المحوله بدلا $(ص_ه - ب^*_١ س_ه١)$ وتطبق طريقة المربعات الصغـــرى العادية للحصول على قيمه $ب^*_٢$ وهـــــي :

$$ب^*_٢ = \frac{مج ص^*_ه س_ه٢}{مج س^٢_ه٢} = \frac{مج ص_ه س_ه٢ - ب^*_١ مج س_ه١ س_ه٢}{مج س^٢_ه٢}$$

وقد سميت هذه الطريقة باسمها حيث اننا نطبق فيها طريقة المربعات الصغرى العادية على علاقة ذات قيود ، بمعنى اننا في هذه الطريقة نعمل على الحصول علـــى النهاية الصغرى لمربعات قيم البواقي ($مج ق^٢$) للعلاقة الهيكلية بشرط أن $ب_١ = ب^*_١$ ، حيث $ب^*_١$ هي القيمة المعلومه للمعلمة $ب_١$.

مثـــــال :

تتوافر لدينا بيانات السلاسل الزمنية للمتغيرات : الاستهلاك (ص) ، اجـور (دخول) العاملين ($س_١$) ، دخول اصحاب الاملاك ($س_٢$) ، فاذا رغبنـــــا في قياس دالة الاستهلاك بفرض انها بالصـوره :

$$ص = ب + ب_١ س_١ + ب_٢ س_٢ + ق$$

وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية نحصل على النتائج الآتيـــــة :

$$\hat{ص} = 2202.92 + 0.27\,س_1 + 0.36\,س_2 \qquad ر^2$$
$$(188.9) \qquad (0.05) \qquad (0.21) \qquad 0.998$$

ونظرا للازدواج الخطى فى العلاقة السابقة بسبب الارتباط بين $س_1$ ، $س_2$ فعلينا توفيق الدالة بالشرط الآتـــى :–

$$ب_2 = \frac{2}{3}\,ب_1$$

وتصير المعادلة المشروطة هـــى :

$$ص = ب + ب_1\left(س_1 + \frac{2}{3}\,س_2\right) + ق$$

وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى عليها تكون تقديرات المعالم فيها هـــى :

$$\hat{ص} = 2120.13 + 0.24\left(س_1 + \frac{2}{3}\,س_2\right) \qquad ر^2$$
$$(130.7) \qquad (0.01) \qquad 0.998$$

واذا قدرنا المعادلة على فرضاتها بالصورة :

$$ص = ج + ج_1\,ى + ق$$

$$\text{حيث } ى = س_1 + س_2$$

ومعنى ذلك أن $ب_1 = ب_2 = ج_1$ ؛

وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى كانت النتائج هـى :

$$\hat{ص} = 1994.9 + 0.692\,ى \qquad ر^2$$
$$(139.1) \qquad (0.01) \qquad 0.998$$

(٢) طريقة جمع بيانات القطاع المستعرض والسلاسل الزمنيـــة

هى طريقة شائعة الاستعمال فى الدراسات القياسية ويمكن اعتبارهـــا حالة خاصة من طريقة المربعات الصغرى ذات القيود ٠

وتطبق هذه الطريقة على سبيل المثال فى حالة قياس معالم دالة الطلب على الغذاء بفرض أن الدالة فى الصورة:

$$ص = ب \cdot ع^{ب_1} \cdot ى^{ب_2} \cdot ق$$

حيث ص = الطلب على الغذاء

ع = سعر الغذاء

ى = دخل المستهلك

مع توافر بيانات سلسلة زمنية الفترة ما ، وبيانات قطاع مستعرض لميزانية الاسرة فى نقطة زمنية معينة .

والفكرة الاساسية فى طريقة الجمع هى الحصول على تقدير معلمة أو اكثر من بيانات القطاع المستعرض ، ثم تدخل هذه المعالم فى الدالة الاصلية لاستخدامها فى الحصول على بواقى المتغير التابع بطرح قيمة المتغيرات المفسره بمعالمها المقدره من المتغير التابع ، ثم نحسب انحدار هذا الباقى على المتغيرات المفسرة الباقية لنحصل على تقديرات لمعالمها باستخدام بيانات السلاسل الزمنية .

وتطبيق ذلك على مثال دالة الطلب على الغذاء يمكن أن تتلخص خطواته فى الآتى :ـ

أ ـ استخدام بيانات القطاع المستعرض فى الحصول على تقدير معلمة الدخل $ب^*_2$ ويحذف اثر تغيرات الدخل (ى) على المتغير التابع (ص) بطرح الحد ($ب^*_2$ ى) من ص . أى أن المتغير الجديد يكون هو :

$$س = لو ص - ب^*_2 \; لو ى$$

وهو الباقى الذى يعبر عن التغير فى الطلب ولا يكون التغير فى الدخل مسئولا عنه .

ب ـ ايجاد الانحدار التالى باستخدام بيانات السلاسل الزمنية :

$$س = لو ب + ب_1 \; لو ع + لو ق$$

وتكون العلاقة المشتركة المقدره هى :

$$ص_و = ب \cdot ع_و^{\hat{ب}_1} \cdot ى_و^{ب^*_2}$$

حيث ب١ قد استنتجت من بيانات السلاسل الزمنية ،
ب٢ قد حصلنا عليها من بيانات القطاع المستعرض.

١ — مزايـــا الطريقـــــة

أن الدافع من وراء استخدام طريقة الجمع بين بيانات السلاسل الزمنيـــة والقطاع المستعرض فى تقدير معالم العلاقات الاقتصادية هو حصولنا علــــى تقديرات اكثر مأمونية من تلك التى نحصل عليها بتطبيق طريقة المربعات الصغـــرى العادية على الدالة الاصليه مع استخدام بيانات السلاسل الزمنية.

فان استخدام طريقة الجمع وخاصة فى حالة دوال الطلب ، يساعـــــد الى حد ما على تجنب مشاكل القياس ، كالازدواج الخطى ، والتحيز ، وتحديد المعادلات الآنيه ، وتحيز التجميع الذى يرجع الى تغيرات توزيع الدخـــــل. فمن ناحية الازدواج الخطى نرى بوضوح امكاننا تفاديه باستخدام هذه الطريقـــــة حيث أننا نعلم تماما مدى الارتباط بين سلاسل السعر والدخل وغير ذلك مـــــن المتغيرات الاقتصادية . كما تكون مرونة الدخل المحسوبة من بيانات القطـــــاع المستعرض ، والتى تظهر فى النتيجة النهائية ، مميزة/الى دالة الطلب . ويظهـــــر تحيز المعادلات الآنيه اذا قدرت معالم دالة الطلب بطريقة المربعات الصغـــــرى العادية ، نظرا لان متغير الدخل قد لا يعتبر متغيرا خارجيا فى دالة الطلب السابقة لاهمية بند الانفاق على الغذاء بالنسبه للدخل الكلى ، مما يجعلنا نتوقع وجود السببيه فى الاتجاهين ، ص = د (ى) ، ى = د (ص) ، ومما يؤدى ايضا الـــــى ضرورة ظهور هذه العلاقة فى نموذج معادلات آنيه ، تقدر معالمها بطريقة القيـــــاس المناسبه . أما تحيز التجميع فيظهر فى معالم دالة الطلب ، كمعلمة الدخل وغيرهـــــا ، المقدره باستخدام السلاسل الزمنية ، اذا تغير توزيع الدخل على مر الزمـــــن .

ولهذا فان الحصـــــول على معلمة الدخل من بيانات القطاع المستعـــــرض تجنبنا الوقوع فى هذا النوع من التحيز نظرا لظهور توزيع الدخل فى العينة. أمـــــا اذا استمر تغير هذا التوزيع كان لزاما علينا ادخال متغيرات معينة فى دالـــــة

الطالب في المرحلة الثانية من طريقة الجمع ، أو اتباع اسلوب تصحيح آخـــــــر .

٢ ـ عيوب الطريقـــــة

هناك عدة عيوب في طريقة الجمع يجب ملاحظتها اذا كان الهـــدف هو الحصول على معالم أحسن تقديرها .

أ ـ تفسير الداله المقـــدره

من المعروف أولا أن تقديرات القطاع المستعرض هـــي مرونات طويلة الاجل بينما تقديرات السلاسل الزمنية هي مرونات قصيرة الاجل . ويرجـــع هذا الاختلاف في المعنى الى الفروض الضمنية لهذين النوعين من التقديرات .

فعند تقدير معلمه الدخل من بيانات القطاع المستعـــرض نفترض تجانس المستهلكين الا بالنسبه للاختلافات الناجمه عن الدخل أو المتغـــيرات الاخرى التي تظهر صريحة في دالة القطاع المستعرض . ويمكننا أن نستنتج تحـــت هذا الشرط أنه اذا تغير دخل شخص ما بالزياده مثلا ، فاننا نتوقع أن يعمـــــل هذا الشخص على تعديل نمط استهلاكه من السلع والخدمات وفقا للنمط الذى يتفـــق مع ذوى الدخول المرتفعه . ولما كان هذا التعديل في الانفاق الاستهلاكي يتطلـــب مرور بعض الوقت فان مرونات القطاع المستعرض تفسر كمرونات طويلة الاجـــل .

ومن ناحية اخرى فان الفرض الضمني في حالة تحليل انحـدار السلاسل الزمنية ، هو أن الفترات الزمنية ، كلها متجانسه ، الا بالنسبه للمتغـــيرات التي تظهر صراحة في الدالة . ونظـرا لتغير الشروط السابقه للداله الصريحـــــة على مر الزمن ، تعتبر تقديرات السلاسل الزمنية مرونات قصيرة الاجـل .

والمشكلة الاخرى هي افتراضنا ، في حالة القطاع المستعـــرض ان لجميع المستهلكين نفس المرونات الفرديـــة .

وتبرز مشكلة تحديد طبيعة دالة الطلب المقدره ، اذا تحقـــق المعنى السابق الاشارة اليه ، حيث أن بعض معالـــم الدالة طويـــل الاجــــــل

والبعض الآخر قصير الاجل . فالسؤال الذى يطرح نفسه الآن : هل دالة الطلب المقدره باسلوب الجمع هى دالة طلب طويلة الاجل أم قصيرة الاجل ؟ ومن هنا ناقش بعض الباحثين عدم كفاية استخدام مثل هذه الدالة المقدره فى التنبؤ .

ب — دقة تقديرات القطاع المستعرض

تؤدى الاختلافات المتعدده بين افراد عينه القطاع المستعرض الى اختلاف الانفاق الاستهلاكى للاسر المختلفة . فالى جانب الدخل هناك حجم الاسرة وتوزيع العمر والنوع لافراد الاسرة ، وكذا المهنه والتعليم والديانه ، وكلها عوامل مسئوله عن أنماط الانفاق ويجب أن تؤخذ فى الاعتبار عند قياس العلاقة بين الدخل والانفاق حتى يكون لمعامل الدخل معناه . هذا وأن كانت بعض العوامل كالعدد والعمر والنوع بالنسبه لافراد الاسرة يمكن اظهارها باستخدام نصيب الفرد أو نصيب الوحده الاستهلاكية . أما العوامل الاخرى كالمهنه مثلا فيمكن عرضها باستخدام المتغيرات العدديـة .

جـ — رجوع تقدير القطاع المستعرض لنقطة زمنيه واحده

من الواضح أننا نحصل على تقديراتنا من القطاع المستعرض فى نقطة زمنيه معينه . ومن ثم تستخدم هذه التقديرات لاستبعاد أثر المتغيرات المناظره على المتغير التابع فى جميع النقط الزمنية للسلاسل الزمنيه . ومعنى ذلك افتراضنا ثبات معالم القطاع المستعرض طوال الفترة الزمنية للسلاسل ، وهو ولا شك افتراض غير واقعى نظرا لتغير مرونات الدخل على مر الزمن بشكل ملحوظ . والطريقة الوحيده لتفادى هذه الصعوبه هى استخدام بيانات عديدة من القطاعات المستعرضه لعدد من النقط الزمنية ، ثم مقارنة التقديرات المختلفة لنفس المعلمه على مر الزمن ، واستكمالها بالنسبه للنقط الزمنية (السنوات) الاخرى .

د — تعديل مرونات القطاع المستعرض

وتتضمن بيانات القطاع المستعرض بيانات انفاق المستهلكين للبنود المختلفة الى جانب الانفاق الكلى لكل اسرة . ونظرا لعدم دقة بيانات

الدخل التى تجمع من المستهلكين فان المرونات المحسوبة من القطاع المستعرض هى فى الحقيقة مرونات الانفاق ، وتحسب من انحدار الانفاق على السلعة الرائيسية على الانفاق الكلى .

$$ص_{رط} = أ_{\cdot} \cdot ص_{ط}^{أ_{١}} \cdot ق_{ر}$$

حيث $ص_{رط}$ = انفاق الاسرة الطائفية على السلعة الرائية .

$ص_{ر}$ = الانفاق الكلى للاسرة الطائفية

وتكون $أ_{١}$ هى مرونة الانفاق على السلعة الرائية بالنسبة للانفاق الكلى :

$$م_{ص_{ر} \cdot ص} = \frac{ك\ ص_{ر}}{ك\ ص} \times \frac{ص}{ص_{ر}}$$

$$= أ_{١}$$

أما فى حالة دالة الطلب فيمكن الحصول على مرونة الدخل وهـى :

$$م_{ع_{ر} \cdot ى} = \frac{ك\ ك_{ر}}{ك\ ى} \times \frac{ى}{ك_{ر}}$$

ولذا كان من الواجب تحويل مرونات الانفاق المتحصل عليها من القطاع المستعرض الى مرونات الطلب الدخلية . هـذا علما بأن مرونات الانفاق أعلى من مرونات الدخل لعدة اسباب منها : أنه بزيادة الدخل يزيد الانفاق على السلع المختلفة ، نظرا لان المستهلك يشترى كميات اكبر من اصناف أجود ثمنها مرتفع . هذا بالاضافة الى صغر الانفاق الكلى من الدخل بصفة عامة ، فاذا زاد الدخل بنسبة معينة زاد الانفاق بمعدل متناقص . ولذا يكون مقام المرونة الانفاقية ك ص / ص ، أصغر من مقام المرونة الدخلية ك ى / ى . وبالتالى تكون المرونة الانفاقية أعـلا من المرونة الدخليـة .

ولتحويل المرونة الانفاقية الى المرونة الدخليه تستخدم المعادلة الآتية :

$$(\text{م}_{\text{ص ر . ص}})(\text{م}_{\text{ص . ى}}) - (\text{م}_{\text{ع ر . ى}}) = \text{م}_{\text{ك . ى}}$$

حيث $\text{م}_{\text{ص ر . ص}}$ = مرونة الانفاق على السلعة الرائية بالنسبه للانفاق الكلـــــــــى .

$\text{م}_{\text{ص . ى}}$ = مرونة الانفاق الكلى بالنسبه للدخل الكلى .

$\text{م}_{\text{ع ر . ى}}$ = مرونة السعر بالنسبه للدخل الكلى ، وتقيس التغير فى الجوده المشتراه كلما زاد الدخل .

$\text{م}_{\text{ك ر . ى}}$ = مرونة الطلب (الكمية المطلوبة) بالنسبه للدخل .

ومعنى ذلك اننا نحتاج الى قياس $\text{م}_{\text{ص . ى}}$ ، $\text{م}_{\text{ع . ى}}$. والمرونة الاولــــــــى يمكن حسابها من معادلة انحدار الانفاق الخاص الكلى على الدخل الكلى (ص = د (ى)) ، باستخدام بيانات السلاسل الزمنية للمتغيرين اللذين تعرضهما احصاءات الحسابات القومية .

أما المرونة الثانية فهناك صعوبات كثيرة فى حسابها ، ويلجأ البعض الى الاكتفاء بتعديل مرونة الانفاق بخصم نسبة افتراضية ولتكن ١٠ % مثلا منها مقابل مرونة السعر . ولاشك ان هــذا الاسلوب فى التعديل اسلوب غير سلــــيم .

ونلاحظ أنه اذا كان الانفاق هو المتغير المستخدم فى دالة الطلب فــــلا حاجه اذن للتعديل بالنسبه الى $\text{م}_{\text{ص . ى}}$ ، ولو أن تعديل مرونة الانفاق لابــــــــد وأن يتم بالنسبه لتغيرات الجوده ($\text{م}_{\text{ع ر . ى}}$) .

سابعـا ـ طرق الامكان الاكبر Maximum Likelihood Methods.

هناك طريقتان من طرق الامكان الاكبر : الاولى للمعلومات المحدوده ، والثانية للمعلومات الكامله • والطريقة الاولى هى أحدى طرق المعادلة الواحـــــده ، التى تستخدم لتقدير معالم معادلات النموذج واحده أثر الاخرى ، أما الثانيـــــة فتطبق على جميع معادلات النموذج آنيا للحصول على تقديرات جميع المعالـــــم الهيكلية فى نفس الوقـــــت •

وتتميز كل من الطريقتين بصعوبة الحساب ، وخاصه طريقة الامكـــــان الاكبر للمعلومات الكامله، اذ تتطلب التوصيف الكامل للنموذج ، والبيانات العديـــده • أما طريقة المعلومات المحدوده فكانت تستخدم قبل التوصل الى طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين ، التى يفضلها الكثيرون الآ ن لبساطتها ، ولامكاننا الحصول منهـــــا على تقديرات أفضل من تقديرات طريقة الامكان الاكبر للمعلومات المحدوده ، وخاصـــــة فى حالة العينات الصغـــيرة•

(١) طريقة الامكان الاكبر للمعلومات المحدوده (L I M L)

هى أحدى طرق التقدير التى نحصل منها علـــــى تقديرات متسقه لمعالم المعادلة الهيكلية الاكثر من مميزه overidentified وتعتبر هذه الطريقة تعميم لطريقة المتغيرات المساعدة ، التى تعتمد على فكـــــرة تخليص المتغيرات الداخلية ، التى تظهر كمتغيرات مفسره فى المعادلة المـــــراد تقديرها ، من العنصر العشـــوائى، وهذا تعبير غير عشوائية ومستقله عن المتغـــــير العشوائى (ق) فى المعادله • هذا وتعتبر ، هذه الطريقة أعم من طريقة المتغـــيرات المساعده نظرا لاستخدامها جميع المتغيرات المحدده فى النموذج الهيكلى ، بمعـــنى تفاديها الاحتياطيه فى اختيار بعض هذه المتغيرات كمتغيرات مساعده واغفال البعـــــض الآخـــر•

وتتشابه هذه الطريقة مع طريقة المربعات الصغـــــرى على مرحلتين فى استخدام هاتين الطريقتين لجميع المتغيرات المحدده فى النمـــــوذج

عند تقدير المعالم الهيكلية في المعادلة المراد تقديرها ، وكذلك في أن كـــلا الطريقتين لا تتطلبان معلومات تفصيلية عن جميع المعادلات الهيكلية للنمـــوذج، حيث أن المطلوب لا يتعدى معلوماتنا عن جميع المتغيرات المحدده بصرف النظـــر عن المعادلات التي تظهر فيهـــا .

وتتلخص الفروض الخاصه بالمعادله الهيكلية المراد تقدير معالمهـــا في الآتـــي :

أ — أن تحتوي المعادلة على عدد من المتغيرات الداخليـــة الكلية بالنمـ .

ب — أن تحتوي المعادلة على عدد من المتغيرات المحدده الثابتـــة (الخارجية وذات فترة التأخير) بالنموذج .

حـ — أن تكون المعادلة أكثر من محدده .

د — أن تكون جميـــع المتغيرات المحدده في النموذج مستقله .

هـ — أن تكون المعادلات الهيكلية الأخرى في النموذج خطيـــة ، وأن تكون الاخطاء العشوائية (ق ١ ، ... ، قن) موزعه توزيعا معتدلا ، وأن يكون كل منها غير مرتبط ذاتيا . ولو أن المتغيرات العشوائية للمعادلات المختلفـــة قد تكون مرتبطه حيث أن طريقة الامكان الاكبر للمعلومات المحدوده تسمح بالتوزيعـــة الزمنية للمتغيرات العشوائية (ق) .

هذا وأن كنا لم نتطرق هنا الى خطوات التقدير الا أنه يمكن القـــول أن التقديرات المتحصل عليها تتميز بكونها متحيزه للعينات الصغيره ، ولو أن هـــذه التقديرات متسقه بمعنى أن تحيزها يؤول الى الصفر كلما كبر حجم العينة الى مالا نهاية . كما أن التقديرات تكون ذات كفاءه تقاربيه asymptotically efficient اذا كانت الاخطاء العشوائية للنموذج الهيكلي موزعه توزيعا معتدلا .

ونورد فيما يلي بعض الملاحظات على هذه الطريقـــة :

أ — حساسية الطريقة كغيرها من الطرق لاخطاء التوصيف التي تؤدى الى حصولنا على تقديرات بها أخطاء .

ب ـ تجاهل الطريقة للمعلومات التى تقدمها المعادلات الاخرى فى النموذج فاذا كان لدينا النموذج التالى الاكثر من مميز :

$$\text{ط} = \text{ب} + \text{ب}_{١}\,\text{ع} + \text{ب}_{٢}\,\text{ى} + \text{ق}_{١}$$

$$\text{ع} = \text{أ}_{٠} + \text{أ}_{١}\,\text{ص} + \text{أ}_{٢}\,\text{س} + \text{أ}_{٣}\,\text{ت} + \text{ق}_{٢}$$

$$\text{ط} = \text{ص}$$

حيث ط = الكمية المطلوبة من سلعة مـــا

ص = الكمية المعروضـــــــة

ع = السعـــــــر

ى = دخل المستهلـــك

س = الرقم القياسى للظروف الجوية

ت = تكاليف الانتـــاج

واذا استخدمنا طريقة الامكان الاكبر للمعلومات المحدوده لتقدير معالـــم المعادله الاولى الاكثر من مميزه ، فاننا نلاحظ الآتـــــــــى :ـ

١ ـ أننا نأخذ فى الاعتبار التأثير المشترك للظروف الجوية والتكاليف علـــى الطلب ، وأن كانت آثار كل من المتغيرين على حده سوف لا تكون معروفه .

٢ ـ أننا نتجاهل الاثر غير المباشر لاى متغير داخلى لم يظهر فى دالـــة الطلب . وعلى سبيل المثال اذا فرضنا أن هناك معادلة ثالثة تربط بين متغير داخلـــى ثالث والمتغير الداخلى ع ، فان أثر هذا المتغير الثالث على معادلة الطلـــب ، من خلال المتغير ع ، سيكون غير ظاهـــر .

حـ ـ صعوبة العمليات الحسابيه ضمها فى طريقة المربعات الصغرى علـــى مرحلتين . وربما كان هذا هو سر تفضيل كثير من الباحثين للطريقة الاخيره .

(FI'3.)

(٢) طريقة الامكان الاكبر للمعلومات الكامله

سيقتصر شرحنا لطرق التقدير على الطرق السابقة دون التعرض

للطرق الاكثر تعقيدا ، وعلى رأسها طريقة الامكان الاكبر للمعلومات الكاملة ، والتي تعتبر طريقة التقدير لمعادلات النموذج آنيا . وهي امتداد لطريقة الامكان الاكبر التي تفترض التوصيف الكامل لجميع معادلات النموذج ، وأن الاخطاء العشوائية للمعادلات الهيكلية موزعه توزيعا معتدلا .

ثامنا — اختيار طرق القياس

أن أية علاقة اقتصادية لابد وأن تنتمي الى مجموعة من المعادلات الآنية ، التي تقدر معالمها بعديد من طرق القياس . ويعمل الباحث من ناحيته على اختيار انسبها . ويتوقف الاختيار على عدة عوامل منها ما الهدف من تركيب النموذج ، وشرط تمييز معادلات النموذج ، الى جانب وجود المتغيرات الداخلية الاخرى بين مجموعة المتغيرات المفسرة في أية معادلة ، والاهمية التي يعلقها الباحث على الخصائص الاحصائية المختلفة لتقديرات المعالم ، بالاضافة الى مدى توافر البيانات ، ودرجة صعوبة العمليات الحسابية ، ونوعية المعالم المطلوب تقديرها أهي هيكلية أم للصوره المختزله .

(١) شرط تمييز النموذج

اذا كان النموذج غير مميز ، فمن المعلوم أن تقدير المعالم الهيكلية بأية طريقة من الطرق القياسية يكون مستحيلا . أما اذا احتوى هذا النموذج على بعض المعادلات المميزه فمن الممكن تقديرها بأحدى الطرق المناسبه .

وفي حالة ما اذا كان النموذج مميز تماما ، فان المعالم يمكن تقديرها بأية طريقة من الطرق السابقه . ويتم الاختيار في هذه الحالة على أساس البساطه في الحساب . ومن هنا كان تفضيل طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة (I L S) على غيرها من باقي الطرق . وفي الحاله الخاصه التي تحتوي فيها المعادلة على متغيرات مفسره خارجية ، من خارج نطاق الهيكل الاقتصادي ، تفضل طريقة

المربعات الصغرى العادية عن غير المباشرة بسبب البساطة .

أما اذا كانت بعض أو كل معادلات النموذج أكثر من مميزة فان النموذج يكون في هذه الحالة أكثر من مميز . ويتضح مما سبق امكان استخدام أحدى الطرق السابق شرحها فيما عدا طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة. ومن هنا تبرز مشكلة اختيار الطريقة المناسبة بالنسبة للنماذج الاكثر من مميزة دون غيرها من النماذج .

(٢) الهدف من النموذج

يتوقف اختيار طريقة القياس ، الى حد كبير ، على الهدف من النموذج المراد قياسه . ويمكننا أن نجمل الاهداف التى من أجلها يركب النموذج فى ثلاثة أهداف هى :—

أ — التحليل — اختبار النظرية الاقتصادية

وفى هذه الحالة يهتم الباحث بالحصول على تقديرات دقيقة ما أمكن لكل من المعالم الهيكلية للنموذج ، نظرا لاستخدامها فى حساب المرونات وغير ذلك من الادوات التحليلية الاقتصادية .

ب — وضع السياسات — تقييم بدائل القرارات :

ويتطلب الباحث الحصول على تقديرات دقيقة لمعالم الصورة المختزلة للنموذج .

حـ — التنبؤ :

وفى حالة التنبؤ يسعى الباحث الى الحصول على قيم المتغيرات الداخلية بمعلومية قيم المتغيرات المحددة . ويكون هذا التنبؤ المشروط أكثر كفاءة اذا استخدمت الصورة المختزلة علما بأن دقة المعالم ليست لها المرتبة الاولى من الاهمية اذ ما يهمنا هو التنبؤات ذات الكفاية . واذا كان الهدف هو الحصول على تقديرات دقيقة للمعالم الهيكلية أو لمعالم الصورة المختزلة ، فان اختيار طريقة التقدير المناسبة انما يتوقف على الخصائص الاحصائية للتقديرات

المتحصل عليها من الطرق المختلفة . وهذه الخصائص هي : الاتساق والكفاية لتقديرات العينات الكبيرة ، وعدم التحيز والتباين الاصغر لتقديرات العينات الصغيرة واذا حاولنا ترتيب طرق القياس فان مقياسنا في ذلك هو متوسط مربع الخطأ mean square error (MSE) للقيمة المتنبأ بهـا أو جذرة التربيعـي :

$$\text{متوسط مربع الخطأ} = \frac{\text{مجـ}\left(\text{ص}_{م\,ر} - \text{ص}_{ف\,ر}\right)^{2}}{\text{ن}}$$

حيث $\text{ص}_{م\,ر}$ = القيمة المتنبأ بهـا .

$\text{ص}_{ف\,ر}$ = القيمة الفعلية للمتغير التابع .

وفي النهاية فان اختيار طريقة القياس المناسبة ليس بالامر السهل اذ لا يتوافر لدينا الدليل الذي نستخدمه لترتيب هذه الطرق. وأنمـا يمكن أن يتم الترتيب وفقا لخصائص تقديرات كل من المعالم الهيكلية ، ومعالم الصورة المختزلة.

ففي الحالة الاولى يتوقف ترتيب الطرق القياسية ، عندما يكـون الهدف هو الحصول على تقديرات دقيقة للمعالم الهيكلية ، على حجم العينـة وعلى الخصائص التقاربية (الاتساق والكفاية) ، في حالتي التوصيف الصحيـح ووجود خطأ في التوصيف.

أما في حالة معالم الصورة المختزلة فيمكن الحصول على تقديراتهـا مباشرة باستخدام طريقة المربعات الصغرى دون قيود (L S N R) ، أو عـن طريق غير مباشر باستخدام تقديرات المعالم الهيكلية المقدرة أصلا بطريقـة المربعات الصغرى العادية أو أية طريقة قياس أخرى يمكن أن يقع عليها الاختيار.

وقد اشارت الدراسات الكثيرة التي تناولت تطبيق طرق القياس المتعدده على مجموعات مختلفة من البيانات ، الى ضرورة اهتمام الباحث باخطاء القياس في المتغيرات اكثر من اهتمامه باختيار الطرق القياسية. اذ ثبت أن الاختلافات في تقديرات المعالم تكون كبيرة بصفة عامه عند استخدام مجموعات مختلفة من البيانات عنها في حالة استخدام طرق القياس المتعدده . وعلى هذا الاساس فان كثيرا من الباحثين يأملون في تحسين نتائج البحث القياسي عن طريق رفع مستوى وسائل جمع البيانات واساليب تبويبها ، وليس عن طريق الوصول بطرق القياس الى مستواها الدقيق . ومن ناحية اخرى اذا ما توصل الباحث الى البيانات الدقيقة فعليه ولا شك ضرورة البحث عن اكثر طرق القياس كفاية.

الفصـــل السابـــع

التنبــــؤ

أن من أهم أهداف البحث القياسي التطبيقي استخدام النمـــوذج بعد قياسه في التنبؤ بقيم المتغيرات التابعة بمعلومية المتغيرات المفســـره . ويمكننا التنبؤ بقيمة متغير ما بأحدى طريقتين : اما بالتنبؤ بقيمة وحيـــــده، أو بتقدير فترة يكون من المحتمل جدا أن تقع قيمة المتغير في حدودها . وتسمـــى الطريقة الاولى بتنبؤ النقطة point prediction ، والثانيـــــة بتنبؤ الفترة interval prediction ، فاذا تنبـــأ الباحث بأن الناتج القومي في عام ١٩٧٥ هو ٣ بليون جنيه مثلا هـــذا يتنبؤ النقطة للناتج القومي . واذا تنبأ بأن هذا الناتج يقع بين ٢,٨ بليـــون جنيه ، ٣,٢ بليون جنيه في عام ١٩٧٥ كان هذا هو تنبؤ الفترة للناتج القومي .

أولا - التنبؤ في حالة نموذج المعادلة الواحده الخطية

(١) تنبؤ النقطـــة

اذا فرضنا أن العلاقة بين ص ، س قد قـــدرت باستخدام طريقة المربعات الصغرى ، وهي في الصـــورة :

$$\hat{ص}_ر = \hat{ب} + \hat{ب}_١ \, س_ر$$

ومعلومية تقديرات $\hat{ب}$ ، $\hat{ب}_١$ ، وكذا قيمة المتغير المفسر س في نقطـة ما ، يمكننا تقدير قيمة المتغير التابع بالتعويض في معادلة الانحدار المقدره :

$$\hat{ص}_ف = \hat{ب} + \hat{ب}_١ \, س_ف$$

حيث $ص_ف$ = القيمة المتنبأ بها للمتغير التابع ص.

$س_ف$ = القيمة المعلومة للمتغير س في فترة التنبؤ

وعلى سبيل المثال اذا كانت الداله السابقة هي دالة الاستهلاك وكانت نتائجها كالآتـــــي :

ص$_و$ = ٢٥٥٠٠ + ٠٫٦٨ س$_و$

فانه من الممكن الحصول على تنبؤ النقطة لمستوى الاستهلاك في عـــــام ١٩٧٥ بمعلومية الدخل (س) اذا كانت قيمته ٤٥ بليون جنيه في هذا العام .

ص$_{١٩٧٥}$ = ٢٥٥٠٠ + ٠٫٦٨ × ٤٥٠٠٠ = ٣٣١٥٠ مليون جنيــه

ويعــرف هذا النوع من التنبؤ بالتنبؤ المشروط ، حيث أنه قد بـــــنى على شرط أن المتغير المفسر ستكون قيمته في فترة التنبؤ هي س$_م$. هذا بالاضافـــــة الى أن هذا الاسلوب للتنبؤ أنما يفترض استمرار العلاقة الهيكلية بين ص ، س بشكلهما في فترة التنبؤ بمعنى عدم تغير معالمهـــــا .

(٢) تنبؤ الفترة (فترة الثقة لتنبؤ النقطه) .

غالبا ما نسعـــى للحصول على فترة ثقة لتنبؤ النقطـــــة حيث أن التنبؤ من نموذج قياسي يستلزم الالتجاء الى الاستنتاج الاحصائي الـــــذى يتعرض للخطأ ولا يحمل بطبيعته التقديرات المحدده .

وللحصول على فترة الثقه للقيمة المتنبأ بها (ص̂ن) يتطلب الامر حصولنا على متوسط وتباين توزيع قيم هذا المتغير . فعلينا أولا أن نعلـم أن ص̂ن موزعه توزيعا معتدلا حيث أنه قد تم تقديرها بالمعلمتين ب̂ ، ب̂$_١$. هذا الى جانـب أن متوسط ص̂ن هو القيمة الحقيقية للمتنبأ به :

ص$_ن$ = ب + ب$_١$ س$_ن$ + ق ن

أما بالنسبه لتباين ص̂ن فاننا نلاحظ أن هناك مصدرين محتملين للتباين (الخطأ) في حالة التنبؤ من دالة اقتصاديـــــة :

أ — تقديرات المعالم : نظرا لعدم معرفتنا بالمعالم الحقيقية للعلاقة الهيكلية فاننا نستخدم $\hat{ب}$ ، $\hat{ب}_1$ التى حصلنا عليها من بيانات العينة والتى تحمل خطأ المعاينة ، الذى ينعكس بدوره على القيمة المتنبأ بها للمتغير التابع ، بمعنى أن الخطأ المعيارى للتقديرات يعتبر جزءا من تباين القيمة المتنبأ بها .

ب — من المفروض أن المتغير العشوائى سيأخذ قيمته المتوسطة خلال فترة التنبؤ . وهى الصفر حسب التعريف . هذا وأن كنا فى الحقيقة نجد أن الخطأ العشوائى يأخذ قيمة تختلف عن الصفر بسبب وجود العنصر العشوائى . كما أنه يصعب التنبؤ بالقيمة الفعلية للمتغير ق فى فترة معينة ، ولكنه من الممكن أن نقيس المدى الذى يقع فيه عن طريق تباين هذا المتغير . ولذا كان تباين المتغير العشوائى هو العنصر الثانى فى تباين القيمة المتنبأ بهما .

ويعنى هذا أن تنبؤ النقطة سيكون مصحوبا بتباين يتكون من أخطاء المعاينة لتقديرات المعالم ، الى جانب تباين الخطأ العشوائى ق . ويعادلة تباين التنبؤ من نموذج المعادلة الواحدة هى :—

$$\text{تباين } \hat{ص}_ى = \hat{\sigma}^2_ق \left[1 + \frac{1}{ن} + \frac{(س_ى - \bar{س})^2}{\text{مج}\,(س_1 - \bar{س})^2} \right]$$

حيث $\hat{\sigma}_ق$ = تقدير تباين ق = مج $ق^2$ / ن — ط

ن = حجم العينة

$س_ى$ = قيمة س المفروضة فى فترة التنبؤ

ويكون الخطأ المعيارى هو الجذر التربيعى للطرف الايسر . وحيث أن توزيع قيم $\hat{ص}_ى$ معتدل ، وأن التباين هو القيمة السابقة ، فانه من الممكن اثبات أن فترة الثقة على مستوى ٩٥٪ للتنبؤ الحقيقى هى :

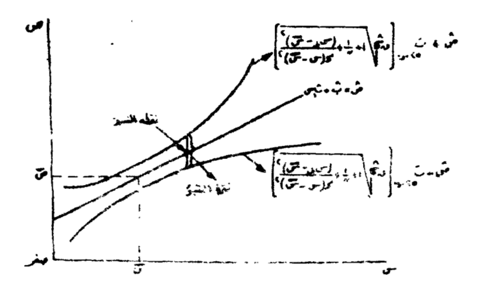
$$\hat{ص}_ى \pm ت_{٠٫٠٢٥} \left[\hat{\sigma}_ق \sqrt{1 + \frac{1}{ن} + \frac{(س_ى - \bar{س})^2}{مج (س - \bar{س})^2}} \right]$$

أى أن :

$$\hat{ص}_ى - ت_{٠٫٠٢٥} \left[\hat{\sigma}_ق \sqrt{1 + \frac{1}{ن} + \frac{(س_ى - \bar{س})^2}{مج (س - \bar{س})^2}} \right] \langle ص_ى \langle \hat{ص}_ى +$$

$$ت_{٠٫٠٢٥} \left[\hat{\sigma}_ق \sqrt{1 + \frac{1}{ن} + \frac{(س_ى - \bar{س})^2}{مج (س - \bar{س})^2}} \right]$$

ويوضح الرسم التالى فترة الثقة لتنبؤ النقطة ، حيث تكون الفترة أضيق ما يكون عند نقطة تلاقى متوسطى المتغيرين ، وتتسع كلما بعدنا عن هذين المتوسطين . كما يتضح من الرسم ايضا أن التنبؤ من النموذج القياسى يصير غير مؤكد كلما بعدت قيم المتغيرات المفسره فى خلال فترة التنبؤ عن متوسط بيانات العينة التى استخدمت فى قياس الدالـــــه .



مثـــــال :

في الجدول التالي بيانات الانفاق الاستهلاكي والدخل خلال الفترة ٥٧ــ١٩٦٨

السنة	الانفاق الاستهلاكي ص	الدخل س
١٩٥٧	٢٨٢ر٣	٣٥٩ر٩
٥٨	٢٩١ر١	٣٧٠ر١
٥٩	٣١٢ر٣	٣٩٤ر٧
٦٠	٣٢٦ر٥	٤١٤ر٥
٦١	٣٣٦ر٦	٤٣٠ر٨
٦٢	٣٥٦ر٦	٤٥٨ر٧
٦٣	٣٧٦ر٦	٤٨٣ر٥
٦٤	٤٠٢ر٩	٥١٥ر٥
٦٥	٤٣٤ر٧	٥٥٧ر٤
٦٦	٤٦٨ر٣	٦١٣ر١
٦٧	٤٩٤ر٣	٦٥٨ر٩
٦٨	٥٣٨ر٩	٧٢١ر٠

وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى نحصل على تقديرات دالة الاستهلاك التاليـــــة :

$$\hat{ص} = ٣١ر٧٦ + ٠ر٧١ \; س \qquad ر^{٢}$$
$$(٥ر٣٩) \qquad (٠ر٠١) \qquad ٠ر٩٩٨$$

وكان مج ق$'^{٢}$ (مجموع مربعات البواقي) = ١٦٩ر٥ وباستخدامه نحصل على تباين ق :

$$\hat{\sigma}^{٢}_{ق} = \frac{مج \; ق'^{٢}}{ن - ٢} = \frac{١٦٩ر٥}{١٢ - ٢} = ١٦ر٩$$

وبفرض أن قيمة الدخل في عام ١٩٧٥ هي ٨٥٠ ، أمكن الحصول على تقدير للانفاق الاستهلاكي في نفس العام بالتعويض بقيمة الدخل المفروضة في معادلة الاستهلاك :

$$\hat{\text{ص}}_{١٩٧٥} = ٣١\text{ر}٢٦ + ٠\text{ر}٧١ \times ٨٥٠ \simeq ٦٣٥$$

وللحصول على فترة الثقة لتنبؤ النقطة (٦٣٥) يتطلب الامر حساب الخطأ المعياري للقيمة المتنبأ بها ويساوى :

$$\text{ع}\,\hat{\text{ص}}_{١٩٧٥} = \hat{\sigma}_{\text{ق}} \sqrt{١ + \frac{١}{\text{ن}} + \frac{(\text{س}_{\text{ى}} - \bar{\text{س}})^{٢}}{\text{مج}\,(\text{س} - \bar{\text{س}})^{٢}}}$$

والبيانات اللازمة للتعويض بها في المعادلة السابقة هي :

$$\bar{\text{س}} = ٤٩٨ \qquad \hat{\sigma}_{\text{ق}} = ١٦\text{ر}٩ \qquad \text{ن} = ١٢$$

$$(\text{س}_{\text{ى}} - \bar{\text{س}})^{٢} = ١٢٣٩٠٤ \qquad \text{مج}\,(\text{س} - \bar{\text{س}})^{٢} = ١٥١٤٨٢$$

$$\text{ع}\,\hat{\text{ص}}_{١٩٧٥} = ١٦\text{ر}٩ \left[\sqrt{١ + \frac{١}{١٢} + \frac{١٢٣٩٠٤}{١٥١٤٨٢}}\right] \simeq ٢\text{ر}٣٢$$

فتكون فترة الثقة لتنبؤ النقطة هي :

$$\hat{\text{ص}}_{\text{ى}} \pm \text{ت}_{٠\text{ر}٠٢٥} \left(\text{ع}\,\hat{\text{ص}}_{١٩٧٥}\right)$$

فاذا كانت $\text{ت}_{٠\text{ر}٠٢٥} = ٢\text{ر}٢٣$ (عند ن ـ ٢ أى ١٠ درجات حرية) فان :

$$٦٣٥ - ٢\text{ر}٢٣ \times ٢\text{ر}٣٢ < \text{ص}_{\text{ى}}(١٩٧٥) < ٦٣٥ + ٢\text{ر}٢٣ \times ٢\text{ر}٣٢$$

$$٦٢٩\text{ر}٨٣ < \text{ص}_{\text{ى}}(١٩٧٥) < ٦٤٠\text{ر}١٧$$

ومعنى ذلك أننا نتوقع أن يقع الانفاق الاستهلاكى بين ٦٣٠ ، ٦٤٠ تقريبا ، باحتمال ٩٥٪ .

أما اذا احتوت المعادلة على عدد من المتغيرات المفسرة فانــــه يمكن الحصول على الخطأ المعيارى للقيمة المتنبأ بها كالآتــــى :

اذا فرضنا أن العلاقة بين ص ، $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ ، .... $س_ط$ علاقة خطية بالصـــورة :

$$ص = ب + ب_١ س_١ + ب_٢ س_٢ + \cdots + ب_ط س_ط + ق$$

فان التباين للقيمة المتنبأ بها وهــــى :

$$\hat{ص}_ى = \hat{ب} + \hat{ب}_١ س_{١ى} + \hat{ب}_٢ س_{٢ى} + \cdots + \hat{ب}_ط س_{طى}$$

هــــو :

$$تباين (\hat{ص}_ى) = تباين ق + تباين \hat{ب} + \sum_{ر=١} تباين \hat{ب}_ر (س_{رى} - \bar{س}_ر)^٢$$

$$+ ٢ \sum_{ر<ل} (تغاير \hat{ب}_ر \hat{ب}_ل)(س_{رى} - \bar{س}_ر)(س_{لى} - \bar{س}_ل)$$

ثانيا — التنبؤ فى حالة النموذج القياسى متعدد المعادلات

يمكننا استخدام النموذج بعد تقدير معالمه باحدى طرق التقديـــر المناسبه فى التنبؤ ، بشرط توافر قيم المتغيرات المحدده فى فترة التنبؤ .

والنموذج التالى هو نموذج كينز البسيط وقد تم تقدير معالمـــه الهيكلية التى استخدمت فى التنبؤ :

$$ص_و = أ_. + أ_١ (ى_و - ض_و) + ق_١$$

$$ث_و = ب + ب_١ ى_و + ب_٢ ى_{و-١} + ق_٢$$

$$ض_و = حـ ى_و + ق_٣$$

ك ١و = ك٠ + ك١ ى و + ك٢ س و-١ + ق٤

ى = ص و + ث و + ع و + ك٢ و ـ ك١ و

حيث ص و = الانفاق الاستهلاكـــــى

ى و = الدخــــــل

ض و = الضرائـــــب

ث و = الاستثمـــــار

ك١ = الواردات

س و-١ = مستوى الاسعار بفترة تأخير

ع و = الانفاق الحكومـــى

ك ٢ = الصـــادرات

والمعادلة الاولى هى معادلة الاستهلاك ، حيث يتوقف الانفاق الاستهلاكى على الدخل التصرفى. والمعادلة الثانية هى دالة الاستثمار ، ويتحدد الاستثمـــــــار بالدخل فى الفترة الحاليـــــه وبالدخل فى الفترة السابقه . وتمثل المعادلة الثالثـــــه العائد الضريبى الذى يحدده الدخل فى الفترة الحاليه . والمعادلة الرابعـــــــــه هى داله الـــواردات حيث تتوقف الواردات على الدخل القومى ومستوى الاسعار فـــــى الفترة السابقه . واخيرا المعادله الخامسه هى المتطابقه المعروفه فى تعريف الدخل .

وباختبار التميز نجد أن المعادلات السلوكية الاربعه الاولى اكثر من مميزه . وبتطبيق طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين (2 S L S) واستخـــــــــدام بيانات السلاسل الزمنية للفترة ٤٨ ـ ١٩٦٩ كانت تقديرات المعالم الهيكلية كالآتـــــى :

ص و = ٢٠ + ٨ر٠ (ى و ـ ض و)

ث = ٢ + ١ر٠ ى و + ٣ر٠ ى و-١

ض و = ٢ر٠ ى و

ك$_{1و}$ = ٣ + ٠ر١ ى$_و$ + ٠ر١ س$_{و-1}$

ى$_و$ = ص$_و$ + ث$_و$ + ع$_و$ + ك$_{2و}$ — ك$_{1و}$

واذا فرضنا أن قيم المتغيرات الخارجية خلال فترة التنبؤ كانت :

ع = ٢٠ ، ى$_{و-1}$ = ١٥٠

ك$_2$ = ١٠ ، س$_{و-1}$ = ١١٠

وبالتعويض بهذه القيم فى النموذج وتحويل جميع المتغيرات الداخلية فى الطرف الايمن من المعادلة تكون معادلات النموذج هـــــى :

ص$_و$ — ٠ر٨ ى$_و$ + ٠ر٨ صح$_و$ = ٢٠

ث — ٠ر١ ى$_و$ = ٠ر٣ × ١٥٠ + ٢ = ٤٧

ص$_و$ — ٠ر٢ ى$_و$ = صفـــر

ك$_{1و}$ — ٠ر١ ى$_و$ = ٠ر١ × ١١٠ + ٣ = ١٤

ى$_و$ — ص$_و$ — ث$_و$ + ك$_{1و}$ = ٢٠ + ١٠ = ٣٠

ويحتوى النموذج الآن على خمسة معادلات فى خمسه مجاهيل هى المتغيرات الداخلية

ص$_و$ ، ث$_و$ ، صح$_و$ ، ك$_{1و}$ ، ى$_و$.

وبحل هذا النموذج باحدى الطرق المعروفة ، كانت القيم المتنبأ بها هـــــى :

ص = ١٦٧٥ ، ث = ٧٠ ، ص = ٤٦ر١ ، ك$_1$ = ٣٧ ، ى = ٢٣٠ر٥

وفيما يلى بعض ملاحظاتنا على اسلوب التنبؤ السابق :

١ ــ أن التنبؤ بالنسبه لاى نموذج قياسى هو تنبؤ مشروط ، فالتنبؤ السابـــق مشروط هـــى : أن تأخذ قيم المتغيرات الداخلية القيم المفروضه خلال فترة التنبـــــؤ ، وأن تثبت قيم المعالم الهيكلية ، وأن يتحقق شرط بقاء العوامـــل الاخرى على حالهـــا ceteris paribus. خلال فترة التنبؤ ، فاذا تحققت هذه الشـــروط فان المتغيرات الداخلية تأخذ القيم التى حصلنا عليها بحل النموذج الهيكلى .

٢ — أن القيم المتنبأ بها هي تنبؤات النقطة المبنية على تقديرات المعالم الهيكلية ، وعلى اعتبار أن قيمة الاخطاء العشوائية المتوسطة تساوى الصفر فى خلال فترة التنبؤ • ولا شك أن القيم الفعلية للمتغيرات الداخلية ستختلف عن القيم المتنبأ بها لاسباب متعددة منها اختلاف قيمة المتغير العشوائى ق عن قيمته المتوسطة الصفر ، خلال فترة التنبؤ ، واحتواء تقديرات المعالم المستخدمة فى التنبؤ على خطأ المعاينة حيث أن هذه المعالم ما هى الا تقديرات للمعالم الحقيقية • ومن أجل ذلك كان ولابد من حساب فترات الثقة للقيم المتنبأ بها •

٣ — اذا لم تتحقق القيم المفروضة للمتغيرات الخارجية ، خلال فترة التنبؤ فمن البديهى الا يتحقق التنبؤ •

٤ — اذا تغيرت المعالم خلال فترة التنبؤ تعدل النموذج تبعا لذلك واصبح غير مناسب للتنبؤ •

٥ — اذا تغيرت العوامل الاخرى التى افترضنا ثباتها ، وهى على سبيل المثال الاذواق والتحركات السكانية والتغيرات الاجتماعية وغير ذلك ، خلال فترة التنبؤ صار النموذج غير ملائم للتنبؤ •

ولما كان من المتوقع دائما أن يتغير هيكل النموذج وكذا معالمه فان التنبؤ سيكون بالتبعية غير دقيق • ولكنه من حسن الحظ هناك طرق عديدة لتعديل النموذج بحيث يسمح بالاستفادة من المعلومات التى توافرت بعد تقدير المعالم • ونضرب فيما يلى الامثلة على ذلك •

مثال (١) •

من المعلوم أن دوال الاستثمار تقريب سيئ للسلوك الفعلى للمستثمرين فاذا فرضنا توافر بيانات عن مشروعات الاستثمار • فلاشك أن مثل هذه البيانات ستفوق أى تنبؤ نحصل عليه من دالة الاستثمار • وفى هذه الحالة يكون من الافضل أن نتجاهل دالة الاستثمار ونستخدم البيانات الفعلية المتوفرة لاغراض التنبؤ •

مثـــال (٢)

اذا فرضنا أن قوانين الضرائب قد عدلت ، وأن العائد من الضريبـــه قد زاد دون أن يؤثر ذلك على المعدل الحدى للضريبه ، فان هذا يعـــنى ثبات ميل معادلة الضريبة بينما يزيد الثابت تعبيرا عن التغير فى هيكل الضريبـــه ٠ ومن السهل تقدير الكمية التى زاد بها العائد من الضريبة والتى تضاف الـــى الثابت فى معادلة الضريبه ٠ وهذا يناظر القول أن ق $\neq$ صفر فى خلال فـــترة التنبؤ٠

وبطبيعة الحال تتكرر جميع خطوات التنبؤ اذا تعددت القيم المفروضـــة للمتغيرات٠

ثالثـا — اختبار معنوية الفرق بين قيم التنبؤ والقيم الفعليـــه

يستخدم الاختبار التالى كأساس فى تقييم القدره التنبؤية للنمـــوذج وهو اختبار بسيط شبيه باختبار (ت) السابق الاشاره اليه ، والذى يعتمد علـــى الخطأ المعيارى للقيمة المتنبأ بها ٠ فقد سبقت الاشارة الى أن :

$$\hat{ت} = \frac{ص_ن - \hat{ص}_ن}{\hat{\sigma}_ق \sqrt{1 + \frac{1}{ن} + \frac{(س_ن - \bar{س})^2}{مج (س - \bar{س})^2}}}$$

موزعه كتوزيع ت بدرجات حرية ن — ٢ ٠

وبدلا من ص ن نفترض توافر قيمة فعليه للمتغير التابع $ص_ع$ ، وهى قيمـــه لا تدخـــل ضمن بيانات العينه التى استخدمت فى تقدير الداله ، ثم نختـــبر احصائيا معنوية الفرق بين قيمه ص المشاهده ، والقيمة المتنبأ بها من النموذج القياسى ($\hat{ص}_ن$) ، بمعنى اننا نريد أن نختبر فرض العدم :

$ح_0$: $ص_ى = ص_ع$

والفرض البديل $ح_1$: $ص_ى \neq ص_ع$

وتحقيقا لهذا الفرض نستخدم بيانات العينة وكذا القيمة المفروضة للمتغير المفسر في حساب تَ المشاهده :

$$\hat{ت} = \frac{ص_ع - \hat{ص}_ى}{\hat{\sigma}_ق \sqrt{1 + \frac{1}{ن} + \frac{(س_ى - \bar{س})^2}{مجـ (س - \bar{س})^2}}}$$

حيث تَ = قيمة ت المشاهدة (المحسوبة)

$\hat{\sigma}_ق$ = تقدير تباين ق

$س_ى$ = قيمة س المشاهده في فترة التنبؤ

$ص_ع$ = قيمة ص المشاهدة

$\hat{ص}_ى$ = قيمة ص المتنبأ بها من الانحدار

ثم نحصل على قيمة ت النظرية من الجداول بدرجات حرية (ن — ٢) عند احتمال معين ، وليكن ٩٥٪ . ومقارنة قيمة تَ المحسوبة بنظيرتها النظريــــــة ، وهي قيمة ت التي تحقق فرض العدم حيث لا فرق بين $ص_ع$ ، $\hat{ص}_ى$ ، تقرر معنويــة الفرق المشاهد ($ص_ع - \hat{ص}_ى$) وفقا للقاعدة التاليــــه :

اذا كانت تَ < ت كان الفرق بين القيمة الفعلية والمتنبأ بها غير معنوى وبذلك تكون القدرة التنبؤية للنموذج عاليــــه .

أما اذا كانت تَ > ت كان الفرق بين القيمتين معنويـــا .

مثـال :

الدالة التاليه هى دالة الاستهلاك خلال السنوات ٥٤ـ١٩٦٥ ٠

$$\hat{\text{ص}}_{\text{و}} = -٣ر٠٠ + ٠ر٩٢٨ \ \text{س}_{\text{و}}$$
$$(٠ر٠١)$$

وأذا كان الدخل التصرفى فى عام ١٩٦٨ هو ٧٢١ ، فبالتعويـض يكون تقدير الانفاق الاستهلاكى فى هذه السنه يساوى :

$$\hat{\text{ص}}_{١٩٦٨} = -٣ ÷ ٠ر٩٢٨ \times ٧٢١ \approx ٦٦٦$$

ولما كان الانفاق الاستهلاكى الفعلى عام ١٩٦٨ هو ٥٣٩ فالسوال الآن هل الفرق $\text{ص}_{\text{ع}} - \hat{\text{ص}}_{\text{ى}}$ معنوى ؟ هل يتطلب الامر تغيير العلاقة الهيكلية فيما بين الفترة ٥٤ـ١٩٦٥ وعام ١٩٦٨ ٠

وللاجابه على هذا السوال علينا أن نجرى الاختبار السابق حيث :

$$\text{س}_{\text{ع}} = ٧٢١ ، \text{ص}_{\text{ع}} = ٥٢٩ ، \hat{\text{ص}}_{\text{ى}} = ٦٦٦$$

$$\hat{\sigma}_{\text{ق}} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ق}'^{٢}}{\text{ن} - ٢}} = ٤ر٤٨ ، \bar{\text{س}} = ٣٥٠ ، \text{مجـ} (\text{س} - \bar{\text{س}})^{٢} = ٢٨٧٥ر٨$$

ويكون الخطأ المعيارى لقيمة التنبوء ($\hat{\text{ص}}_{\text{ى}} = ٦٦٦$) هـى

$$\hat{\sigma}_{\text{ق}} \sqrt{١ + \frac{١}{\text{ن}} + \frac{(\text{س}_{\text{ع}} - \bar{\text{س}})^{٢}}{\text{مجـ} (\text{س} - \bar{\text{س}})^{٢}}} = ٤ر٤٨ \sqrt{١ + \frac{١}{١٢} + \frac{١٣٧٦٤١}{٢٨٧٦}} \approx ٢٧$$

وتكون $\hat{t}$ = $\frac{\text{ص}_\text{ع} - \hat{\text{ص}}_\text{ش}}{\text{ع}_\text{ش}}$ = $\frac{539 - 666}{27}$

= ـ ٤ر٧

أما قيمة ت النظرية في الجدول بدرجات حرية (١٢ ـ ٢ = ١٠) ، وعند مستوى معنوية ٩٥٪ ، فهي ـ ٢٣ر٢

وحيث أن $\hat{t}$ > ت فان الفرق بين قيمتي ص معنوى ، مما يدل على ضعف القدره التنبؤ ية لدالة الاستهلاك.

ويتطلب الامر في هذه الحاله اعادة حساب المعالم الهيكلية ، وذلك بعد زيادة حجم العينة واضافة بعض البيانات مع الاحتفاظ بنفس التوصيف ، أو ربما تطلب الامر تعديل التوصيف ايضا . وفيما يلي بعض الامثله على صور التعديل المختلفه :

١ ـ اضافة بيانات جديدة للمتغيرات المفسره الى الداله مباشرة.

٢ ـ تحويل النموذج الى نموذج متعدد المعادلات.

٣ ـ اضافة المتغيرات العدديه المناسبه الى الداله ، وقياس التغير في المعالم.

٤ ـ أدخال متغير مفسر جديد في الدالة هو ت س (حيث ت = الزمن) ، بخلاف المتغير س ، اذا كانت المعالم تتغير على مر الزمن.

٥ ـ في حالة تغير توزيع الدخل فانه من الممكن تقسيم متغير الدخل الاجمالي الى متغيرين أو اكثر : س_1 للدخل من الاجر ، س_2 للدخل من غير الاجـــور.

Table 5.5 5 and 1 Per cent Significance Points for the Ratio of the Mean Square Successive Difference to the Variance*

n	Values of K		Values of K'		n	Values of K		Values of K'	
	P = 0.01	P = 0.05	P = 0.05	P = 0.01		P = 0.01	P = 0.05	P = 0.05	P = 0.01
4	0.8341	1.0406	4.2927	4.4992	33	1.2667	1.4885	2.6365	2.8583
5	0.6724	1.0255	3.9745	4.3276	34	1.2761	1.4951	2.6262	2.8451
6	0.6738	1.0682	3.7318	4.1262	35	1.2852	1.5014	2.6163	2.8324
7	0.7163	1.0919	3.5748	3.9504	36	1.2940	1.5075	2.6068	2.8202
8	0.7575	1.1228	3.448[illegible]	3.8139	37	1.3025	1.5135	2.5977	2.8085
9	0.7974	1.1524	3.3476	3.7025	38	1.3108	1.5193	2.5889	2.7973
10	0.8353	1.1803	3.2642	3.6091	39	1.3188	1.5249	2.5804	2.7865
11	0.8706	1.2062	3.1938	3.5294	40	1.3266	1.5304	2.5722	2.7760
12	0.9035	1.2301	3.1335	3.4603	41	1.3342	1.5357	2.5643	2.7658
13	0.9336	1.2521	3.0812	3.3996	42	1.3415	1.5408	2.5567	2.7560
14	0.9618	1.2725	3.0352	3.3458	43	1.3486	1.5458	2.5494	2.7466
15	0.9880	1.2914	2.9943	3.2977	44	1.3554	1.5506	2.5424	2.7376
16	1.0124	1.3090	2.9577	3.2543	45	1.3620	1.5552	2.5357	2.7289
17	1.0352	1.3253	2.9247	3.2148	46	1.3684	1.5596	2.5293	2.7205
18	1.0566	1.3405	2.8948	3.1787	47	1.3745	1.5638	2.5232	2.7125

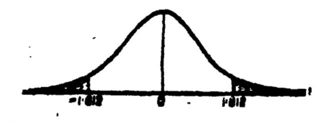
Table 6.5 (*continued*)

19	1.0766	1.3547	2.8675	3.1456	48	1.3802	1.5678	2.9173	2.7049
20	1.0954	1.3680	2.8425	3.1151	49	1.3856	1.5716	2.5117	2.6977
21	1.1131	1.3805	2.8195	3.0869	50	1.3907	1.5752	2.5064	2.6908
22	1.1298	1.3923	2.7982	3.0607	51	1.3957	1.5787	2.5013	2.6842
23	1.1456	1.4035	2.7784	3.0362	52	1.4007	1.5822	2.4963	2.6777
24	1.1606	1.4141	2.7599	3.0133	53	1.4057	1.5856	2.4914	2.6712
25	1.1748	1.4241	2.7426	2.9919	54	1.4107	1.5890	2.4866	2.6648
26	1.1883	1.4336	2.7264	2.9718	55	1.4156	1.5923	2.4819	2.6585
27	1.2012	1.4426	2.7112	2.9528	56	1.4203	1.5955	2.4773	2.6524
28	1.2135	1.4512	2.6969	2.9348	57	1.4249	1.5987	2.4728	2.6465
29	1.2252	1.4594	2.6834	2.9177	58	1.4294	1.6019	2.4684	2.6407
30	1.2363	1.4672	2.6707	2.9016	59	1.4339	1.6051	2.4640	2.6350
31	1.2469	1.4746	2.6587	2.8864	60	1.4384	1.6082	2.4596	2.6294
32	1.2570	1.4817	2.6473	2.8720					

[a] Adapted, with the kind permission of the editor, from B. I. Hart and J. von Neumann: "Tabulation of the Probabilities for the Ratio of the Mean Square Successive Difference to the Variance," *Annals of Mathematical Statistics*, 13, No. 4, p. 446 (1942).

At the given level of significance and the appropriate sample size, N, a computed δ is indicative of positive autocorrelation if it falls below the critical value of K, and is indicative of negative autocorrelation if it exceeds the corresponding critical value of K'; if it falls between the two critical values, no evidence of autocorrelation is present.

Table 2. Percentage Points of the t Distribution



Example

For ν = 10 degrees of freedom:

$P(t > 1{\cdot}812) = 0{\cdot}05$

$P(t < -1{\cdot}812) = 0{\cdot}05$

ν \ α	·25	·20	·15	·10	·05	·025	·01	·005	·0005
1	1·000	1·376	1·963	3·078	6·314	12·706	31·821	63·657	636·619
2	·816	1·061	1·386	1·886	2·920	4·303	6·965	9·925	31·598
3	·765	·978	1·250	1·638	2·353	3·182	4·541	5·841	12·941
4	·741	·941	1·190	1·533	2·132	2·776	3·747	4·604	8·610
5	·727	·920	1·156	1·476	2·015	2·571	3·365	4·032	6·859
6	·718	·906	1·134	1·440	1·943	2·447	3·143	3·707	5·959
7	·711	·896	1·119	1·415	1·895	2·365	2·998	3·499	5·405
8	·706	·889	1·108	1·397	1·860	2·306	2·896	3·355	5·041
9	·703	·883	1·100	1·383	1·833	2·262	2·821	3·250	4·781
10	·700	·879	1·093	1·372	1·812	2·228	2·764	3·169	4·587
11	·697	·876	1·088	1·363	1·796	2·201	2·718	3·106	4·437
12	·695	·873	1·083	1·356	1·782	2·179	2·681	3·055	4·318
13	·694	·870	1·079	1·350	1·771	2·160	2·650	3·012	4·221
14	·692	·868	1·076	1·345	1·761	2·145	2·624	2·977	4·140
15	·691	·866	1·074	1·341	1·753	2·131	2·602	2·947	4·073
16	·690	·865	1·071	1·337	1·746	2·120	2·583	2·921	4·015
17	·689	·863	1·069	1·333	1·740	2·110	2·567	2·898	3·965
18	·688	·862	1·067	1·330	1·734	2·101	2·552	2·878	3·922
19	·688	·861	1·066	1·328	1·729	2·093	2·539	2·861	3·883
20	·687	·860	1·064	1·325	1·725	2·086	2·528	2·845	3·850
21	·686	·859	1·063	1·323	1·721	2·080	2·518	2·831	3·819
22	·686	·858	1·061	1·321	1·717	2·074	2·508	2·819	3·792
23	·685	·858	1·060	1·319	1·714	2·069	2·500	2·807	3·767
24	·685	·857	1·059	1·318	1·711	2·064	2·492	2·797	3·745
25	·684	·856	1·058	1·316	1·708	2·060	2·485	2·787	3·725
26	·684	·856	1·058	1·315	1·706	2·056	2·479	2·779	3·707
27	·684	·855	1·057	1·314	1·703	2·052	2·473	2·771	3·690
28	·683	·855	1·056	1·313	1·701	2·048	2·467	2·763	3·674
29	·683	·854	1·055	1·311	1·699	2·045	2·462	2·756	3·659
30	·683	·854	1·055	1·310	1·697	2·042	2·457	2·750	3·646
40	·681	·851	1·050	1·303	1·684	2·021	2·423	2·704	3·551
60	·679	·848	1·046	1·296	1·671	2·000	2·390	2·660	3·460
120	·677	·845	1·041	1·289	1·658	1·980	2·358	2·617	3·373
∞	·674	·842	1·036	1·282	1·645	1·960	2·326	2·576	3·291

Source: This table is abridged from Table III of Fisher & Yates: *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research* published by Oliver & Boyd Ltd., Edinburgh, and by permission of the authors and publishers.

Table 5A. Significance Points of d_L and d_U: 5%

n	$k'=1$		$k'=2$		$k'=3$		$k'=4$		$k'=5$	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	1·08	1·36	0·95	1·54	0·82	1·75	0·69	1·97	0·56	2·21
16	1·10	1·37	0·98	1·54	0·86	1·73	0·74	1·93	0·62	2·15
17	1·13	1·38	1·02	1·54	0·90	1·71	0·78	1·90	0·67	2·10
18	1·16	1·39	1·05	1·53	0·93	1·69	0·82	1·87	0·71	2·06
19	1·18	1·40	1·08	1·53	0·97	1·68	0·86	1·85	0·75	2·02
20	1·20	1·41	1·10	1·54	1·00	1·68	0·90	1·83	0·79	1·99
21	1·22	1·42	1·13	1·54	1·03	1·67	0·93	1·81	0·83	1·96
22	1·24	1·43	1·15	1·54	1·05	1·66	0·96	1·80	0·86	1·94
23	1·26	1·44	1·17	1·54	1·08	1·66	0·99	1·79	0·90	1·92
24	1·27	1·45	1·19	1·55	1·10	1·66	1·01	1·78	0·93	1·90
25	1·29	1·45	1·21	1·55	1·12	1·66	1·04	1·77	0·95	1·89
26	1·30	1·46	1·22	1·55	1·14	1·65	1·06	1·76	0·98	1·88
27	1·32	1·47	1·24	1·56	1·16	1·65	1·08	1·76	1·01	1·86
28	1·33	1·48	1·26	1·56	1·18	1·65	1·10	1·75	1·03	1·85
29	1·34	1·48	1·27	1·56	1·20	1·65	1·12	1·74	1·05	1·84
30	1·35	1·49	1·28	1·57	1·21	1·65	1·14	1·74	1·07	1·83
31	1·36	1·50	1·30	1·57	1·23	1·65	1·16	1·74	1·09	1·83
32	1·37	1·50	1·31	1·57	1·24	1·65	1·18	1·73	1·11	1·82
33	1·38	1·51	1·32	1·58	1·26	1·65	1·19	1·73	1·13	1·81
34	1·39	1·51	1·33	1·58	1·27	1·65	1·21	1·73	1·15	1·81
35	1·40	1·52	1·34	1·58	1·28	1·65	1·22	1·73	1·16	1·80
36	1·41	1·52	1·35	1·59	1·29	1·65	1·24	1·73	1·18	1·80
37	1·42	1·53	1·36	1·59	1·31	1·66	1·25	1·72	1·19	1·80
38	1·43	1·54	1·37	1·59	1·32	1·66	1·26	1·72	1·21	1·79
39	1·43	1·54	1·38	1·60	1·33	1·66	1·27	1·72	1·22	1·79
40	1·44	1·54	1·39	1·60	1·34	1·66	1·29	1·72	1·23	1·79
45	1·48	1·57	1·43	1·62	1·38	1·67	1·34	1·72	1·29	1·78
50	1·50	1·59	1·46	1·63	1·42	1·67	1·38	1·72	1·34	1·77
55	1·53	1·60	1·49	1·64	1·45	1·68	1·41	1·72	1·38	1·77
60	1·55	1·62	1·51	1·65	1·48	1·69	1·44	1·73	1·41	1·77
65	1·57	1·63	1·54	1·66	1·50	1·70	1·47	1·73	1·44	1·77
70	1·58	1·64	1·55	1·67	1·52	1·70	1·49	1·74	1·46	1·77
75	1·60	1·65	1·57	1·68	1·54	1·71	1·51	1·74	1·49	1·77
80	1·61	1·66	1·59	1·69	1·56	1·72	1·53	1·74	1·51	1·77
85	1·62	1·67	1·60	1·70	1·57	1·72	1·55	1·75	1·52	1·77
90	1·63	1·68	1·61	1·70	1·59	1·73	1·57	1·75	1·54	1·78
95	1·64	1·69	1·62	1·71	1·60	1·73	1·58	1·75	1·56	1·78
100	1·65	1·69	1·63	1·72	1·61	1·74	1·59	1·76	1·57	1·78

Note: k' = number of explanatory variables excluding the constant term.

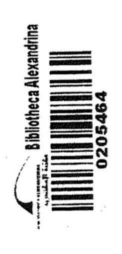
Source: J. Durbin and G. S. Watson, 'Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression', *Biometrika*, vol. 38, 1951, pp. 159–77. Reprinted with the permission of the authors and the *Biometrika* trustees.

Table 5B. Significance Points of d_L and d_U: 1%

n	$k'=1$		$k'=2$		$k'=3$		$k'=4$		$k'=5$	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	0·81	1·07	0·70	1·25	0·59	1·46	0·49	1·70	0·39	1·96
16	0·84	1·09	0·74	1·25	0·63	1·44	0·53	1·66	0·44	1·90
17	0·87	1·10	0·77	1·25	0·67	1·43	0·57	1·63	0·48	1·85
18	0·90	1·12	0·80	1·26	0·71	1·42	0·61	1·60	0·52	1·80
19	0·93	1·13	0·83	1·26	0·74	1·41	0·65	1·58	0·56	1·77
20	0·95	1·15	0·86	1·27	0·77	1·41	0·68	1·57	0·60	1·74
21	0·97	1·16	0·89	1·27	0·80	1·41	0·72	1·55	0·63	1·71
22	1·00	1·17	0·91	1·28	0·83	1·40	0·75	1·54	0·66	1·69
23	1·02	1·19	0·94	1·29	0·86	1·40	0·77	1·53	0·70	1·67
24	1·04	1·20	0·96	1·30	0·88	1·41	0·80	1·53	0·72	1·66
25	1·05	1·21	0·98	1·30	0·90	1·41	0·83	1·52	0·75	1·65
26	1·07	1·22	1·00	1·31	0·93	1·41	0·85	1·52	0·78	1·64
27	1·09	1·23	1·02	1·32	0·95	1·41	0·88	1·51	0·81	1·63
28	1·10	1·24	1·04	1·32	0·97	1·41	0·90	1·51	0·83	1·62
29	1·12	1·25	1·05	1·33	0·99	1·42	0·92	1·51	0·85	1·61
30	1·13	1·26	1·07	1·34	1·01	1·42	0·94	1·51	0·88	1·61
31	1·15	1·27	1·08	1·34	1·02	1·42	0·96	1·51	0·90	1·60
32	1·16	1·28	1·10	1·35	1·04	1·43	0·98	1·51	0·92	1·60
33	1·17	1·29	1·11	1·36	1·05	1·43	1·00	1·51	0·94	1·59
34	1·18	1·30	1·13	1·36	1·07	1·43	1·01	1·51	0·95	1·59
35	1·19	1·31	1·14	1·37	1·08	1·44	1·03	1·51	0·97	1·59
36	1·21	1·32	1·15	1·38	1·10	1·44	1·04	1·51	0·99	1·59
37	1·22	1·32	1·16	1·38	1·11	1·45	1·06	1·51	1·00	1·59
38	1·23	1·33	1·18	1·39	1·12	1·45	1·07	1·52	1·02	1·58
39	1·24	1·34	1·19	1·39	1·14	1·45	1·09	1·52	1·03	1·58
40	1·25	1·34	1·20	1·40	1·15	1·46	1·10	1·52	1·05	1·58
45	1·29	1·38	1·24	1·42	1·20	1·48	1·16	1·53	1·11	1·58
50	1·32	1·40	1·28	1·45	1·24	1·49	1·20	1·54	1·16	1·59
55	1·36	1·43	1·32	1·47	1·28	1·51	1·25	1·55	1·21	1·59
60	1·38	1·45	1·35	1·48	1·32	1·52	1·28	1·56	1·25	1·60
65	1·41	1·47	1·38	1·50	1·35	1·53	1·31	1·57	1·28	1·61
70	1·43	1·49	1·40	1·52	1·37	1·55	1·34	1·58	1·31	1·61
75	1·45	1·50	1·42	1·53	1·39	1·56	1·37	1·59	1·34	1·62
80	1·47	1·52	1·44	1·54	1·42	1·57	1·39	1·60	1·36	1·62
85	1·48	1·53	1·46	1·55	1·43	1·58	1·41	1·60	1·39	1·63
90	1·50	1·54	1·47	1·56	1·45	1·59	1·43	1·61	1·41	1·64
95	1·51	1·55	1·49	1·57	1·47	1·60	1·45	1·62	1·42	1·64
100	1·52	1·56	1·50	1·58	1·48	1·60	1·46	1·63	1·44	1·65

Note: k' = number of explanatory variables excluding the constant term.

Source: J. Durbin and G. S. Watson, 'Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression', *Biometrika*, vol. 38, 1951, pp. 159–77. Reprinted with the permission of the authors and the *Biometrika* trustees.



Bibliotheca Alexandrina
0205464